المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف الثامن - دليل المعلم

الفصل الدراسي الأول

8

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي
نور محمد حسان
إبراهيم أحمد عمايرة
محمد فؤاد عمارنة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

قـررت وزارة التربيـة والتعليـم اسـتخدام هـذا الدليـل في مـدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاء على قـرار المجلس الأعـلى للمركز الوطنـي لتطوير المناهـج في جلسـته رقـم (2023/4)، تاريـخ 2023/7/11 م، وقـرار مجلـس التربيـة والتعليـم رقـم (2023/246) تاريـخ 2023/8/9 بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2023 / 2024 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 416 - 3

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/809)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الصف الثامن: الفصل الدراسي الأول/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمان: المركز، 2023

(246) ص.

ر.إ.: 2023/2/809

الواصفات: / **الرياضيات**/ / **الأدلة**/ / **المعلمون**/ / **أساليب التدريس**/ / **التعليم الاعدادي**/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

المحكم التربوي: د. خـالـد محـمـد أبو اللـوم

المصمم الجرافيكي: راكان محمد السعدي

British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية)

1444 هـ / 2023 م

المقدمة

يسرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أنْ يُقدِّم للمُعلِّمين والمُعلِّمات هذه الطبعة من دليل المُعلِّم للصف الثامن، آملًا أنْ تكون لهم مُرشِدًا وداعمًا في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعلِّم على جميع المصادر التي تَلزم المُعلِّم/ المُعلِّمة، بَدْءًا بالنسخ المُصغَّرة من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومسائل؛ ما يُغْني عن حمل هذين الكتابين إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشار إليها في الدروس، ويُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهْد إعداد هذه الأوراق. استُهِلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان «أهلًا بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة»، وتعرض العناصر الرئيسة في كلٍّ من كتابي الطالب والتمارين ودليل المُعلِّم، وتُبيِّن النهج المُعتمَد في كلٍّ منها بطريقة مُبسَّطة؛ لذا يجدر بالمُعلِّم/ المُعلِّمة قراءة هذه الصفحات بِتَرَوٍّ وتدبُّرٍ قبل البَدْء باستعمال الدليل.

روعي في إعداد الدليل تقديم خطة واضحة لسير الدرس، بَدْءًا بمرحلة التمهيد، ومرورًا بمراحل الاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشادات تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر، فضلًا عن الأخطاء المفاهيمة الشائعة والإرشادات للمعلمين/ للمعلمات حول كيفية معالجتها.

يُقدِّم الدليل أيضًا مقترحات لتنويع التعليم تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التعامل مع الطلبة كافةً، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجامًا مع الاتجاهات الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدَّم الدليل نتاجات التعلُّم السابق ونتاجات التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلًا عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسبة، تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّم الحالي. يضاف إلى ذلك أنَّ تعرُّف المُعلِّم/ المُعلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي سوف يدرسها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر له/ لها تصوُّرًا كافيًا عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دِقَّةً.

ونحن إذ نُقدِّم هذا الدليل، فإنّا نُؤمِّل أنْ ينال إعجاب زملائنا وزميلاتنا من المُعلِّمين والمُعلِّمات ويكون خير معين لهم/ لهنّ، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمة المحتويات

أهلًا بك في مناهج الرياضيات المطورة .... a–j

الوحدة ① الأعداد الحقيقية 6A

مخطط الوحدة 6B

نظرة عامة على الوحدة 6

مشروع الوحدة: الأعداد الحقيقية في الفن 7

نشاط الاستعداد للوحدة 7A

الدرس 1 الجذور التربيعية 8

الدرس 2 الجذور الصّمّاء 13

نشاط مفاهيمي: نظرية فيثاغورس 21

الدرس 3 نظرية فيثاغورس 22

الدرس 4 الأعداد الحقيقية 29

الدرس 5 الأسس النسبية والجذور 37

الدرس 6 ضرب الأسس النسبية وقسمتها 43

الدرس 7 الصيغة العلمية 50

الدرس 8 النسبة المئوية 57

اختبار نهاية الوحدة 64

كتاب التمارين 65A

الوحدة ② تحليل المقادير الجبرية 66A

مخطط الوحدة 66B

نظرة عامة على الوحدة 66

مشروع الوحدة: القطع الجبرية 67

نشاط الاستعداد للوحدة 67A

الدرس 1 حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية 68

نشاط مفاهيميّ: تحليل المقادير الجبرية 74

الدرس 2 التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر 75

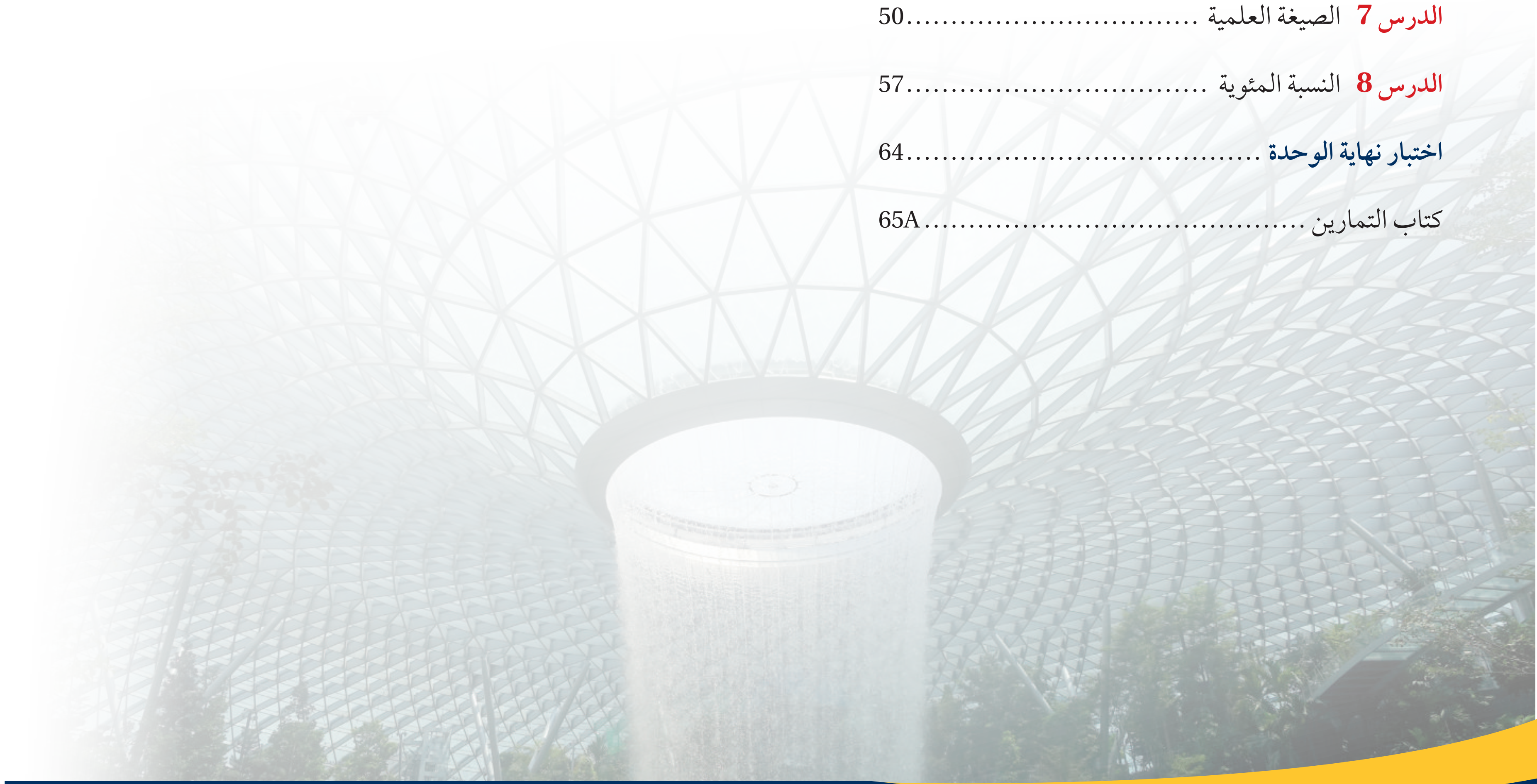
الدرس 3 تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx+c$ 83

الدرس 4 حالات خاصة من التحليل 89

الدرس 5 تبسيط المقادير الجبرية النسبية 96

اختبار نهاية الوحدة 102

كتاب التمارين 103A



قائمة المحتويات

الوحدة ③ المعادلات الخطية بمتغيرين 104A

مخطط الوحدة 104B

نظرة عامة على الوحدة 104

مشروع الوحدة: المعادلات الخطية والخريطة 105

نشاط الاستعداد للوحدة 105A

الدرس 1 المعادلة الخطية بالصورة القياسية 106

الدرس 2 ميل المستقيم 114

الدرس 3 معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع 121

الدرس 4 معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة 130

الدرس 5 المستقيمات المتوازية والمتعامدة 137

اختبار نهاية الوحدة 144

كتاب التمارين 145A

ملحق الإجابات 145E

الوحدة ④ المثلثات المتطابقة 146A

مخطط الوحدة 146B

نظرة عامة على الوحدة 146

مشروع الوحدة: أبني جسرًا 147

نشاط الاستعداد للوحدة 147A

الدرس 1 تطابق المثلثات (SSS, SAS, HL) 148

الدرس 2 تطابق المثلثات (ASA, AAS) 156

الدرس 3 المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الأضلاع 162

اختبار نهاية الوحدة 170

كتاب التمارين 171A

ملحق الإجابات 171C

أوراق المصادر A1–A15

أهلًا بك

في مناهج الرياضيات المطورة

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، يسرُّنا في هذه المُقدِّمة أنْ نُبيِّن الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المُطوَّرة بطريقة مُبسَّطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المُعلِّم، التي تتجلّى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. ونحن إذ نعرض هذه المُقدِّمة فإنّا نأمل أنْ تكون مُعينةً على فهم كيفية استعمال المناهج المُطوَّرة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل غرفة الصف، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المُقدِّمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
2. أنواع التقويم، وأدواته.
   - التقويم القبلي.
   - التقويم التكويني.
   - التقويم الختامي.
3. بعض استراتيجيات التعلُّم.
   - التعلُّم القائم على المشاريع.
   - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
   - التعلُّم بالاستكشاف.
4. مهارات التفكير العليا.
5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
6. الوصول إلى الطلبة كافةً.
7. مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي.
   - مصادر التعلّم الميسِّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي.
   - إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية.

وفي نهاية هذه المقدمة بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعًا، ومُعينةً عند التخطيط لتقديم الدروس.

1 خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:

يُقدِّم هذا الدليل خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمَّن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعد على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

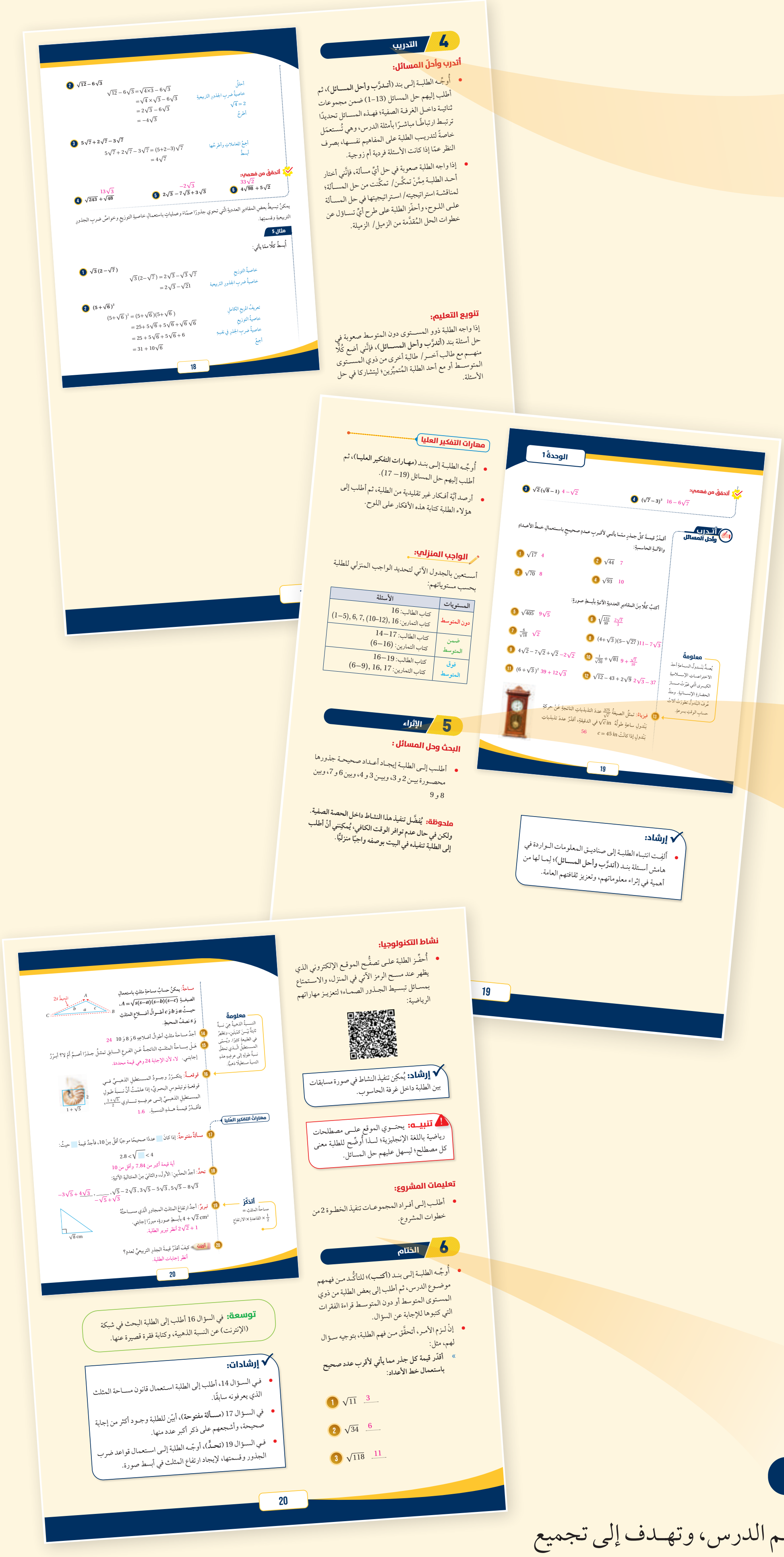
تهـدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبـة لموضوع الدرس، ولكـن دون ذكر لأيٍّ من أفكاره، وتوجـد في هذا الدليل مقترحات تعين على تقديم التهيئة بنجاح في بند (التهيئة). قد يحوي هذا البند نشاطًا مبنيًّا على معرفة الطلبة السابقة؛ لـذا يمكن في أثناء هـذه المرحلة رصـد بعض الأخطاء المفاهيمية وتصحيحها قبل بدء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكـن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعيَّن عليك في هذه المرحلة أداء دور تيسـير التعلّم، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشـف) من كتاب الطالب، ومنحهم وقتًا كافيًا لدراسـتها والتفكير فيها، ثم الطلـب إليهم الإجابة عن الأسـئلة المقترحـة في بند (الاستكشـاف) من هذا الدليل. ليس شـرطًا أنْ يتمكَّن الطلبة من الإجابة عن هذه الأسـئلة بصورة صحيحة؛ لـذا عليك تقبّل الإجابـات، ثم النظر فيها لاحقًا بعـد انتهاء الدرس، والتأكد من صحتها، علمًا بأنَّ تمارين بعض الدروس تُحيل الطلبة إلى المسألة في بند (أستكشف)؛ لحلها في نهاية الدرس.

3 التدريس

من المُتوقَّع أنْ تؤدي مرحلة (الاستكشـاف) إلى حدوث حالة من عـدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبـدأ مرحلة (التعلُّم) في إعادة التوازن لديهم، للتمكن من تكوين خبرات مشـتركة مُحدَّدة تسـاعد علـى إدراك المفاهيم، وإتقـان العمليـات والمهارات. تسـتغرق هذه المرحلة كثيرًا من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقـرات الشـرح، وأمثلة الدرس جميعهـا؛ لذا يتعيَّن الاسـتعانة بالإرشادات الواردة في بند (التدريس) من هذا الدليل؛ للتمكّن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.



4 التدريب

في هذه المرحلة يتدرَّب الطلبة على أنواع مختلفة من المسائل المجرَّدة والحياتية في بند (أتدرَّب وأحُلُّ المسائل) وبند (مهارات التفكير العليا) داخل غرفة الصف؛ لترسيخ المفاهيم الجديدة، وزيادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمِل الطلبة هذه المرحلة في المنزل. وكذلك التدريبات والمسائل الواردة في الصفحة المقابلة للدرس في كتاب التمارين.

5 الإثراء

تُعَدُّ توسعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأساس لهذه المرحلة، ويتمثَّل ذلك في إشراك الطلبة في مهام تتضمَّن مفاهيم وعمليات أوسع وأكثر عمقًا. تُوفِّر مناهج الرياضيات المُطوَّرة مصادر عِدَّة لإثراء الطلبة ذوي المستوى فوق المُتوسِّط، منها بند الإثراء في هذا الدليل، الذي يحوي مسألةً، أو نشاطًا صفيًّا، أو نشاطًا حاسوبيًّا، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

6 الختام

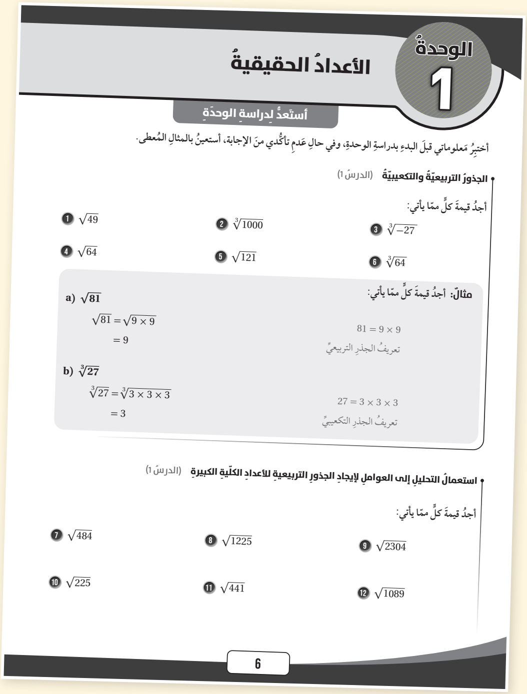
هي المرحلة الأخيرة من مراحل تقديم الدرس، وتهدف إلى تجميع الأفكار المختلفة التي تضمَّنها الدرس، ثم عرضها بصورة مترابطة، فضلًا عن اشتمالها على مقترحات تساعد على تقديم هذه المرحلة بنجاح.

2 أنواع التقويم وأدواته:

التقويم جزء لا يتجزَّأ من عملية التعلُّم؛ فهو يُواكِب جميع خطواتها، ويضمن اسـتمرارها وصولًا إلى تحقيق الهدف. يُعرَّف التقويم بأنَّه عملية تُستعمَل فيها معلومات من مصادر مُتعدِّدة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراسـي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المُطوَّرة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم القبلي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي.**

أ التقويم القبلي:

يهـدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفةَ السـابقة اللازمة لدراسـة الموضوع الجديد؛ ما يسـاعد على تحديد ما يَلزم الطلبة من معالجـات تتمثَّل فـي مصادر التعلُّـم الإضافية. تحتوي مناهـج الرياضيات المُطـوَّرة علـى أداة تقويم قبلي في بداية كل وحدة، وهـي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).



الوحدةُ 1 الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

الجذورُ التربيعيّةُ والتكعيبيّةُ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

❶ $\sqrt{49}$ ❷ $\sqrt[3]{1000}$ ❸ $\sqrt[3]{-27}$

❹ $\sqrt{64}$ ❺ $\sqrt{121}$ ❻ $\sqrt[3]{64}$

مثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $\sqrt{81}$

$\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9}$ — $81 = 9 \times 9$

$= 9$ — تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

b) $\sqrt[3]{27}$

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$ — $27 = 3 \times 3 \times 3$

$= 3$ — تعريفُ الجذرِ التكعيبيِّ

استعمالُ التحليلِ إلى العواملِ لإيجادِ الجذورِ التربيعيةِ للأعدادِ الكلّيةِ الكبيرةِ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

❼ $\sqrt{484}$ ❽ $\sqrt{1225}$ ❾ $\sqrt{2304}$

❿ $\sqrt{225}$ ⓫ $\sqrt{441}$ ⓬ $\sqrt{1089}$

6

ب التقويم التكويني:

يحـدث هـذا النـوع مـن التقويـم فـي أثنـاء عمليـة التدريـس، ويهـدف إلـى متابعـة تعلُّـم الطلبـة أوَّلًا بـأوَّل، والتأكُّـد أنَّ العمليـة التعليميـة التعلُّميـة تسـير فـي اتجـاه تحقيـق أهدافهـا المنشـودة، وأنَّـه لا يوجـد انحـراف عـن مسـارها؛ مـا يسـاعد علـى اتخـاذ القـرارات الصحيحـة، مثـل: الاسـتمرار فـي عمليـة التدريـس، أو التعديـل عليهـا، أو النظـر فيهـا مـن جديـد. مـن أدوات التقويـم التكوينـي: الأسـئلة الشـفوية، والملاحظـات غيـر الرسـمية، والاختبـارات القصيـرة.

تحتـوي مناهج الرياضيات المُطوَّرة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثَّل في مسائل بند **(أتحقَّق من فهمي)** التي تلي كل مثال.

الوحدةُ 1

❸ $-\sqrt{\frac{25}{64}}$

أجدُ الجذرَ التربيعيَّ السالبَ للعددِ $\frac{25}{64}$

$-\sqrt{\frac{25}{64}} = -\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2} = -\frac{5}{8}$

أتحقَّقُ من فهمي:

❹ $\sqrt{81}$ ❺ $-\sqrt{1.96}$ ❻ $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$

يمكنُني استعمالُ تعريفِ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ موجبٍ في حلِّ معادلاتٍ تتضمنُ متغيراتٍ مربعةً، فإذا كانَ $n^2 = c$ فإنَّ $n = \pm\sqrt{c}$

مثال 2

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

❶ $x^2 = 144$

$x^2 = 144$ — المعادلةُ الأصليةُ

$x = \pm\sqrt{144}$ — تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$= \pm 12$ — أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $x = 12$

$(12)^2 \overset{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✓

عندما $x = -12$

$(-12)^2 \overset{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✓

❷ $t^2 = \frac{1}{36}$

$t^2 = \frac{1}{36}$ — المعادلةُ الأصليةُ

$t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$ — تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$= \pm\frac{1}{6}$ — أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $x = \frac{1}{6}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \overset{?}{=} \frac{1}{36}$

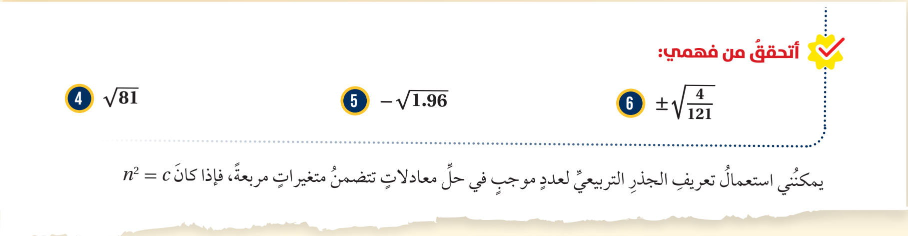
$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓

عندما $x = -\frac{1}{6}$

$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \overset{?}{=} \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓

9



أتحقَّقُ من فهمي:

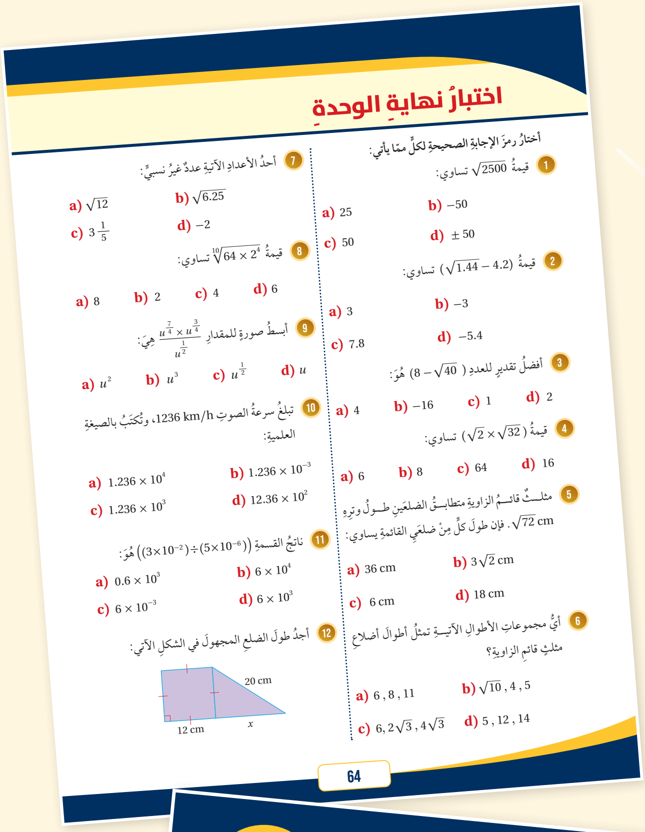
❹ $\sqrt{81}$ ❺ $-\sqrt{1.96}$ ❻ $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$

يمكنُني استعمالُ تعريفِ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ موجبٍ في حلِّ معادلاتٍ تتضمنُ متغيراتٍ مربعةً، فإذا كانَ $n^2 = c$

ج التقويم الختامي:

يأتي هذا التقويم في نهاية عملية التدريس، أو في نهاية الوحدة الدراسية. وهو يساعد على تحديد مدى إتقان الطلبة للمفاهيم والمهارات التي تم تقديمها لهم.

تُوفِّر المناهج المُطوَّرة أداة للتقويم الختامي في كل وحدة، تتمثَّل في فقرة (اختبار نهاية الوحدة) الذي يحوي مسائل مُتنوِّعة تشمل نتاجات الوحدة كلها.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 قيمةُ $\sqrt{2500}$ تساوي:

a) 25 b) −50

c) 50 d) ± 50

2 قيمةُ $(\sqrt{1.44} - 4.2)$ تساوي:

a) 3 b) −3

c) 7.8 d) −5.4

3 أفضلُ تقديرٍ للعددِ $(8 - \sqrt{40})$ هُوَ:

a) 4 b) −16 c) 1 d) 2

4 قيمةُ $(\sqrt{2} \times \sqrt{32})$ تساوي:

a) 6 b) 8 c) 64 d) 16

5 مثلثٌ قائمُ الزاويةِ متطابقُ الضلعَينِ طولُ وترِه $\sqrt{72}$ cm. فإن طولَ كلٍّ مِنْ ضلعَي القائمةِ يساوي:

a) 36 cm b) $3\sqrt{2}$ cm

c) 6 cm d) 18 cm

6 أيُّ مجموعاتِ الأطوالِ الآتيةِ تمثلُ أطوالَ أضلاعِ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ؟

a) 6 , 8 , 11 b) $\sqrt{10}$, 4 , 5

c) 6, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ d) 5 , 12 , 14

7 أحدُ الأعدادِ الآتيةِ عددٌ غيرُ نسبيٍّ:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{6.25}$

c) $3\frac{1}{5}$ d) −2

8 قيمةُ $\sqrt[10]{64 \times 2^4}$ تساوي:

a) 8 b) 2 c) 4 d) 6

9 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{u^{\frac{7}{4}} \times u^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}}$ هِيَ:

a) u^2 b) u^3 c) $u^{\frac{1}{2}}$ d) u

10 تبلغُ سرعةُ الصوتِ 1236 km/h، وتُكتَبُ بالصيغةِ العلميةِ:

a) 1.236×10^4 b) 1.236×10^{-3}

c) 1.236×10^3 d) 12.36×10^2

11 ناتجُ القسمةِ $((3\times10^{-2})\div(5\times10^{-6}))$ هُوَ:

a) 0.6×10^3 b) 6×10^4

c) 6×10^{-3} d) 6×10^3

12 أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في الشكلِ الآتي:

20 cm

12 cm

x

64

3 بعض استراتيجيات التعلُّم:

أ التعلُّم القائم على المشاريع.

يُعَدُّ التعلُّم القائم على المشـاريع أحد أسـاليب التعلُّم الحديثة التي تدمج بين المعرفة والتطبيق؛ إذ يمكن للطلبة دراسة معارف المناهج الدراسية الأساسية، ثم تطبيقها في حلِّ مشكلات حقيقية وصولًا إلى نتائج قابلة للتطبيق. تساعد هذه الطريقة الطلبة على تنمية قدراتهم ومهاراتهـم؛ فهي تراعي الفروق الفردية بينهـم، وتُنمّي لديهم الثقة بالنفس، وتُحفِّزهم على الإبـداع، والتواصل، والابتكار، وتحمُّل المسؤولية، وتُعِدُّهم للحياة، وتحثُّهم على العمل والإنتاج.

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ الحقيقيةُ في الفنِّ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الّذي نوظّفُ فيـهِ ما نتعلّمُهُ في هـذِهِ الوحدةِ حولَ الأعـدادِ الحقيقيةِ ونظريةِ فيثاغورس في رسمِ زخرفةٍ هندسيةٍ على الزجاجِ.

الأدواتُ اللازمةُ:

أنبـوبُ تحديدٍ على الزجـاجِ، فُرَشٌ للتلوينِ، ألوانُ زجاجٍ، لوحٌ زجاجيٌّ

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

أختارُ قياسـاتٍ مناسبةً للشكلِ أدناهُ، ثُمَّ أرسمُهُ على الزّجاجِ باتّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

c c a b d d a

1 أختارُ مربعَينِ كاملَينِ يشـكّلُ جذراهُما بُعدَي المستطيل

3 أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لتحديدِ طولِ الوترِ c. أستعملُ خـطَّ الأعدادِ لتحديدِ c –إذا لزمَ الأمرُ– ثُمَّ أرسـمُ الوترَ، وأكملُ باقيَ الشكلِ.

4 أكملُ الجدولَ الآتيَ بوضعِ إشارةِ (✓) أوْ (✗) في الخانةِ المناسبةِ:

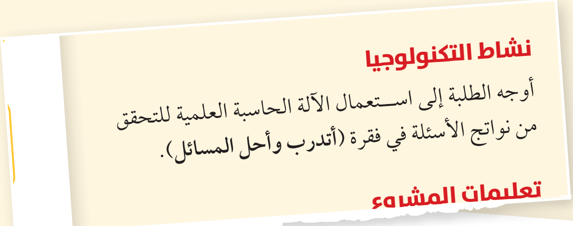
العددُ	نسبيٌّ	غيرُ نسبيٍّ	جذرٌ أصمُّ	جذرٌ غيرُ أصمّ
a				
b				
d				
c				

5 ألوّنُ الشكلَ على الورقةِ؛ تمهيدًا لمحاكاتِهِ على الزجاجِ.

ب التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.

تُسهِم التكنولوجيا إسـهامًا فاعلًا في تعلُّم الرياضيات؛ فهي تُوفِّر تمثيلات بصرية للمفاهيـم الرياضية بصورة تفاعليـة تزيد من رغبة الطلبـة في التعلُّم، وتساعد على استكشـاف المفاهيم الجديدة. إنَّ توافر الأدوات التكنولوجية يساعد الطلبة على التأمُّل والتحليل والتفكير بدلًا من إضاعة أوقاتهم في إجراء الحسابات الرتيبة.

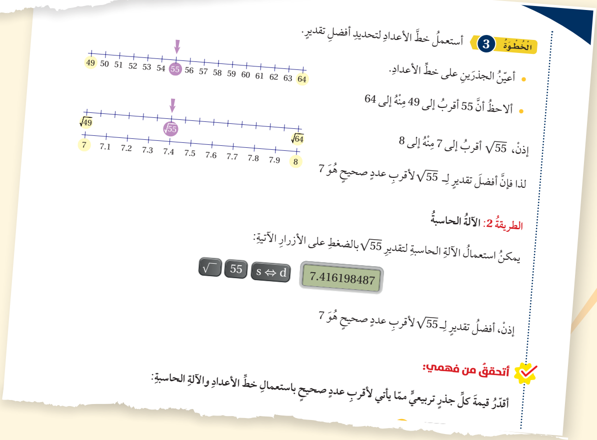
تمنـح أدلة المُعلِّم في مناهج الرياضيـات المُطوَّرة فرصة توظيف عدد من البرمجيات التعليمية في تدريس الطلبة؛ سـواء أكان ذلك في المدرسة، أم في المنزل.



نشاط التكنولوجيا

أوجه الطلبة إلى اسـتعمال الآلة الحاسبة العلمية للتحقق من نواتج الأسئلة في فقرة (أتدرب وأحل المسائل).

تعليمات المشروع



الْخُطْوَةُ 3 أستعملُ خطَّ الأعدادِ لتحديدِ أفضلِ تقديرٍ.

- أعيّنُ الجذرَينِ على خطِّ الأعدادِ.
- ألاحظُ أنَّ 55 أقربُ إلى 49 مِنْهُ إلى 64

إذنْ، $\sqrt{55}$ أقربُ إلى 7 مِنْهُ إلى 8

لذا فإنَّ أفضلَ تقديرٍ لِـ $\sqrt{55}$ لأقربِ عددٍ صحيحٍ هُوَ 7

الطريقةُ 2: الآلةُ الحاسبةُ

يمكنُ استعمالُ الآلةِ الحاسبةِ لتقديرِ $\sqrt{55}$ بالضغطِ على الأزرارِ الآتيةِ:

إذنْ، أفضلُ تقديرٍ لِـ $\sqrt{55}$ لأقربِ عددٍ صحيحٍ هُوَ 7

أتحققُ من فهمي:

أقدّرُ قيمةَ كلِّ جذرٍ تربيعيٍّ ممّا يأتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ باستعمالِ خطِّ الأعدادِ والآلةِ الحاسبةِ:

ج التعلُّم بالاستكشاف.

التعلُّم بالاستكشاف نموذج تعليمي يعمل فيه الطلبة على معالجة المعلومات، وتركيبها، وتحويلها، وصولًا إلى معلومات جديدة باستعمال نشاط مفاهيمي يتضمّن عمليات الاستقراء، أو الاستنباط، أو أيِّ طريقة أُخرى. يمتاز هذا النوع من التعلُّم بتحفيز الطلبة، وإثارة حماسهم، وزيادة دافعيتهم إلى التعلُّم، بما يُوفِّره لهم من تشويق في أثناء اكتشافهم المعلومات باستعمال الأدوات التكنولوجية أو المحسوسات أو غيرها.

تمنح مناهج الرياضيات المطوّرة فرصة لتطبيق هذا النموذج؛ فهي تحوي أنشطة مفاهيميّة خاصة تسبق بعض الدروس.

نشاطٌ مفاهيميٌّ **نظريةُ فيثاغورس**

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بَيْنَ أطوالِ أضلاعِ المثلثِ القائمِ الزاويةِ.

نشاطٌ

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ.

- أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ على ورقةِ مربعاتٍ، وأسمّي أقصرَ ضلعَيْنِ a وَ b والضلعَ الأطولَ c، كما في الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ مربعًا على كلِّ ضلعٍ.

- أرسمُ مربعًا على كلِّ ضلعٍ مِنْ أضلاعِ المثلثِ، وأسمّي مساحاتِ المربعاتِ الثلاثةِ: a^2 , b^2 , c^2، كما في الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 3 أقصُّ وأعيدُ الترتيبَ.

- أقصُّ المربعاتِ الثلاثةَ.
- أنسخُ مِنَ المثلثِ القائمِ الزاويةِ ثمانيَ نسخٍ، ثُمَّ أقصُّها.
- أعيدُ ترتيبَ الأشكالِ لتكوينِ مربعَيْنِ متطابقَيْنِ كبيرَيْنِ كما في الشكلِ المجاورِ.

أحللُ النتائجَ:

- معتمدًا المربعَيْنِ الكبيرَيْنِ المتطابقَيْنِ الناتجَيْنِ مِنَ النشاطِ؛ أصفُ العلاقةَ بَيْنَ a^2 وَ b^2 وَ c^2
- أستعملُ النتيجةَ الّتي توصلْتُ إِلَيْها في الفرعِ السابقِ لكتابةِ معادلةٍ تصفُ العلاقةَ بَيْنَ a^2 وَ b^2 وَ c^2

أفكّرُ: كيفَ يمكنُ استعمالُ المعادلةِ الّتي توصلْتُ إِلَيْها في إيجادِ طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ، إذا كانَ طولا ضلعَيْهِ الآخَرَيْنِ 6 cm, 8 cm؟

21

4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحدّي قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمّي قدراتهم على التأمُّل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوَّرة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتاجات الدرس؛ إذ يحوي بند (مهارات التفكير العليا) عددًا من المسائل ضمن العناوين الآتية:

20 **أنماطٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **تبرير:** في حفلِ تخريجٍ للطلبةِ في إحدى الجامعاتِ، وُزّعَتِ المقاعدُ على 4 أقسامٍ كلٌّ مِنْها على شكلِ مربعٍ فيهِ العددُ نفسُهُ مِنَ المقاعدِ، لتشكّلَ الأقسامُ الأربعةُ معًا مربعًا كبيرًا. إذا كانَ في أحدِ الأقسامِ 625 مقعدًا، فما عددُ المقاعدِ الموضوعةِ على ضلعِ المربعِ الكبيرِ؟ أبرّرُ إجابتي.

أفكّرُ ما العلاقةُ بَيْنَ عددِ المقاعدِ على طولِ ضلعِ المربعِ الكبيرِ وعددِ المقاعدِ على طولِ ضلعِ المربعِ الصغيرِ؟

22 **تبرير:** هَلْ يمكنُ إيجادُ $\sqrt{-100}$؟ أبرّرُ إجابتي.

23 **تحدٍّ:** قرّرتْ مصمِّمةٌ تغطيةَ أرضيةِ مسرحٍ مربعةِ الشكلِ بنوعٍ خاصٍّ مِنَ الخشبِ سعرُ المترِ المربعِ الواحدِ مِنْهُ JD 4، فبلغَتِ التكلفةُ JD 1024. أجدُ طولَ المسرحِ.

أفكّرُ ما العلاقةُ بَيْنَ مساحةِ أرضيةِ المسرحِ والتكلفةِ؟

24 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ مالكٌ: إنَّ $\sqrt{64} = \pm 8$؛ لأنَّ $64 = (\pm 8)^2$. هَلْ ما يقولُهُ مالكٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

25 **أكتبُ** كيفَ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ لعددٍ ما؟

12

تبرير: يتطلَّب حلُّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلِّ جميعها.

تحدٍّ: تتضمَّن هذه المسائل أفكارًا غير مألوفة تُمثِّل تحدِّيًا للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلًّا واحدًا فقط.

أكتشف الخطأ: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحتِّم عليهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيُّها مختلف؟: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال؟: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلَب إليهم كتابة هذه المسألة.

5 تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها:

تُعَدُّ المصطلحات إحدى ركائز تعلُّم الرياضيات؛ فهي الوعاء الذي يحمل المعاني الرياضية، وينقلها بين المسائل والسياقات المختلفة. ولهذا أبرزت مناهج الرياضيات المطورة المصطلحات الرياضية التي يتعرَّفها الطلبة أول مرَّة، وميَّزتها بلون مختلف داخل نصوص الشرح، وأوردت مرادفاتها من اللغة الإنجليزية بهدف إثراء معرفة الطلبة.


الدرسُ 1 الجذورُ التربيعيةُ

فكرةُ الدرسِ

أجدُ قيمةَ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ، وأستخدمُهُ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

المصطلحاتُ

الجذرُ التربيعيُّ، الجذرُ التربيعيُّ الرئيسُ، المجذورُ

أستكشفُ

إذا استمرَّ النمطُ في الشكلِ الآتي، فما رقمُ أولِ شكلٍ يحتوي أكثرَ مِنْ 180 وَحدةً مربعةً؟

الجذرُ التربيعيُّ (square root) لعددٍ ما هُوَ أحدُ عاملَيهِ المتساويَين. ولأيِّ عددٍ موجبٍ جذرانِ تربيعيانِ، أحدُهُما موجبٌ والآخرُ سالبٌ، ويُسمّى الموجبُ منهُما **الجذرَ التربيعيَّ الرئيسَ** (principal square root). ويستعملُ رمزُ الجذرِ التربيعيِّ $\sqrt{\ }$ للدلالةِ على الجذرِ التربيعيِّ الرئيسِ، ويُسمّى العددُ أسفلَ الجذرِ **المجذورَ** (radicand).

$\sqrt{64}$ ← الجذرُ التربيعيُّ الرئيسُ للعددِ 64

$-\sqrt{64}$ ← معكوسُ الجذرِ التربيعيِّ الرئيسِ للعددِ 64

$\pm\sqrt{64}$ ← الجذرانُ التربيعيّانُ للعددِ 64

لغةُ الرياضياتِ

يُقرأُ الرمزُ ± موجبًا أَوْ سالبًا، ويدلُّ على كِلا الجذرَينِ التربيعيَّينِ للعددِ الموجبِ.

مثال 1

أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{36}$

$\sqrt{36} = 6$ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ الموجبَ للعددِ 36

② $\pm\sqrt{1.69}$

$\pm\sqrt{1.69} = \pm 1.3$ أجدُ الجذرَينِ التربيعيَّينِ للعددِ 1.69

8


الجذرُ التربيعيُّ (square root)

الآخرُ سالبٌ، ويُسمّى الم

$\sqrt{\ }$ للدلالة ع

6 الوصول إلى الطلبة كافةً:

تراعي مناهج الرياضيات المُطوَّرة تكافُؤ الفرص بين الطلبة، وخصوصية كل منهم (التمايز)، وتساعد على تجاوز العثرات، وتعزيز مناحي التفوّق.

- يُفضَّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لِما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيُّل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.


يمكنُ جمعُ الجذورِ التربيعيةِ الصّمّاءِ وطرحُها بطريقةٍ مشابهةٍ لجمعِ الحدودِ الجبريةِ وطرحِها، بشرطِ أَنْ يتساوى المجذورُ في كلٍّ منها.

$3\sqrt{5},\ 7\sqrt{5}$ جذرانِ متشابهانِ

$3\sqrt{5},\ 5\sqrt{3}$ جذرانِ غيرُ متشابهَينِ

مثال 4

أبسطُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{20}+\sqrt{45}$

$\sqrt{20}+\sqrt{45}=\sqrt{4\times5}+\sqrt{9\times5}$ أحللُ

$=\sqrt{4}\times\sqrt{5}+\sqrt{9}\times\sqrt{5}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

$=2\times\sqrt{5}+3\times\sqrt{5}$ $\sqrt{4}=2\ ,\sqrt{9}=3$

$=5\sqrt{5}$ أجمع

17

إرشادات:

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة على جذور متشابهة وأخرى غير متشابهة قبل البدء بحل المثال 4؛ لما لذلك من أثر في تعزيز المفهوم لديهم.
- يُفضَّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لِما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيُّل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن جسر وادي الغفر في محافظة إربد، ومشاركة المعلومات التي يحصلون عليها في اليوم التالي مع زملائهم/ زميلاتهن في الصف.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعد الطلبة عند حل المسائل بجمع جذرين غير متشابهين وطرحهما؛ لذا أوضح لهم أهمية التحقق من تساوي المجذور في كل من الجذور المراد جمعها أو طرحها.

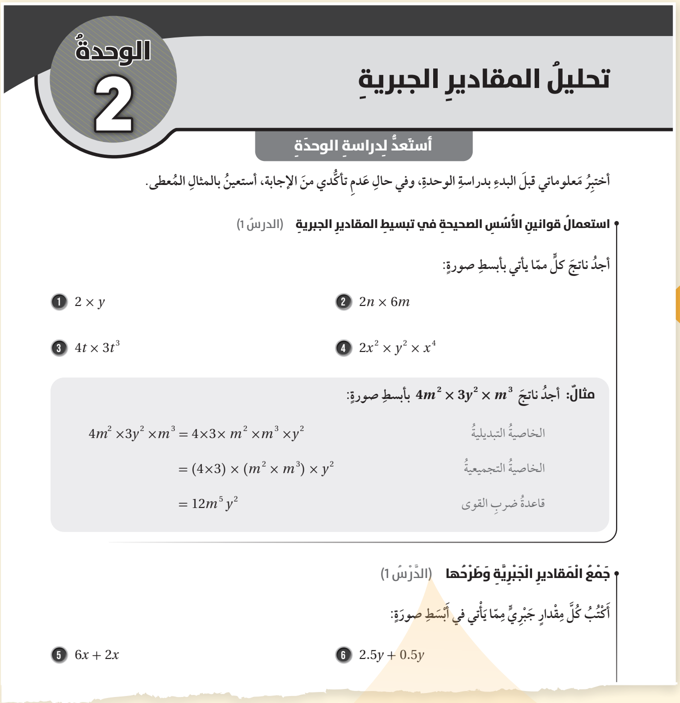
17

7 مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أولًا: مصادر التعلّم الميسّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي

أ صفحات "أستعدّ لدراسة الوحدة" في كتاب التمارين.

تهدف الصفحات التي عنوانها (أستعدّ لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين إلى مساعدة الطلبة على تذكّر المعرفة التي درسوها في صفّ سابق أو صفّين سابقين، وهي تحتوي فقرات يعالج كلّ منها مفهومًا رياضيًّا مختلفًا، وكلّ من هذه المفاهيم مرتبط بدرس محدّد في كتاب الطالب.



الوحدةُ 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

استعمالُ قوانينِ الأُسُسِ الصحيحةِ في تبسيطِ المقاديرِ الجبريةِ (الدرسُ 1)

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

❶ $2 \times y$

❷ $2n \times 6m$

❸ $4t \times 3t^3$

❹ $2x^2 \times y^2 \times x^4$

مثالٌ: أجدُ ناتجَ $4m^2 \times 3y^2 \times m^3$ بأبسطِ صورةٍ:

الخاصيةُ التبديليةُ	$4m^2 \times 3y^2 \times m^3 = 4 \times 3 \times m^2 \times m^3 \times y^2$
الخاصيةُ التجميعيةُ	$= (4 \times 3) \times (m^2 \times m^3) \times y^2$
قاعدةُ ضربِ القوى	$= 12m^5 y^2$

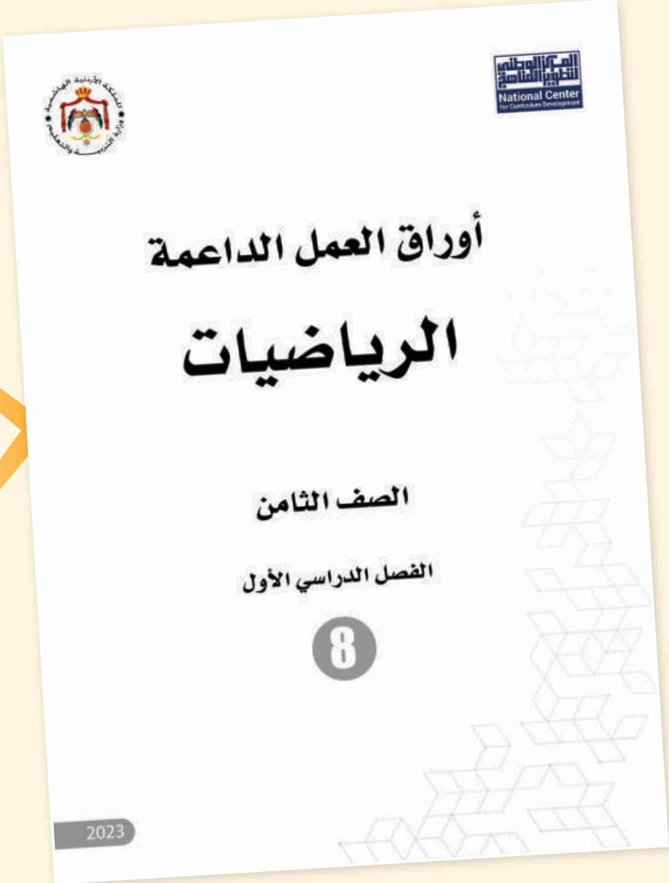
جَمْعُ الْمَقاديرِ الْجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُها (الدَّرْسُ 1)

أَكْتُبُ كُلَّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي في أَبْسَطِ صورَةٍ:

❺ $6x + 2x$

❻ $2.5y + 0.5y$

جَمْعُ الْمَقاديرِ الْجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُها (الدَّرْسُ 1)



أوراق العمل الداعمة

الرياضيات

الصف الثامن

الفصل الدراسي الأول

8

2023

ب أوراق العمل الداعمة

تهدف أوراق العمل الداعمة إلى معالجة المفاهيم الرياضية البسيطة التي تُعَدّ أساسًا للتعلم الحالي علمًا بأن الطلبة درسوها في صفوف بعيدة زمنيًّا عن صفهم الحالي.

بُنِيَت أوراق العمل الداعمة بطريقة مشابهة لصفحات (أستعدّ لدراسة الوحدة)؛ تسهيلًا على كل من المعلمين/ المعلمات والطلبة؛ إذ إن هذه البنية مألوفة لهم.

ج دليل المعلم

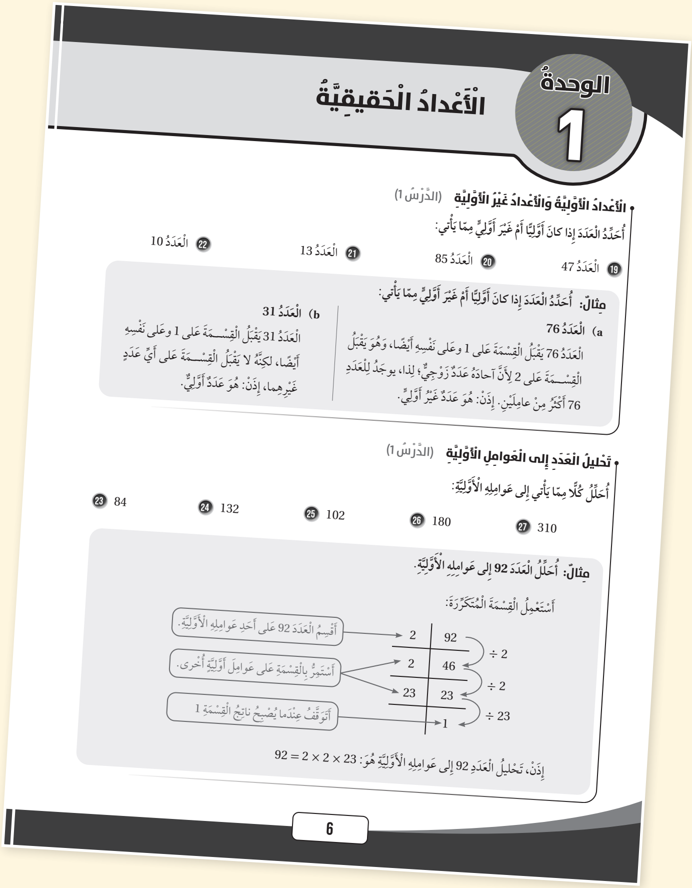
يقدّم دليل المعلم في مبحث الرياضيات إرشادات تفصيلية لإجراءات معالجة الفاقد التعليمي في الحصّة الصفّيّة بطريقة تضمن استمرار تدريس الكتاب المدرسي في كل حصة؛ بوصفه مصدرًا أساسيًّا للتعلُّم، مع الحرص على تمكين الطلبة جميعهم وبمختلف مستوياتهم من اللحاق بالتعلم الحاليّ في أسرع وقت ممكن.

أمسح الرمز المجاور للحصول على نسخة إلكترونية من كتيب أوراق العمل الداعمة.

ثانيًا: إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية

- يحدد المعلم/ المعلمة من كُتيّب أوراق العمل الداعمة الفقرات المرتبطة بنتاجات الدرس التـي يُتوقَّع تحقيقها في الحصـة القادمة، ويطلب إليهم جميعًا حلّهـا واجبًا منزليًّا بوصفه اختبارًا تشـخيصيًّا؛ لغايات تقييم الطلبة وتحديد مستوياتهم واحتياجاتهم.

- في الدقائق العشـر الأولى من الحصة التالية، يتجـوّل المعلّم/ المعلّمة بين الطلبة؛ لتحديد الفقرات التي أظهرت حاجتهم إلى التحسين فيها، ويشاركهم بمناقشـة الأمثلة المحلولة في تلك الفقرات على اللوح، ثم يطلب إليهم حل التدريبات المرتبطة بتلك الأمثلة.



الوحدةُ 1

الْأَعْدادُ الْحَقيقِيَّةُ

الْأَعْدادُ الْأَوَّلِيَّةُ وَالْأَعْدادُ غَيْرُ الْأَوَّلِيَّةِ (الدَّرْسُ 1)

أُحَدِّدُ الْعَدَدَ إِذا كانَ أَوَّلِيًّا أَمْ غَيْرَ أَوَّلِيٍّ مِمّا يَأْتي:

⑲ الْعَدَدُ 47 ⑳ الْعَدَدُ 85 ㉑ الْعَدَدُ 13 ㉒ الْعَدَدُ 10

مِثالٌ: أُحَدِّدُ الْعَدَدَ إِذا كانَ أَوَّلِيًّا أَمْ غَيْرَ أَوَّلِيٍّ مِمّا يَأْتي:

a) الْعَدَدُ 76

الْعَدَدُ 76 يَقْبَلُ الْقِسْمَةَ عَلى 1 وعَلى نَفْسِهِ أَيْضًا، وَهُوَ يَقْبَلُ الْقِسْـمَةَ عَلى 2 لِأَنَّ آحادَهُ عَدَدٌ زَوْجِيٌّ؛ لِذا، يوجَدُ لِلْعَدَدِ 76 أَكْثَرُ مِنْ عامِلَيْنِ. إِذَنْ: هُوَ عَدَدٌ غَيْرُ أَوَّلِيٍّ.

b) الْعَدَدُ 31

الْعَدَدُ 31 يَقْبَلُ الْقِسْـمَةَ عَلى 1 وعَلى نَفْسِهِ أَيْضًا، لكِنَّهُ لا يَقْبَلُ الْقِسْـمَةَ عَلى أَيِّ عَدَدٍ غَيْرِهِما، إِذَنْ: هُوَ عَدَدٌ أَوَّلِيٌّ.

تَحْليلُ الْعَدَدِ إِلى الْعَوامِلِ الْأَوَّلِيَّةِ (الدَّرْسُ 1)

أُحَلِّلُ كُلًّا مِمّا يَأْتي إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ:

㉗ 310 ㉖ 180 ㉕ 102 ㉔ 132 ㉓ 84

مِثالٌ: أُحَلِّلُ الْعَدَدَ 92 إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ.

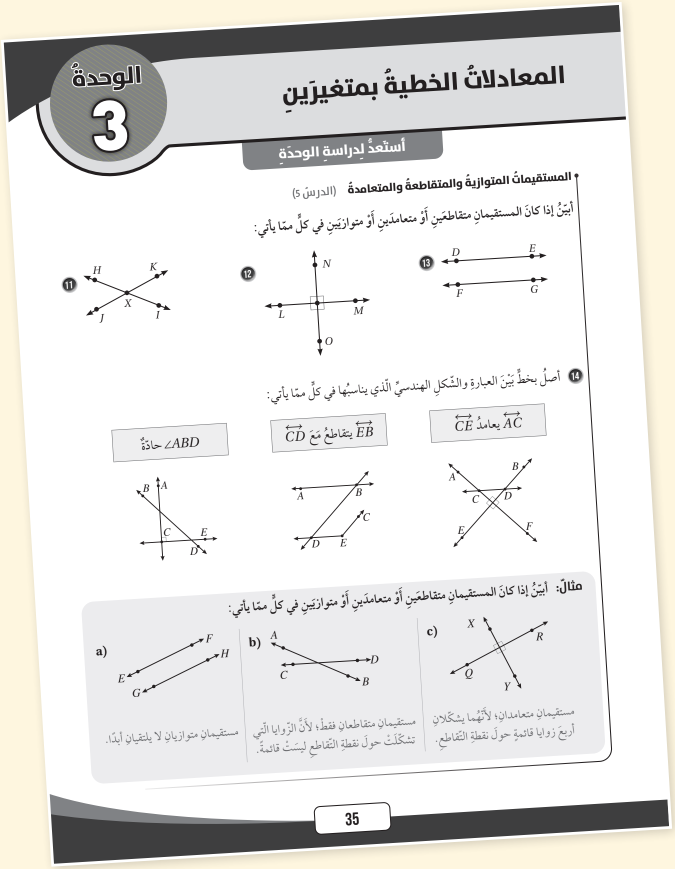
أَسْتَعْمِلُ الْقِسْمَةَ الْمُتَكَرِّرَةَ:

إِذَنْ، تَحْليلُ الْعَدَدِ 92 إِلى عَوامِلِهِ الْأَوَّلِيَّةِ هُوَ: $92 = 2 \times 2 \times 23$

6

- بعد ذلك يوجّه المعلم/ المعلمة الطلبة جميعهم إلى الفقرات المرتبطة بنتاجات الدرس التي يُتوقَّع تحقيقها في الحصة الحالية من صفحات (أسـتعد لدراسـة الوحدة) في كتاب التمارين، ثم يطلب إليهم حلّ تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية، تحت إشرافه وبمتابعته الحثيثة.

- يتجـوّل المعلـم/ المعلمة بين الطلبـة لمتابعتهم في أثناء الحـلّ، وفي حال واجهتهـم صعوبة في الحلّ فإنّـه يوجّههم إلى الاسترشـاد بالمثال المعطى. وإذا أنهى الطلبة ذوو المسـتويين المتوسـط وفوق المتوسـط الحلّ، يطلب إليهم المعلم/ المعلمة مساعدة زملائهم/ زميلاتهم من ذوي المستوى دون المتوسط؛ تجسيدًا لأسلوب التعلّم بالأقران.



الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

المستقيماتُ المتوازيةُ والمتقاطعةُ والمتعامدةُ (الدرسُ 5)

أبيّنُ إذا كانَ المستقيمانِ متقاطعَينِ أَوْ متعامدَينِ أَوْ متوازيَينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑭ أصلُ بخطٍّ بَيْنَ العبارةِ والشّكلِ الهندسيِّ الّذي يناسبُها في كلٍّ ممّا يأتي:

$\overleftrightarrow{AC}$ يعامدُ $\overleftrightarrow{CE}$

$\overleftrightarrow{EB}$ يتقاطعُ مَعَ $\overleftrightarrow{CD}$

$\angle ABD$ حادّةٌ

مثالٌ: أبيّنُ إذا كانَ المستقيمانِ متقاطعَينِ أَوْ متعامدَينِ أَوْ متوازيَينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

c) مستقيمانِ متعامدانِ؛ لأَنَّهُما يشكّلانِ أربعَ زوايا قائمةٍ حولَ نقطةِ التّقاطعِ.

b) مستقيمانِ متقاطعانِ فقطْ؛ لأَنَّ الزّوايا الّتي تشكّلَتْ حولَ نقطةِ التّقاطعِ ليسَتْ قائمةً.

a) مستقيمانِ متوازيانِ لا يلتقيانِ أبدًا.

35

استراتيجيات تدريس إضافية

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، تساعد مناهج الرياضيات المُطوَّرة على تطبيق أحدث استراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر مُنظَّمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في هذا الدليل، علمًا بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لك؛ إذ يُمكِن لك اختيار طرائق التدريس المناسبة داخل غرفة الصف؛ فأنت أكثر علمًا بأحوال غرفة الصف، والوسائل والتجهيزات المتوافرة في المدرسة.

في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعد على تقديم الدروس:

التعلُّم المقلوب (Flipped Learning):

يسهم هذا الأسلوب في تعزيز مهارات التعلم الذاتي واستثمار وقت الحصة الصفية استثمارًا كبيرًا والتركيز على المحتوى والمفاهيم العلمية بشكل مكثف. تتيح هذه الاستراتيجية لك إعداد الدروس وإطلاع الطلبة عليها مسبقًا بالاستعانة بالتقنيات الحديثة وشبكة (الإنترنت)، إذ يمكن إرسال مقاطع مرئية (فيديوهات) أو ملفات صوتية أو غيرها من الوسائط إلى الطلبة، والطلب إليهم الاطلاع عليها في المنازل قبل وقت كافٍ من الوقت المخصص لعرض الدرس، عن طريق الوسائل المتاحة لهم (حاسوب، هاتف ذكي، جهاز لوحي). يتعين عليك تجهيز أنشطة متنوعة لتنفيذها في اللقاء الصفي تهدف إلى تطبيق المفاهيم التي اكتسبها الطلبة ومناقشة المحتوى العام للدرس، وتشمل أنشطة التعلم النشط والاستقصاء، والتجريب، وحلّ المسائل الرياضية، وبما يعزز مهارات العمل بروح الفريق وتقييم التعلم.

بطاقة الخروج (Exit Ticket):

أسلوب يتضمَّن مهمة قصيرة يُنفِّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجيب الطلبة عن أسئلة قصيرة مُحدَّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة، بعد ذلك عليك جمع البطاقات لقراءة الإجابات، ثم التعليق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثِّل تغذية راجعة يُستنَد إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت) (Hand Up):

أسلوب يُستعمَل لإدارة الصف. وفيه عليك رفع يدك، فيستجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشاتهم فورًا. تُعَدُّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكِن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. تجدر الإشارة إلى أنَّ رفع يدك يجب أنْ يُقابَل باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المُرقَّمة (Numbered Heads):

أسلوب يُستعمَل لإدارة الصف، وتوزيع المسؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشوائي لمشاركاتهم وإجابتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعند طلبك الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، يختار الفرد رقمًا من دون أنْ يعرف زميله/ زميلتها، فيجيب من يقع عليه الاختيار عن السؤال، ويمكن أن يتم ذلك بمساعدة أفراد المجموعة.

أنا أُفكِّر، نحن نُفكِّر (I Think, We Think):

أسلوب يُستعمَل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعِدُّ كل مجموعة ورقة تتضمَّن جدولًا من عمودين؛ عنوان الأوَّل: (أنا أُفكِّر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكِّر). ثم يمكنك توجيه سؤال يجيب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأوَّل، ثم يُناقِش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكِن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمُّل التغيُّر في تفكيرهم نتيجة التحدُّث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة (Small Boards):

أسلوب يُستعمَل للتقويم. وفيه يُمسِك كل طالب/ طالبة بلوح صغير (يُمكِن أنْ يُصنَع من قطعة كرتون مقوًّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطبشور، أو قطعة كرتون عليها لاصق شفّاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم يمكنك توجيه سؤال يجيب عنه الطلبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ للتمكن من مشاهدة الإجابات بسهولة. يُسهِم هذا الأسلوب في زيادة مشاركة الطلبة؛ لأنَّهم يجيبون جميعًا في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهِم أيضًا في التقويم التكويني؛ إذ يمكنك ملاحظة نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.

الوحدة 1

الأعداد الحقيقية

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 1	1
الدرس 1: الجذور التربيعية	• إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد. • توظيف مربع العدد والجذر التربيعي لعدد في حل مسائل حياتية.	الجذر التربيعي. الجذر التربيعي الرئيس. المجذور.	• ألواح صغيرة.	3
الدرس 2: الجذور الصماء	• تقدير قيمة الجذر التربيعي.	الجذور الصماء. إنطاق المقام.	• ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية.	4
نشاط مفاهيمي: نظرية فيثاغورس	• استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.		• ورق مربعات. • أقلام ملونة.	1
الدرس 3: نظرية فيثاغورس	• استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية. • حل مسائل حياتية باستعمال نظرية فيثاغورس وعكسها.	نظرية فيثاغورس. الوتر. الساقان. عكس نظرية فيثاغورس.	• ورقة المصادر 2 • ألواح صغيرة. • خيوط طويلة. • أدوات هندسية.	3
الدرس 4: الأعداد الحقيقية	• تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية. • تمثيل الأعداد غير النسبية على خط الأعداد. • حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية.	العدد غير النسبي. العدد الحقيقي.	• ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية. • أدوات هندسية.	4
الدرس 5: الأسس النسبية والجذور	• الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها.	الأس النسبي. الجذر النوني. دليل الجذر.	• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 3	3
الدرس 6: ضرب الأسس النسبية وقسمتها	• استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها.		• ألواح صغيرة. • آلة حاسبة علمية.	3
الدرس 7: الصيغة العلمية	• كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية. • ضرب أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، وقسمتها.	الصيغة العلمية.	• ألواح صغيرة.	3
الدرس 8: النسبة المئوية	• إيجاد نسب مئوية أكبر من 100% وأصغر من 1% • إيجاد النسبة المئوية للتغير (التزايد أو التناقص). • حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.	النسبة المئوية للتغير. نسبة الزيادة المئوية. نسبة النقصان المئوية. النسبة المئوية العكسية.	• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 4 • ورقة المصادر 5 • آلة حاسبة علمية.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• أنبوب تحديد على الزجاج. • فرش للتلوين. • ألوان زجاج. • لوح زجاج.	1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				30 حصة

الوحدة
1

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلَّموه في الصف السابع عن الأعداد النسبية؛ لتعرُّف الأعداد الحقيقية، ليبدأ الطلبة في هذه الوحدة تعرف الجذور التربيعة والجذور الصماء، ثم سيتعرفون الأعداد غير النسبية.

سيبني الطلبة أيضًا على ما تعلَّموه في الصف السابع عن قوانين الأسس الصحيحة؛ لتعرف الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها، وضرب الأسس النسبية وقسمتها.

إضافةً إلى ما سبق، سيتعرَّف الطلبة نظرية فيثاغورس، وكيفية استعمالها لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية، وسيتعرفون أيضًا كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وإجراء عمليتي الضرب والقسمة، وسيتعرفون كيفية إيجاد النسب المئوية التي تكون أكبر من 100%، أو أقل من 1%، والنسبة المئوية للتغير، والنسبة المئوية العكسية.

الوحدةُ
1

الأعدادُ الحقيقيّةُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للأعـداDِ الحقيقيّةِ تطبيقـاتٌ حياتيةٌ كثيرةٌ، منها قيـاسُ الأطـوالِ ونِسَـبِ التغيّرِ في الكمّيـاتِ بدقـةٍ. ويمكنُ أيضًا اسـتعمالُ الأعـدادِ الحقيقيّـةِ للتعبيرِ عَـنِ الكمّياتِ الكبيـرةِ جـدًّا أَوِ الصغيرةِ جـدًّا، مثلِ قُطرِ الحِمضِ النوويِّ بالصيغةِ العِلميةِ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

✓ تبسيطَ مقاديرَ عدديةٍ تتضمنُ أُسُسًا صحيحةً بتطبيقِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ.

✓ حلَّ مسـائلَ حياتيةٍ باسـتعمالِ التناسـبِ والتقسيمِ التناسبيِّ.

✓ حلَّ مسـائلَ على النسـبةِ المئويةِ تتضمنُ الخصمَ أَوِ الضريبةَ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- التمييزَ بَيْنَ الأعدادِ النسبيةِ وغيرِ النسبيةِ.
- توظيفَ نظريةِ فيثاغورس وعكسَـها في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.
- تطبيقَ قوانينِ الأُسُـسِ النسبيةِ في تبسيطِ مقاديرَ أُسّيةٍ.
- حلَّ مسائلَ حياتيةٍ على النسبةِ المئويةِ.

6

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- تعرف الأعداد النسبية وتمثيلها على خط الأعداد.
- كتابة العدد النسبي بالصورة العشرية.
- المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها.
- إجراء العمليات على الأعداد النسبية.
- تعرف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

الصف الثامن

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- تقدير قيمة الجذر التربيعي.
- استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية.
- تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية، وتمثيلها على خط الأعداد.
- حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية.
- الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها.
- استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها.
- كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وإجراء عمليتي الضرب والقسمة عليها.
- حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.

الصفان العاشر والثاني عشر العلمي

- كتابة تعابير عددية بأسس نسبية في أبسط صورة.
- كتابة مقادير جبرية نسبية وجذرية في أبسط صورة.
- ضرب المقادير الأسية ذات الأساسات المتشابهة وقسمتها.
- تمييز الأعداد المركبة.
- إجراء العمليات الحسابية الأربع على الأعداد المركبة.
- إيجاد جذري العدد المركب التربيعيين .

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ الحقيقيةُ في الفنِّ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الّذي نوظّفُ فيهِ ما نتعلّمُهُ في هذِهِ الوحدةِ حولَ الأعدادِ الحقيقيةِ ونظريةِ فيثاغورس في رسمِ زخرفةٍ هندسيةٍ على الزجاجِ.

الأدواتُ اللازمةُ: أنبوبُ تحديدٍ على الزجاجِ، فُرَشٌ للتلوينِ، ألوانُ زجاجٍ، لوحٌ زجاجيٌّ

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

أختارُ قياساتٍ مناسبةً للشكلِ أدناهُ، ثُمَّ أرسمُهُ على الزّجاجِ باتّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

1. أختارُ مربعَينِ كاملَينِ يشكّلُ جذراهُما بُعدَيِ المستطيلِ a وَ b، ثُمَّ أرسمُ المستطيلَينِ في الأعلى والأسفلِ على ورقةٍ.
2. أختارُ جذرًا أصمَّ ليشكّلَ المسافةَ d، وأستخدمُ خطَّ الأعدادِ لتحديدِهِ بدقةٍ. أرسمُ الضلعَينِ اللّذَينِ طولُ كلٍّ منهُما d.
3. أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لتحديدِ طولِ الوترِ c. أستعملُ خطَّ الأعدادِ لتحديدِ c -إذا لزمَ الأمرُ- ثُمَّ أرسمُ الوترَ، وأكملُ باقيَ الشكلِ.
4. أكملُ الجدولَ الآتيَ بوضعِ إشارةِ (✓) أوْ (✗) في الخانةِ المناسبةِ:

العددُ	نسبيٌّ	غيرُ نسبيٍّ	جذرٌ أصمُّ	جذرٌ غيرُ أصمَّ
a				
b				
d				
c				

5. ألوّنُ الشكلَ على الورقةِ؛ تمهيدًا لمحاكاتِهِ على الزجاجِ.
6. أرسمُ الشكلَ على الزجاجِ محافظًا على القياساتِ الّتي اخترْتُها، وألوّنُهُ.

عرضُ النتائجِ:

تعرضُ المجموعاتُ زخارفَها على الزجاجِ وجداولَها، وتناقشُ كيفيةَ اختيارِ الأطوالِ.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تقدير قيمة جذور تربيعية صماء.			
2	استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال أضلاع مجهولة.			
3	التمييز بين الأعداد النسبية وغير النسبية.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المُحدَّد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1	تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2	تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3	تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشـروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلَّمه الطلبة حول الأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورس في رسم زخرفة هندسية على الزجاج.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أُعرِّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلُّم موضوعات الوحدة.
- أُوزِّع الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على وجود طلبة من مستويات متفاوتة في كل مجموعة، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أُوضِّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المُنتَج النهائي المطلوب إليهم إنجازه، وأؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أُذكِّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أُبيِّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيِّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
  - » اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام أفراد المجموعات الأُخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثَّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
  - » الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها في أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكَّنوا من التغلُّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

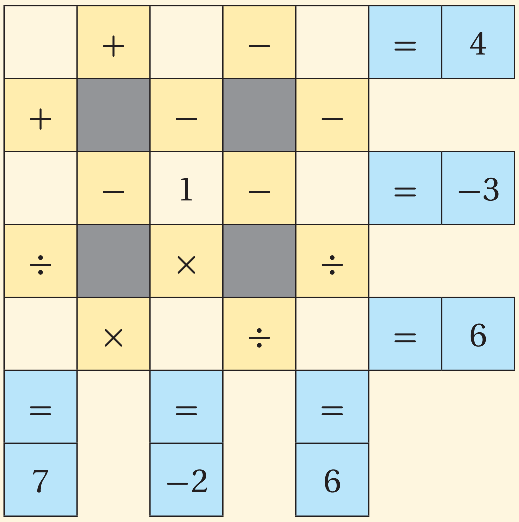
هدف النشاط:

تشجيع الطلبة على استكشاف كيفية توظيف أولويات العمليات للحصول على ناتج محدد.

المواد والأدوات:

ورقة المصادر 1: لعبة الأرقام المتقاطعة.

خطوات العمل:



	+		−		=	4
+	▨	−	▨	−		
	−	1	−		=	−3
÷	▨	×	▨	÷		
	×		÷		=	6
=		=		=		
7		−2		6		

- أُوزِّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أُزوِّد كل مجموعة **بورقة المصادر 1: لعبة الأرقام المتقاطعة.**
- أوضح للطلبة المطلوب من النشاط وهو تعبئة المربعات الفارغة بالأرقام 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 أفقيًّا وعموديًّا للحصول على معادلة صحيحة.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط، وأشجعهم على مناقشة الإجابات المختلفة التي يمكنهم الحصول عليها في حال اتبعوا أولويات العمليات، أم لم يتبعوها.
- أطلب إلى المجموعات تسجيل الإجابات الصحيحة في نسختهم من اللعبة.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل اللعبة مع الصف كاملًا.

✓ **إرشاد:** قد يحتاج بعض الطلبة إلى تذكير بأولويات العمليات الحسابية؛ لذا أذكرهم بها مع تقديم أمثلة لهم على ذلك.

التكيُّف: يمكن تزويد الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط بالأرقام التي يجب استعمالها في كل سطر، وأطلب إليهم إعادة ترتيبها للحصول على معادلة صحيحة.

توسعة: أُوجِّه الطلبة المُتميِّزين إلى عمل لعبة الأرقام المتقاطعة الخاصة بهم، وتبادلها مع زملائهم/ زميلاتهن.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- توظيف مربع العدد والجذر التربيعي لعدد في حل مسائل حياتية.

نتاجات التعلم القبلي:

- إيجاد الجذر التربيعي لعدد كلي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أذكر عددين أمام الطلبة بصوت مسموع، على أن يكون أحدهما مربعًا كاملًا والآخر مكعبًا كاملًا، أو أن يكون الجذر التربيعي أو التكعيبي لأحدهما عددًا صحيحًا والآخر جذره التربيعي أو التكعيبي عددًا غير صحيح، ثم أطلب إلى الطلبة كتابة جملة تصف الفرق بين العددين على ألواحهم الصغيرة، وأشجعهم على وصف العددين باستعمال القوى والأسس.
- أطلب إلى الطلبة رفع ألواحهم عاليًّا، وأقدم لهم التغذية الراجعة على الجمل التي كتبوها.

مثال: أذكر العددين 8 و 16، ويمكن أن تكون الإجابة: (8 مكعب كامل، 16 مربع كامل).

- في ما يأتي مجموعة من أزواج الأعداد التي يمكن ذكرها للطلبة:

a) 121 , 125　　**b)** 27 , 100

c) $\sqrt{49}$, $\sqrt{8}$　　**d)** $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{25}$

الدرس 1 الجذورُ التربيعيةُ

فكرةُ الدرسِ

أجدُ قيمةَ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ، وأستخدمُهُ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

المصطلحاتُ

الجذرُ التربيعيُّ، الجذرُ التربيعيُّ الرئيسُ، المجذورُ

أستكشفُ

إذا استمرَّ النمطُ في الشكلِ الآتي، فما رقمُ أولِ شكلٍ يحتوي أكثرَ مِنْ 180 وَحدةً مربعةً؟

الجذرُ التربيعيُّ (square root) لعددٍ ما هُوَ أحدُ عاملَيهِ المتساويَينِ. ولأيِّ عددٍ موجبٍ جذرانِ تربيعيانِ، أحدُهُما موجبٌ والآخرُ سالبٌ، ويُسمّى الموجبُ منهُما **الجذرَ التربيعيَّ الرئيسَ** (principal square root). ويستعملُ رمزُ الجذرِ التربيعيِّ $\sqrt{}$ للدلالةِ على الجذرِ التربيعيِّ الرئيسُ، ويُسمّى العددُ أسفلَ الجذرِ **المجذورَ** (radicand).

الجذرُ التربيعيُّ الرئيسُ للعددِ 64 ← $\sqrt{64}$

معكوسُ الجذرُ التربيعيُّ الرئيسُ للعددِ 64 ← $-\sqrt{64}$

الجذرانُ التربيعيّانُ للعددِ 64 ← $\pm\sqrt{64}$

لغةُ الرياضياتِ

يُقرأُ الرمزُ ± موجبًا أَوْ سالبًا، ويدلُّ على كِلا الجذرَينِ التربيعيَّينِ للعددِ الموجبِ.

مثال 1

أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{36}$

أجدُ الجذرَ التربيعيَّ الموجبَ للعددِ 36　　$\sqrt{36} = 6$

② $\pm\sqrt{1.69}$

أجدُ الجذرَينِ التربيعيَّينِ للعددِ 1.69　　$\pm\sqrt{1.69} = \pm 1.3$

تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التفريق بين مفهومي المربع الكامل والمكعب الكامل؛ لذا أوضح لهم المفهومين، وأُقدِّم لهم الدعم اللازم من خلال مزيد من الأمثلة.
- أطلب إلى الطلبة المتميزين توجيه أسئلة مشابهة لفكرة النشاط على زملائهم/ زميلاتهن.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » في النمط الظاهر في المسألة، ما العلاقة بين رقم الشكل وعدد مربعات الوحدة؟ مربع رقم الشكل يساوي عدد مربعات الوحدة.
  - » ما رقم الشكل الذي عدد مربعاته 100؟ 10
  - » ما رقم أول شكل يحتوي أكثر من 180 وحدة مربعة؟ الشكل 14
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.
- لا يقل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطّئ أحدًا، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمَنْ يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه/ أعززها كما عززت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

3 التدريس

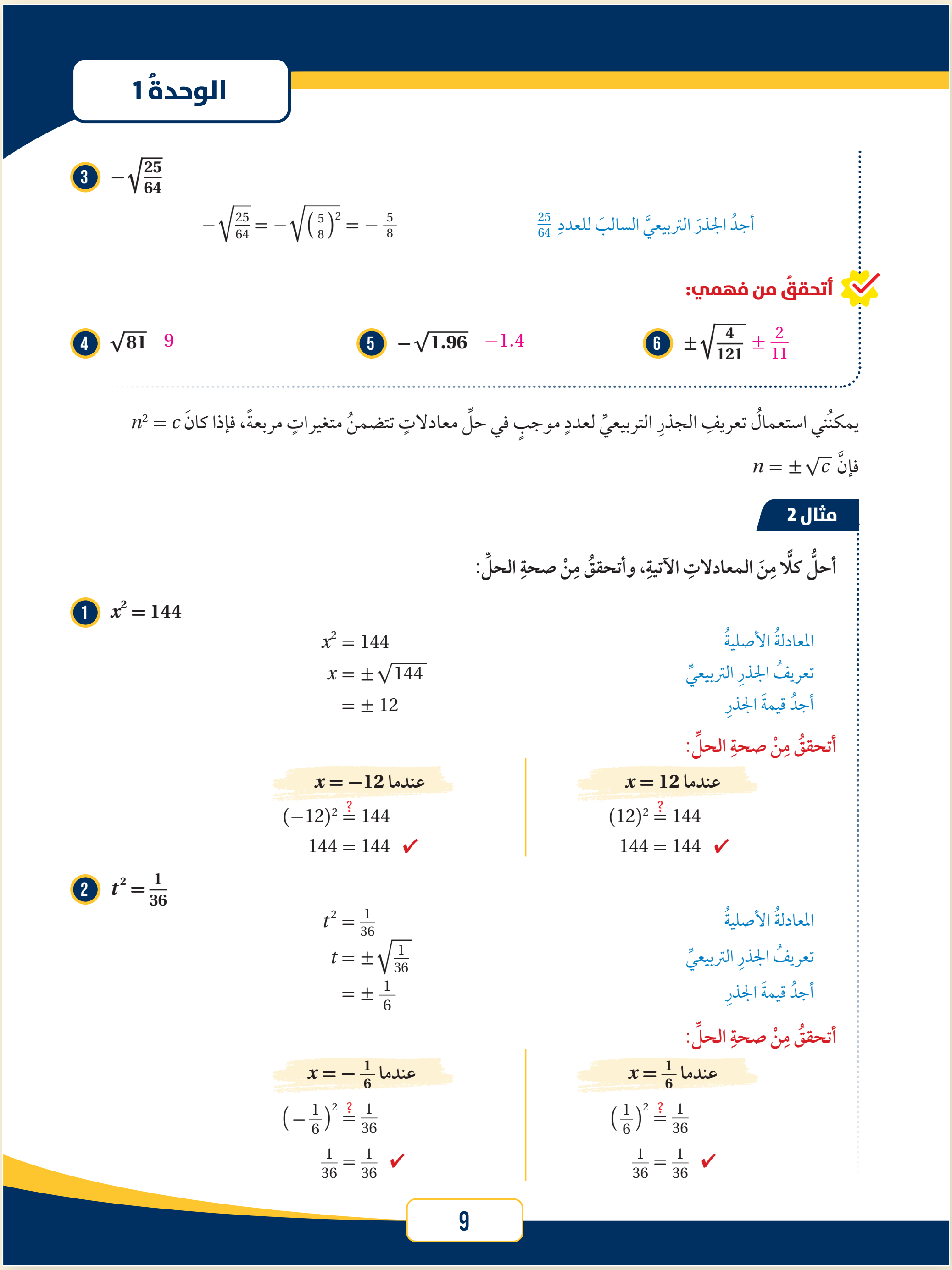
مثال 1

- أوضح للطلبة مفهوم الجذر التربيعي، وأوضح لهم مفهوم الجذر التربيعي الرئيس، وعلاقته برمز الجذر، وأؤكّد أن ما داخل الجذر يسمى المجذور.
- أوضح للطلبة أنه لأي عدد جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- أُناقِش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير الناتج.

أخطاء شائعة: في الفرع 1 من المثال 1 ، قد يُخطِئ بعض الطلبة بكتابة ناتج $\sqrt{36}$ على الصورة 6 ±، لذا أوضح لهم أن المطلوب عند استعمال رمز الجذر يكون فقط الجذر التربيعي الرئيس.

ملاحظاتي

إرشاد: تعلم الطلبة في الصفوف السابقة إيجاد الجذر التربيعي للمربعات الكاملة، أما في هذا الصف فسيتعلمون إيجاد الجذر التربيعي لأي عدد موجب.



الوحدةُ 1

③ $-\sqrt{\frac{25}{64}}$

$-\sqrt{\frac{25}{64}} = -\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2} = -\frac{5}{8}$ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ السالبَ للعددِ $\frac{25}{64}$

أتحققُ من فهمي:

④ $\sqrt{81}$ 9

⑤ $-\sqrt{1.96}$ -1.4

⑥ $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$ $\pm\frac{2}{11}$

يمكنُني استعمالُ تعريفِ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ موجبٍ في حلِّ معادلاتٍ تتضمنُ متغيراتٍ مربعةً، فإذا كانَ $n^2 = c$ فإنَّ $n = \pm\sqrt{c}$

مثال 2

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

① $x^2 = 144$

$x^2 = 144$ المعادلةُ الأصليةُ

$x = \pm\sqrt{144}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$= \pm 12$ أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $x = 12$	عندما $x = -12$
$(12)^2 \overset{?}{=} 144$	$(-12)^2 \overset{?}{=} 144$
$144 = 144$ ✓	$144 = 144$ ✓

② $t^2 = \frac{1}{36}$

$t^2 = \frac{1}{36}$ المعادلةُ الأصليةُ

$t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$= \pm\frac{1}{6}$ أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $x = \frac{1}{6}$	عندما $x = -\frac{1}{6}$
$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \overset{?}{=} \frac{1}{36}$	$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \overset{?}{=} \frac{1}{36}$
$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓	$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✓

9

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ مــن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أذكّــر الطلبــة بمفهــوم المعادلة، وأوضح لهــم إمكانية استعمال تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب في حل معادلات تتضمن متغيرات مربعة.
- أُناقِش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أطلب إلــى الطلبة التحقق من صحــة الحل، بتعويض الناتج في المعادلة الأصلية.

تنويع التعليم:

يمكن تحفيز الطلبة المتميزين على حل المعادلات الواردة في المثال 2 ذهنيًّــا، بالتفكير بالعدد الذي يعطي الناتج في المســألة عند تربيعــه، وتوجيههم إلى التفكيــر بالأعداد الموجبة والسالبة.

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الجذر التربيعي الموجب في كثير من المواقف الحياتية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشاد:** في المثال 3، وفي خطوة البحث عن عاملين متساويين، أذكّر الطلبة بأهمية تحليل الأعداد الكبيرة إلى عواملها الأولية لإيجاد جذورها التربيعية.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تحليل الأعداد إلى عواملها الأولي، لذا أذكّرهم بهذه المهارة باستعمال أمثلة بسيطة.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-14) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

أتحققُ من فهمي:

③ $y^2 = 2.25$ $y = \pm 1.5$

④ $x^2 = \frac{16}{169}$ $x = \pm \frac{4}{13}$

يُستعمَلُ الجذرُ التربيعيُّ الموجبُ عادةً في المواقفِ الحياتيةِ والعمليةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

أهرامٌ: هرمُ الشمسِ في المكسيكِ ثالثُ أكبرِ هرمٍ في العالمِ، قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ مساحتُها $50625\ m^2$، أجدُ طولَ ضلعِ قاعدتِهِ.

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ المسألةَ على صورةِ معادلةٍ.

أفرضُ أنَّ x طولُ ضلعِ قاعدةِ الهرمِ، وبما أنَّ القاعدةَ مربعةُ الشكلِ، فإنَّ مساحتَها تساوي مربعَ طولِ الضلعِ.

مساحةُ المربعِ $A = x^2$

أعوضُ لأكوّنَ معادلةً $x^2 = 50625$

الْخُطْوَةُ 2 أبحثُ عَنْ عاملَينِ متساويَينِ.

لحلِّ المعادلةِ، أبحثُ عَنْ عاملَينِ متساويَينِ للعددِ 50625، وذلكَ بتحليلِهِ إلى عواملِهِ الأوليةِ:

أحللُ العددَ إلى عواملِهِ الأوليةِ $50625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

الخاصيةُ التجميعيةُ $= (5 \times 5 \times 3 \times 3)\ (5 \times 5 \times 3 \times 3)$

أضربُ $= 225 \times 225$

الْخُطْوَةُ 3 أجدُ طولَ ضلعِ قاعدةِ الهرمِ.

لإيجادِ طولِ ضلعِ قاعدةِ الهرمِ أحلُّ المعادلةَ $x^2 = 50625$

أكتبُ المعادلةَ $x^2 = 50625$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $x = \pm\sqrt{50625}$

أجدُ قيمةَ الجذرِ $x = \pm 225$

وبما أنَّ الطولَ لا يمكنُ أنْ يكونَ سالبًا، إذنْ، طولُ ضلعِ قاعدةِ الهرمِ هُوَ $\sqrt{50625}$ ويساوي $225\ m$

الوحدةُ 1

أتحققُ من فهمي:

صورةٌ مربعةُ الشكلِ مساحتُها $3136\ cm^2$، أرادَتْ ريما وضعَها في بروازٍ مربعِ الشكلِ طولُ ضلعِهِ الداخليِّ 58 cm، هَلْ يمكنُها ذلكَ؟ أبرّرُ إجابتي.

يمكن لأن طول ضلع الصورة 56 cm أقل من طول ضلع البرواز الداخلي 58 cm

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{\frac{49}{169}}$ $\frac{7}{13}$

② $-\sqrt{2.56}$ -1.6

③ $\pm\sqrt{576}$ ± 24

④ $\sqrt{0.0001}$ 0.01

إرشاد

أستعملُ الحقيقةَ

$576 = 4 \times 9 \times 16$

لحلِّ المسألةِ 3

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي، مبرّرًا إجابتي:

⑤ $(\sqrt{81})^2$ 81

لأن مربع جذر عدد يساوي العدد نفسه.

⑥ $(-\sqrt{0.01})^2$

6) 0.01؛ لأن مربع جذر عدد يساوي العدد نفسه ومربع السالب موجب.

⑦ $\frac{\sqrt{100-36}}{\sqrt{16}}$ 2

(أنظر تبرير الطلبة).

⑧ $\sqrt{0.25+1.44}$ 1.3

(أنظر تبرير الطلبة)

⑨ $\sqrt{2.61-0.36}$ 1.5

(أنظر تبرير الطلبة).

⑩ $0.4^2+\sqrt{1.96}$ 1.56

(أنظر تبرير الطلبة).

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

في الأسئلة (13–11) أنظر تحقق الطلبة.

⑪ $t^2 = \frac{64}{100}$ $t = \pm\frac{8}{10}$

⑫ $y^2 = 0.0144$ $y = \pm 0.12$

⑬ $\sqrt{y} = \frac{3}{5}$ $y = \frac{9}{25}$

إرشاد

لحلِّ المعادلةِ في المسألةِ 13، أجدُ مربعَ طرفَيِ المعادلةِ.

⑭ **بناءٌ:** بلّطَ بنّاءٌ أرضيةَ غرفةٍ مربعةِ الشكلِ بـ 75 بلاطةً بيضاءَ و75 بلاطةً صفراءَ و75 بلاطةً بُنّيّةً. ما عددُ البلاطاتِ الّتي تشكّلُ طولَ ضلعِ قاعدةِ الغرفةِ؟

15

11

✓ إرشادات:

- في السؤال 14، أوجه الطلبة إلى إيجاد مجموع البلاطات أولًا، ثم تحديد طول ضلع قاعدة الغرفة بإيجاد الجذر التربيعي لعدد البلاطات الكلي.
- أَلفِت انتباه الطلبة إلى قراءة محتوى الصناديق الهامشية في بند (**مهارات التفكير العليا**)، وأبيّن لهم أهميتها في مساعدتهم على حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (24 – 19).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 22 ,17 ,16 كتاب التمارين: (12–1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 24 ,22 ,21 ,20 ,(17–15) كتاب التمارين: 15 ,13 ,12 ,10 ,8
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24–21) ,15–17,20 كتاب التمارين: 16

✓ إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعًا لأدائهم. فمثلًا، قد يكون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة استعمال أرقام العدد 1991، والعمليات: ÷، ×، −، +، والأقواس، للحصول على الأعداد 20 ,... ,5 ,4 ,3 ,2 ,1

إجابات ممكنة:

$1+\sqrt{9}=4\ ,\ \sqrt{9}+\sqrt{9}=6$

> ✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى إيجاد الأعداد باستعمال أكبر عدد من الطرائق الممكنة.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا

أوجه الطلبة إلى استعمال الآلة الحاسبة العلمية للتحقق من نواتج الأسئلة في فقرة **(أتدرب وأحل المسائل)**.

تعليمات المشروع

- أُوزِّع الطلبة إلى مجموعات، ثم أطلب إلى أفراد كل مجموعة البدء بتحضير المشروع.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 1 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أوجِّه الطلبة إلى بند **(أكتب)**؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أجد كلًّا مما يأتي:**

① $\sqrt{324}=$ 18

② $\sqrt{20^2-16^2}=$ 12

③ $\sqrt{1^3+2^3}=$ 3

مسابحُ: مسبحٌ مربعُ الشكلِ، مساحتُهُ $169\ m^2$، يحيطُ بِهِ ممرٌّ عرضُهُ $1\ m$. أجدُ محيطَ الممرِّ. 60 ⑮

أضعُ إشارةَ < أوْ > أوْ = في ☐ لأكوّنَ عبارةً صحيحةً في كلٍّ ممّا يأتي:

⑯ $\sqrt{2.61-0.65}\ \boxed{<}\ 1.6$

⑰ $1.3^2\ \boxed{>}\ \sqrt{1.27+1.29}$

⑱ $\sqrt{0.81}\ \boxed{>}\ 0.9^2$

⑲ $\sqrt{1.24+0.2}\ \boxed{=}\ 1.2$

⑳ **أنماطٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ. 14

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أفكّرُ

ما العلاقةُ بَيْنَ عددِ المقاعدِ على طولِ ضلعِ المربعِ الكبيرِ وعددِ المقاعدِ على طولِ ضلعِ المربعِ الصغيرِ؟

㉑ **تبرير:** في حفلِ تخريجٍ للطلبةِ في إحدى الجامعاتِ، وُزّعَتِ المقاعدُ على 4 أقسامٍ كلٌّ مِنْها على شكلِ مربعٍ فيهِ العددُ نفسُهُ مِنَ المقاعدِ، لتشكّلَ الأقسامُ الأربعةُ معًا مربعًا كبيرًا. إذا كانَ في أحدِ الأقسامِ 625 مقعدًا، فما عددُ المقاعدِ الموضوعةِ على ضلعِ المربعِ الكبيرِ؟ أبرّرُ إجابتي. 50 ، أنظر تبرير الطلبة.

㉒ **تبرير:** هَلْ يمكنُ إيجادُ $\sqrt{-100}$؟ أبرّرُ إجابتي.

لا، لا يوجد عدد مربعه سالب ضمن مجموعات الأعداد التي يعرفها الطلبة.

أفكّرُ

ما العلاقةُ بَيْنَ مساحةِ أرضيةِ المسرحِ والتكلفةِ؟

㉓ **تحدٍّ:** قرّرتْ مصمِّمةٌ تغطيةَ أرضيةِ مسرحٍ مربعةِ الشكلِ بنوعٍ خاصٍّ مِنَ الخشبِ سعرُ المترِ المربعِ الواحدِ مِنْهُ JD 4، فبلغَتِ التكلفةُ JD 1024. أجدُ طولَ المسرحِ.

16 متر

㉔ **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ مالكٌ: إنَّ $\sqrt{64}=\pm 8$؛ لأنَّ $(\pm 8)^2=64$. هَلْ ما يقولُهُ مالكٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي. خطأ، لأن رمز الجذر يستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس.

㉕ **أكتبُ** كيفَ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ لعددٍ ما؟

أنظر إجابات الطلبة.

12

✓ إرشادات:

- في الأسئلة من (16 – 19)، أذكر الطلبة بإيجاد نواتج العمليات أولًا، ثم إجراء عملية المقارنة.
- في السؤال 22 **(تبرير)**، أقدّم المسألة للطلبة بطريقة أخرى، مثل: هل يوجد عدد مربعه الكامل 100−؟
- في السؤال 23 **(أكتشف الخطأ)**، أذكر الطلبة بأن رمز الجذر التربيعي يستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الرئيس.

الدرس 2 الجذورُ الصّمّاءُ

فكرةُ الدرسِ

أقدّرُ قيمةَ الجذرِ التربيعيِّ.

المصطلحاتُ

الجذورُ الصّمّاءُ، إنطاقُ المقامِ.

أستكشفُ

تمثلُ المعادلةُ $2\pi s^2 = 9.8\,L$ العلاقةَ بَيْنَ سرعةِ سلسلةٍ مِنَ المَوجاتِ s بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ في المياهِ العميقةِ، وطولِ المَوجةِ L بالأمتارِ. أجدُ سرعةَ سلسلةٍ مِنَ المَوجاتِ طولُها الموجيُّ 6 m؟

طولُ الموجةِ L هُوَ المسافةُ بَيْنَ قمّتَيْنِ.

الجذورُ الصّمّاءُ (surds) هِيَ جذورٌ لا يمكنُ إيجادُ قيمةٍ دقيقةٍ لَها، فمثلًا $\sqrt{3}$ جذرٌ أصمُّ لعدمِ وجودِ إجابةٍ دقيقةٍ لَهُ؛ لأنَّ 3 ليسَ مربعًا كاملًا، أمّا $\sqrt{4}$ فيمكنُ إيجادُ قيمةٍ دقيقةٍ لَهُ وَهِيَ 2؛ لأنَّهُ مربعٌ كاملٌ، إذنْ فَهُوَ ليسَ جذرًا أصمَّ. ولكنْ يمكنُ تقديرُ قيمةِ الجذورِ الصّمّاءِ باستعمالِ طرائقَ عدّةٍ مِنْها: خطُّ الأعدادِ، والآلةُ الحاسبةُ.

مثال 1

أقدّرُ قيمةَ $\sqrt{55}$ لأقربِ عددٍ صحيحٍ.

الطريقةُ 1: خطُّ الأعدادِ

الخُطْوَةُ 1 أحددُ مربعَيْنِ كاملَيْنِ يقعُ بينَهُما العددُ 55 ويكونانِ أقربَ ما يمكنُ إليهِ.

- أكبرُ مربعٍ كاملٍ **أقلَّ مِنْ** 55 هُوَ 49
- أصغرُ مربعٍ كاملٍ **أكبرَ مِنْ** 55 هُوَ 64

إذنْ، العددُ 55 يقعُ بَيْنَ المربعَيْنِ الكاملَيْنِ 49 وَ 64، ويمكنُ التعبيرُ عَنْ هذهِ الجملةِ على النحوِ الآتي:

$$49 < 55 < 64$$

الخُطْوَةُ 2 أجدُ الجذرَ التربيعيَّ لكلِّ عددٍ.

$49 < 55 < 64$ أكتبُ المتباينةَ

$\sqrt{49}<\sqrt{55} < \sqrt{64}$ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ لكلِّ عددٍ

$7 < \sqrt{55} < 8$ أبسطُ

13

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- تقدير قيمة الجذر التربيعي.

نتاجات التعلم القبلي:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أذكر أعدادًا مختلفة أمام الطلبة، وأطلب إليهم التصفيق عندما أذكر مربعًا كاملًا، وتسجيله على دفاترهم.
- عندما أنتهي من ذكر الأعداد، أطلب إلى الطلبة ذكر الجذر التربيعي لكل مربع كامل ذكرته.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ماذا نعني بطول الموجة؟ هو المسافة بين قمّتَين.
  - » ما المعادلة التي تمثل العلاقة بين سرعة سلسلة من الموجات والطول الموجي؟ $2\pi s^2 = 9.8\,L$
  - » كيف يمكن إيجاد سرعة سلسلة من الموجات طولها الموجي 6 m؟ بتعويض 6 في المعادلة مكان L، ثم نحل المعادلة الناتجة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضح للطلبة مفهوم الجذور الصماء، وأعزّز التعريف بمجموعة من الأمثلة على جذور صماء، وأخرى ليست صماء.
- أبيّن للطلبة أنه لا يمكن إيجاد قيمة دقيقة للجذر الأصم، ولكن يمكن تقدير قيمته باستعمال الآلة الحاسبة، وخط الأعداد.
- أناقش الطلبة في حل مثال 1 على اللوح بطريقة خط الأعداد، وأبيّن لهم الخطوات التفصيلية لتقريب الجذر التربيعي للعدد 55.
- أناقش مع الطلبة كيفية استعمال الآلة الحاسبة لتقدير الجذر التربيعي.
- إنْ لزم الأمر، أُناقِش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقُّق من إتقانهم مهارة تقدير الجذر التربيعي لعدد موجب.

✓ إرشادات:

- أشجع الطلبة على حفظ مربعات الأعداد حتى 20 × 20 لأهميتها في عملية التقدير.
- أوضح للطلبة أهمية استعمال خط الأعداد لتقدير الجذور التربيعية للأعداد الموجبة في حال عدم توافر الآلة الحاسبة.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة عند تقدير الجذر التربيعي لعدد موجب، بعدم حصر العدد بين أقرب مربعين كاملين له، وإنما يكون حصره بين مربعين بعيدين عنه، وهذا يؤثر في عملية التقريب.

الْخُطْوَةُ 3 أستعملُ خطَّ الأعدادِ لتحديدِ أفضلِ تقديرٍ.

- أعيّنُ الجذرَينِ على خطِّ الأعدادِ.
- ألاحظُ أنَّ 55 أقربُ إلى 49 مِنْهُ إلى 64

إذنْ، $\sqrt{55}$ أقربُ إلى 7 مِنْهُ إلى 8

لذا فإنَّ أفضلَ تقديرٍ لِـ $\sqrt{55}$ لأقربِ عددٍ صحيحٍ هُوَ 7

الطريقةُ 2: الآلةُ الحاسبةُ

يمكنُ استعمالُ الآلةِ الحاسبةِ لتقديرِ $\sqrt{55}$ بالضغطِ على الأزرارِ الآتيةِ:

√ 55 s ⇔ d 7.416198487

إذنْ، أفضلُ تقديرٍ لِـ $\sqrt{55}$ لأقربِ عددٍ صحيحٍ هُوَ 7

أتحققُ من فهمي:

أقدّرُ قيمةَ كلِّ جذرٍ تربيعيٍّ ممّا يأتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ باستعمالِ خطِّ الأعدادِ والآلةِ الحاسبةِ:

① $\sqrt{83}$ 9 ، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد.

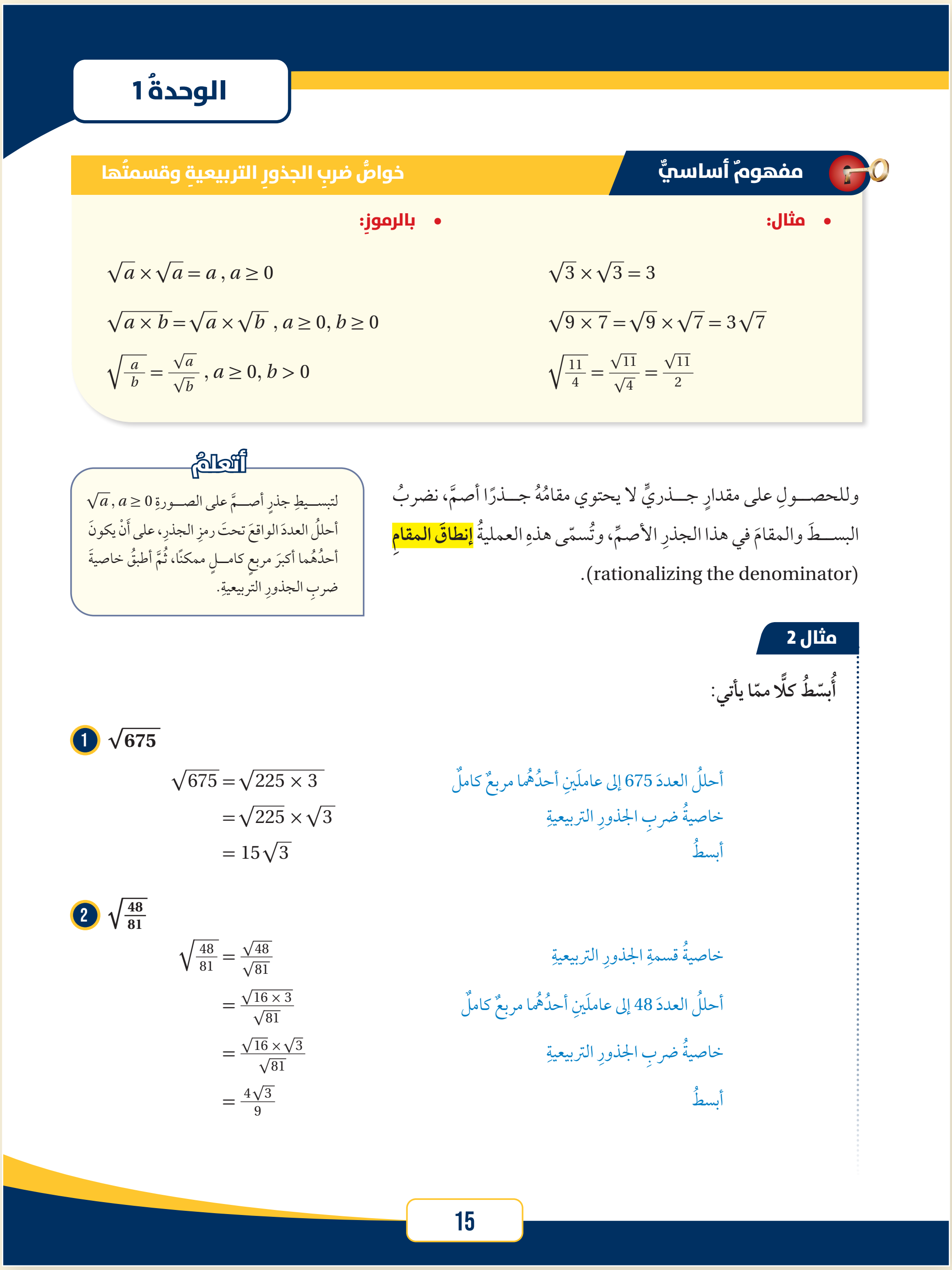
② $\sqrt{125}$ 11، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد.

③ $\sqrt{160}$ 13، أنظر تقدير الطلبة على خط الأعداد.

يكونُ المقدارُ الجذريُّ في أبسطِ صورةٍ حينَ لا يحتوي:

- جذرًا في المقامِ.
- مجذورًا أحدُ عواملِهِ مربعٌ كاملٌ باستثناءِ العددِ 1
- مجذورًا على صورةِ كسرٍ.

ويمكنُ تبسيطُ الجذورِ التربيعيةِ الصّمّاءِ باستعمالِ خواصِّ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ وقسمتِها.



الوحدةُ 1

مفهومٌ أساسيٌّ **خواصُّ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ وقسمتُها**

• مثال:	• بالرموز:
$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$	$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a\,, a \geq 0$
$\sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$	$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}\,, a \geq 0, b \geq 0$
$\sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\,, a \geq 0, b > 0$

وللحصولِ على مقدارٍ جذريٍّ لا يحتوي مقامُهُ جذرًا أصمَّ، نضربُ البسطَ والمقامَ في هذا الجذرِ الأصمِّ، وتُسمّى هذهِ العمليةُ **إنطاقَ المقامِ** (rationalizing the denominator).

أتعلَّمُ

لتبسيطِ جذرٍ أصمَّ على الصورةِ $\sqrt{a}\,, a \geq 0$ أحللُ العددَ الواقعَ تحتَ رمزِ الجذرِ، على أنْ يكونَ أحدُهُما أكبرَ مربعٍ كاملٍ ممكنًا، ثُمَّ أطبقُ خاصيةَ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ.

مثال 2

أُبسّطُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{675}$

$$\sqrt{675} = \sqrt{225 \times 3}$$
أحللُ العددَ 675 إلى عاملَينِ أحدُهُما مربعٌ كاملٌ

$$= \sqrt{225} \times \sqrt{3}$$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

$$= 15\sqrt{3}$$
أبسطُ

② $\sqrt{\frac{48}{81}}$

$$\sqrt{\frac{48}{81}} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{81}}$$
خاصيةُ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ

$$= \frac{\sqrt{16 \times 3}}{\sqrt{81}}$$
أحللُ العددَ 48 إلى عاملَينِ أحدُهُما مربعٌ كاملٌ

$$= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{3}}{\sqrt{81}}$$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

$$= \frac{4\sqrt{3}}{9}$$
أبسطُ

15

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ مــن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة مفهوم المقدار الجذري وشـروط كونه في أبسط صورة، ثم أقدّم لهم خواصّ ضرب الجذور التربيعيـة وقسـمتها التـي يمكـن اسـتعمالها لتبسـيط الجذور.
- أُناقِـش الطلبة في حل المثال 2 علـى اللوح، وأوضح لهـم أهميـة تحليل العـدد أسـفل الجذر إلـى عاملين أحدهما أكبر مربع كامل ممكن.
- أؤكد للطلبة أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المســتوى دون المتوسط صعوبة في تبســيط المقادير الجذريــة؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأُقدِّم لهم الدعم اللازم.

أخطاء شـائعة: قد يخطــئ بعض الطلبة عند إنطاق المقام فــي مقدار جذري بضرب المقام فقــط؛ لذا أوضح لهم أهمية ضرب البســط والمقام للحصول على كسور متكافئة.

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الجذر التربيعي الموجب في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: في المثال 3، في خطوة إيجاد الجذر التربيعي للعدد 936، أذكر الطلبة بأهمية البحث عن عاملين للعدد 936، أحدهما أكبر مربع كامل ممكن.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تقدير طول ضلع المربع في المثال 3 باستعمال خط الأعداد.

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكِّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي المثال 3، أُعزِّز الوعي البيئي لدى الطلبة بأهمية استعمال الأسمدة العضوية في الزراعة.

3 $\frac{14}{\sqrt{7}}$

أُنطِقُ المقامَ $\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

خاصيةُ ضربِ الجذرِ في نفسِهِ $= \frac{14\sqrt{7}}{7}$

أبسطُ $= 2\sqrt{7}$

أتحققُ من فهمي:

4 $\sqrt{192}$ $8\sqrt{3}$

5 $\sqrt{\frac{180}{25}}$ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

6 $\frac{30}{\sqrt{6}}$ $5\sqrt{6}$

يُستعملُ تبسيطُ الجذورِ الصّمّاءِ وتقديرُها في كثيرٍ مِنَ المواقفِ الحياتيةِ الّتي لا يمكنُ إيجادُ إجابةٍ دقيقةٍ لَها.

مثال 3: منَ الحياةِ

زراعةٌ: اشترى سميرٌ 6 أكياسٍ مِنَ السّمادِ الطبيعيِّ يكفي الواحدُ مِنْها لتغطيةِ مساحةٍ مقدارُها $156\ m^2$. أقدّرُ طولَ ضلعِ أكبرِ مربعٍ مِنَ الأرضِ يمكنُ أَنْ تغطّيَهُ هذهِ الكمّيةُ مِنَ السّمادِ.

لتقديرِ طولِ ضلعِ أكبرِ مربعٍ مِنَ الأرضِ يمكنُ أَنْ تغطّيَهُ كمّيةُ السّمادِ الّتي اشتراها سميرٌ، أجدُ المساحةَ المربعةَ الّتي تغطّيها كمّيةُ السّمادِ الكلّيّةُ، وذلكَ بضربِ عددِ الأكياسِ في مساحةِ ما يغطّيهِ الكيسُ الواحدُ.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ المساحةَ المربعةَ الّتي تغطّيها كمّيةُ السّمادِ الكلّيّةُ.

عددُ الأكياسِ × مساحةِ ما يغطّيهِ الكيسُ الواحدُ $6 \times 156 = 936$

إذنْ، تغطي كمّيةُ السّمادِ كلُّها مساحةً مقدارُها $936\ m^2$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ طولَ ضلعِ مربعِ الأرضِ الّذي تغطّيهِ كمّيةُ السّمادِ كلُّها.

أفرضُ أَنَّ s طولُ ضلعِ مربعِ الأرضِ الّذي مساحتُهُ $936\ m^2$

مساحةُ المربعِ $A = s^2$

طولُ الضلعِ يساوي الجذرَ التربيعيَّ للمساحةِ $s = \sqrt{A}$

أعوضُ $A = 936$	$= \sqrt{936}$
أحللُ العددَ 936 إلى عاملَينِ أحدُهُما مربعٌ كاملٌ	$= \sqrt{36 \times 26}$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ	$= \sqrt{36} \times \sqrt{26}$
أبسطُ	$= 6\sqrt{26}$

أتذكرُ

إيجادُ مربعِ العددِ والجذرِ التربيعيِّ لَهُ عمليتانِ عكسيتانِ.

الْخُطْوَةُ 3 أقدّرُ طولَ ضلعِ المربعِ.

أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ لتقديرِ طولِ ضلعِ المربعِ:

6 √‾ 26 s⇔d 30.59411708

إذنْ، طولُ ضلعِ مربعِ الأرضِ الّذي تكفي لتغطيتِهِ كمّيةُ السّمادِ الّتي اشتراها سميرٌ 30 m تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

3.8 s

جُســورٌ: تمثلُ المعادلةُ $t = \sqrt{\frac{2d}{9.8}}$ العلاقةَ بَيْنَ الزمنِ t بالثّواني والارتفاعِ بالأمتارِ d الّذي سقطَ مِنْهُ جسمٌ سُقوطًا حُرًّا. أجدُ الزمنَ اللازمَ ليصلَ جسمٌ إلى سطحِ الأرضِ سقطَ مِنْ جسرِ وادي الغَفَرِ في محافظةِ إربدَ البالغِ ارتفاعُهُ عَنْ سطحِ الأرضِ 72 m

يمكنُ جمعُ الجذورِ التربيعيةِ الصّمّاءِ وطرحُها بطريقةٍ مشابهةٍ لجمعِ الحدودِ الجبريةِ وطرحِها، بشرطِ أَنْ يتساوى المجذورُ في كلٍّ منها.

$3\sqrt{5},\ 7\sqrt{5}$ جذرانِ متشابهانِ

$3\sqrt{5},\ 5\sqrt{3}$ جذرانِ غيرُ متشابهَينِ

مثال 4

أبسطُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

أحللُ	$\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5}$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ	$= \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5}$
$\sqrt{4} = 2 , \sqrt{9} = 3$	$= 2 \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{5}$
أجمع	$= 5\sqrt{5}$

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن جسر وادي الغفر في محافظة إربد، ومشاركة المعلومات التي يحصلون عليها في اليوم التالي مع زملائهم/ زميلاتهن في الصف.

المثالان 4 و 5

- أذكر الطلبة بقواعد جمع الحدود الجبرية وطرحها، وأبين لهم إمكانية جمع الجذور التربيعية الصماء وطرحها بالطريقة نفسها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأوضّح لهم أهمية استعمال قواعد ضرب وقسمة الجذور التربيعية إضافة إلى قواعد جمع الجذور الصماء وطرحها في إيجاد الناتج في أبسط صورة.
- أذكّر الطلبة بخاصية التوزيع، وأقدم لهم أمثلة بسيطة لتذكيرهم بها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكّد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة على جذور متشابهة وأخرى غير متشابهة قبل البدء بحل المثال 4؛ لما لذلك من أثر في تعزيز المفهوم لديهم.
- يُفضَّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال 5 في خطوة التوزيع؛ لِما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيُّل عملية توزيع الضرب على الجمع، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعد الطلبة عند حل المسائل بجمع جذرين غير متشابهين وطرحهما؛ لذا أوضح لهم أهمية التحقق من تساوي المجذور في كل من الجذور المراد جمعها أو طرحها.

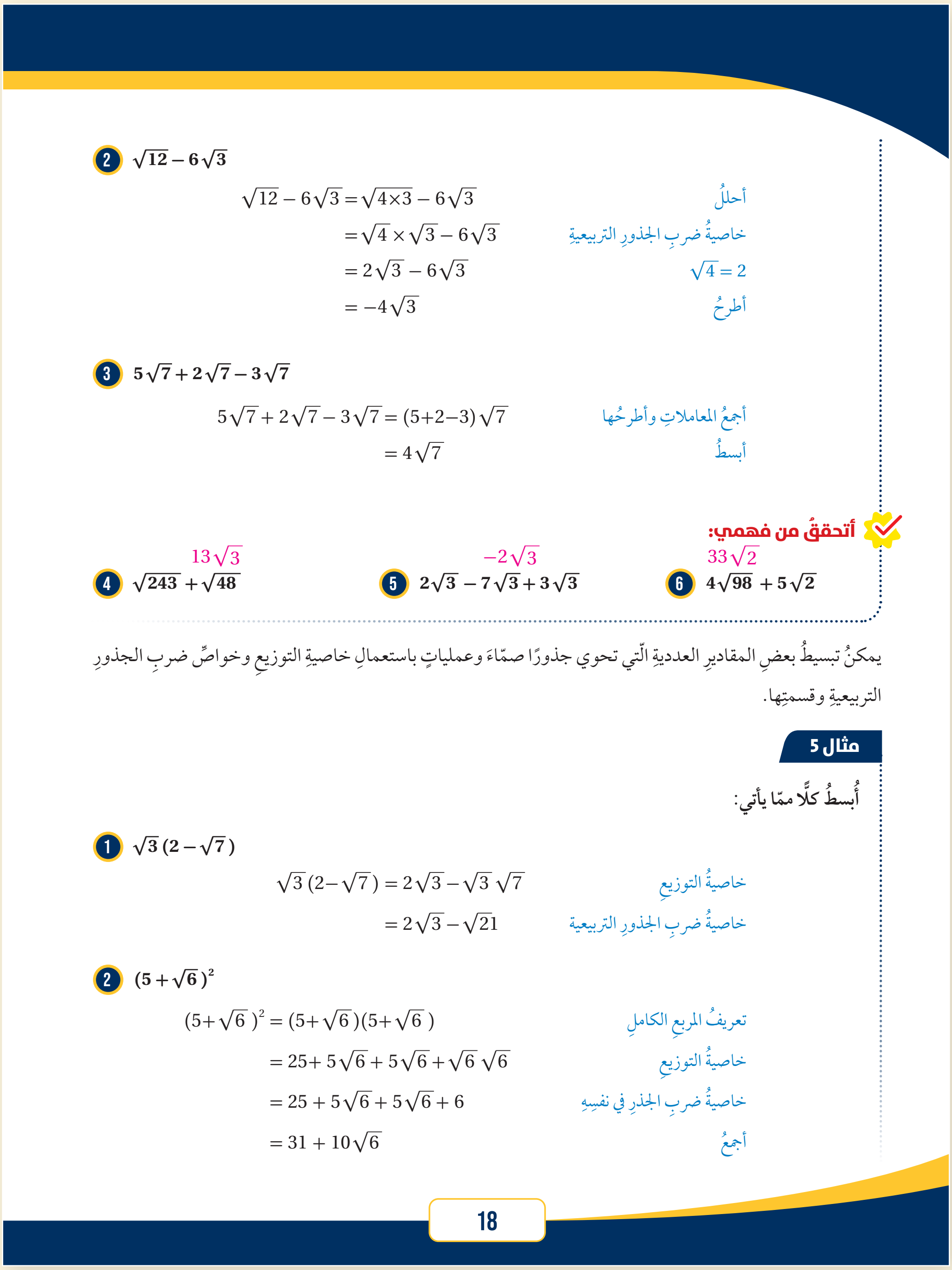
4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفِّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.



② $\sqrt{12}-6\sqrt{3}$

أحللُ	$\sqrt{12}-6\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}-6\sqrt{3}$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ	$=\sqrt{4}\times\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$\sqrt{4}=2$	$=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
أطرحُ	$=-4\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{7}+2\sqrt{7}-3\sqrt{7}$

أجمعُ المعاملاتِ وأطرحُها	$5\sqrt{7}+2\sqrt{7}-3\sqrt{7}=(5+2-3)\sqrt{7}$
أبسطُ	$=4\sqrt{7}$

أتحققُ من فهمي:

⑥ $4\sqrt{98}+5\sqrt{2}$ $33\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{3}-7\sqrt{3}+3\sqrt{3}$ $-2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{243}+\sqrt{48}$ $13\sqrt{3}$

يمكنُ تبسيطُ بعضِ المقاديرِ العدديةِ الّتي تحوي جذورًا صمّاءَ وعملياتٍ باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ وخواصِّ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ وقسمتِها.

مثال 5

أُبسطُ كلًّا ممّا يأتي:

① $\sqrt{3}(2-\sqrt{7})$

خاصيةُ التوزيعِ	$\sqrt{3}(2-\sqrt{7})=2\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{7}$
خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعية	$=2\sqrt{3}-\sqrt{21}$

② $(5+\sqrt{6})^2$

تعريفُ المربعِ الكاملِ	$(5+\sqrt{6})^2=(5+\sqrt{6})(5+\sqrt{6})$
خاصيةُ التوزيعِ	$=25+5\sqrt{6}+5\sqrt{6}+\sqrt{6}\sqrt{6}$
خاصيةُ ضربِ الجذرِ في نفسِهِ	$=25+5\sqrt{6}+5\sqrt{6}+6$
أجمعُ	$=31+10\sqrt{6}$

18

أتحققُ من فهمي:

③ $\sqrt{2}(\sqrt{8}-1)$ $4-\sqrt{2}$

④ $(\sqrt{7}-3)^2$ $16-6\sqrt{7}$

أتدرب وأحل المسائل

أقدّرُ قيمةَ كلِّ جذرٍ ممّا يأتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ باستعمالِ خطِّ الأعدادِ والآلةِ الحاسبةِ:

① $\sqrt{17}$ 4

② $\sqrt{44}$ 7

③ $\sqrt{70}$ 8

④ $\sqrt{93}$ 10

أكتبُ كلًّا مِنَ المقاديرِ العدديةِ الآتيةِ بأبسطِ صورةٍ:

⑤ $\sqrt{405}$ $9\sqrt{5}$

⑥ $\sqrt{\frac{132}{99}}$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

⑦ $\frac{6}{\sqrt{18}}$ $\sqrt{2}$

⑧ $(4+\sqrt{3})(5-\sqrt{27})$ $11-7\sqrt{3}$

⑨ $4\sqrt{2}-7\sqrt{2}+\sqrt{2}$ $-2\sqrt{2}$

⑩ $\frac{1}{\sqrt{20}}+\sqrt{81}$ $9+\frac{\sqrt{5}}{10}$

⑪ $(6+\sqrt{3})^2$ $39+12\sqrt{3}$

⑫ $\sqrt{12}-43+2\sqrt{9}$ $2\sqrt{3}-37$

معلومةٌ

يُعدُّ بَنْدولُ الساعةِ أحدَ الاختراعاتِ الإسلاميةِ الكبرى الّتي غيّرَتْ مسارَ الحضارةِ الإنسانيةِ. ومنذُ عُرفَ البَنْدولُ تطورَتْ آلاتُ حسابِ الوقتِ بسرعةٍ.

⑬ **فيزياءُ:** تمثلُ الصيغةُ $\frac{375}{\sqrt{c}}$ عددَ التذبذباتِ الناتجةِ عَنْ حركةِ بَنْدولِ ساعةٍ طولُهُ $\sqrt{c}$ in في الدقيقةِ، أقدّرُ عددَ تذبذباتِ بَنْدولٍ إذا كانَتْ $c = 45$ in 56

إرشاد:

- أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أتدرَّب وأحل المسائل)؛ لِما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19 – 17).
- أرصد أيَّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16 كتاب التمارين: (1–5), 6, 7, (10–12), 16
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 17–14 كتاب التمارين: (16–6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 19–16 كتاب التمارين: (6–9), 16, 17

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة إيجاد أعداد صحيحة جذورها محصورة بين 2 و 3، وبين 3 و 4، وبين 6 و 7، وبين 8 و 9

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

نشاط التكنولوجيا:

- أحفِّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي في المنزل، والاستمتاع بمسائل تبسيط الجذور الصماء؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:

✓ إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

! تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضِّح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 2 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أقدّر قيمة كل جذر مما يأتي لأقرب عدد صحيح باستعمال خط الأعداد:**

① $\sqrt{11}$ 3

② $\sqrt{34}$ 6

③ $\sqrt{118}$ 11

مساحةٌ: يمكنُ حسابُ مساحةِ مثلثٍ باستعمالِ الصيغةِ $A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$، حيثُ a وَ b وَ c أطوالُ أضلاعِ المثلثِ وَ s نصفُ المحيطِ.

معلومةٌ
النسبةُ الذهبيةُ هِيَ نسبةٌ ثابتةٌ بَيْنَ كمّيتَينِ، وتظهرُ في الطبيعةِ كثيرًا. ويُسمّى المستطيلُ الّذي تحققُ نسبةُ طولِهِ إلى عرضِهِ هذهِ النسبةَ مستطيلًا ذهبيًّا.

14 أجدُ مساحةَ مثلثٍ أطوالُ أضلاعِهِ 6 وَ 8 وَ 10 24

15 هَلْ مِساحةُ المثلثِ الناتجةُ عَنِ الفرعِ السابقِ تمثلُ جذرًا أصمَّ أَمْ لا؟ أبرّرُ إجابتي. لا، لأن الإجابة 24 وهي قيمة محددة.

16 **قوقعةٌ:** يتكرّرُ وجودُ المستطيلِ الذهبيِّ في قوقعةِ نوتيلوسِ البحريِّ، إذا علمْتُ أَنَّ نسبةَ طولِ المستطيلِ الذهبيِّ إلى عرضِهِ تساوي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$، فأقدّرُ قيمةَ هذهِ النسبةِ. 1.6

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** إذا كانَ ▢ عددًا صحيحًا موجبًا أقلَّ مِنْ 10، فأجدُ قيمةَ ▢ حيثُ:

$$2.8<\sqrt{\square}<4$$

أية قيمة أكبر من 7.84 وأقل من 10

18 **تحدٍّ:** أجدُ الحدَّينِ: الأولَ، والثانيَ مِنَ المتتاليةِ الآتيةِ:

$$\underline{-3\sqrt{5}+4\sqrt{3}}\,,\ \underset{-\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\underline{\qquad}}\,,\ \sqrt{5}-2\sqrt{3}\,,\ 3\sqrt{5}-5\sqrt{3}\,,\ 5\sqrt{5}-8\sqrt{3}$$

19 **تبريرٌ:** أجدُ ارتفاعَ المثلثِ المجاورِ الّذي مساحتُهُ $4+\sqrt{2}\ \text{cm}^2$ بأبسطِ صورةٍ، مبررًا إجابتي.

$2\sqrt{2}+1$ أنظر تبرير الطلبة.

أتذكّرُ
مساحةُ المثلثِ = $\frac{1}{2}$ × القاعدةِ × الارتفاعِ

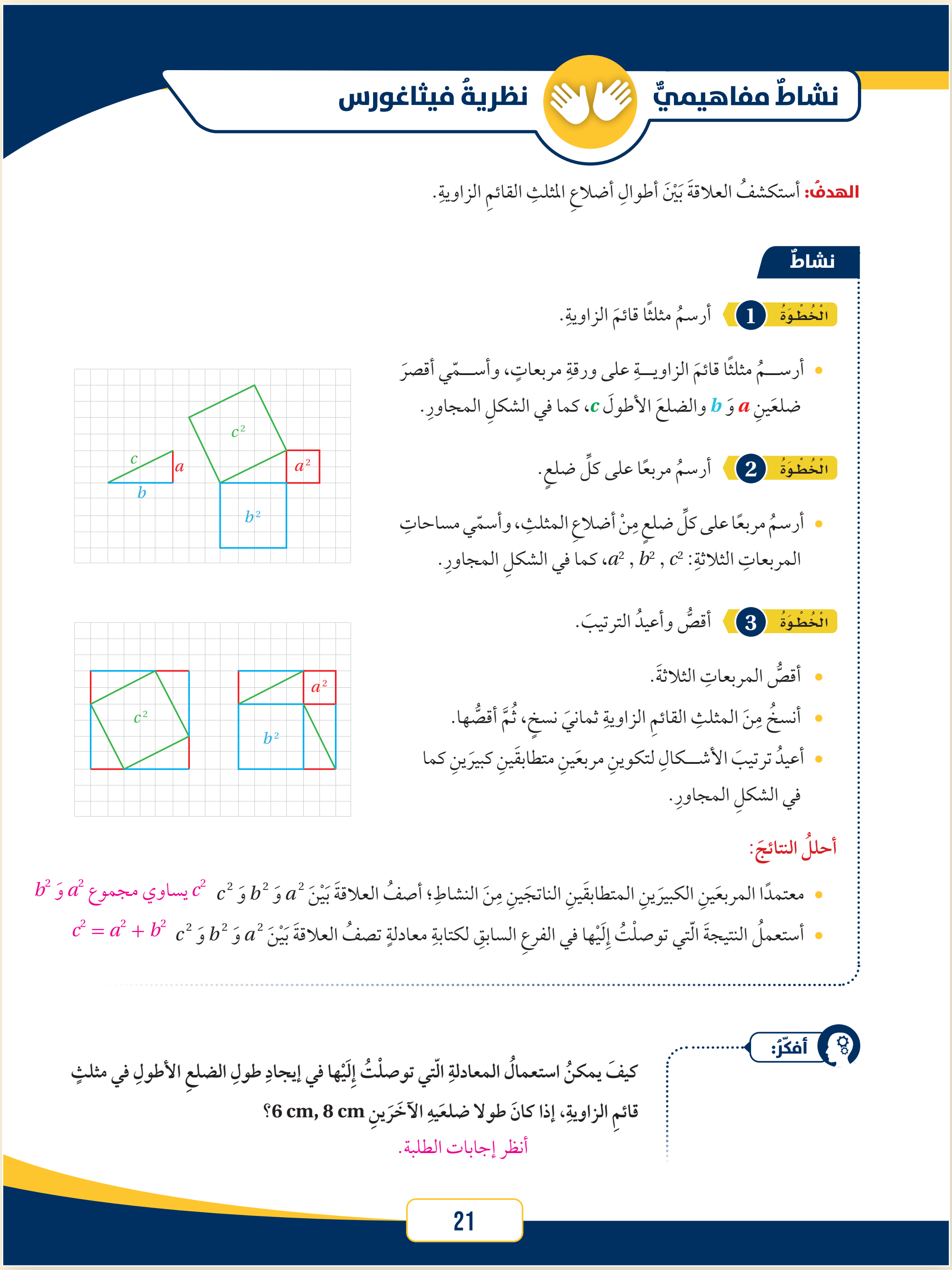
20 **أكتبُ** كيفَ أقدّرُ قيمةَ الجذرِ التربيعيِّ لعددٍ؟

أنظر إجابات الطلبة.

توسعة: في السؤال 16 أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن النسبة الذهبية، وكتابة فقرة قصيرة عنها.

✓ إرشادات:

- في السؤال 14، أطلب إلى الطلبة استعمال قانون مساحة المثلث الذي يعرفونه سابقًا.
- في السؤال 17 (**مسألة مفتوحة**)، أبيّن للطلبة وجود أكثر من إجابة صحيحة، وأشجعهم على ذكر أكبر عدد منها.
- في السؤال 19 (**تحدٍّ**)، أوجّه الطلبة إلى استعمال قواعد ضرب الجذور وقسمتها، لإيجاد ارتفاع المثلث في أبسط صورة.



نشاطٌ مفاهيميٌّ نظريةُ فيثاغورس

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بَيْنَ أطوالِ أضلاعِ المثلثِ القائمِ الزاويةِ.

نشاطٌ

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ.

- أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ على ورقةِ مربعاتٍ، وأسمّي أقصرَ ضلعَينِ **a** وَ **b** والضلعَ الأطولَ **c**، كما في الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ مربعًا على كلِّ ضلعٍ.

- أرسمُ مربعًا على كلِّ ضلعٍ مِنْ أضلاعِ المثلثِ، وأسمّي مساحاتِ المربعاتِ الثلاثةِ: c^2 , b^2 , a^2، كما في الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 3 أقصُّ وأعيدُ الترتيبَ.

- أقصُّ المربعاتِ الثلاثةَ.
- أنسخُ مِنَ المثلثِ القائمِ الزاويةِ ثمانيَ نسخٍ، ثُمَّ أقصُّها.
- أعيدُ ترتيبَ الأشكالِ لتكوينِ مربعَينِ متطابقَينِ كبيرَينِ كما في الشكلِ المجاورِ.

أحللُ النتائجَ:

- معتمدًا المربعَينِ الكبيرَينِ المتطابقَينِ الناتجَينِ مِنَ النشاطِ؛ أصفُ العلاقةَ بَيْنَ a^2 وَ b^2 وَ c^2 c^2 يساوي مجموع a^2 وَ b^2
- أستعملُ النتيجةَ الّتي توصلْتُ إِلَيْها في الفرعِ السابقِ لكتابةِ معادلةٍ تصفُ العلاقةَ بَيْنَ a^2 وَ b^2 وَ c^2 $c^2 = a^2 + b^2$

أفكّرُ: كيفَ يمكنُ استعمالُ المعادلةِ الّتي توصلْتُ إِلَيْها في إيجادِ طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ، إذا كانَ طولا ضلعَيهِ الآخَرَينِ **6 cm, 8 cm**؟

أنظر إجابات الطلبة.

21

هدف النشاط:

استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية.

المصادر والأدوات:

ورق مربعات، أقلام ملونة.

خطوات العمل:

- أُوزِّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أُزوِّد كل مجموعة بالأدوات اللازمة.
- أوضح للمجموعات الهدف من النشاط، وهو استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية، ثم أطلب إليهم رسم مثلث قائم الزاوية على ورقة المربعات الخاصة بهم.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ خطوات النشاط، وأقدّم لهم الدعم اللازم.
- أُوجِّه أفراد المجموعات إلى الإجابة عن أسئلة بند **(أُحلِّل النتائج)**، ثم أُناقِشهم في ما توصَّلوا إليه من نتائج، وأطلب إليهم كتابة قاعدة عامة - بعباراتهم الخاصة- عن العلاقة بين مربعات أطوال الأضلاع.
- أطلب إلى المجموعات كتابة معادلة تصف القاعدة التي توصلوا إليها.
- أطلب إلى أفراد المجموعات حل الأسئلة في بند **(أفكر)**، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

إرشاد: يمكن توجيه الطلبة إلى استكشاف العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية باستعمال شبكة (الإنترنت) عن طريق مسح الرمز الآتي:

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية.
- حل مسائل حياتية باستعمال نظرية فيثاغورس وعكسها.

نتاجات التعلم القبلي:

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد.
- تقدير قيمة الجذر التربيعي لعدد.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزود كل مجموعة بورقة **المصادر 2: المربعات الكاملة والجذور التربيعية**.
- أطلب إلى الطلبة التوفيق بين كل بطاقتين تحملان عددًا متساويًا، بوضعهما بجانب بعضهما البعض (مثلًا: $\sqrt{49} = 7$).
- تفوز المجموعة التي تنهي التوفيق بين جميع البطاقات بشكل صحيح أولًا.

إرشاد: اختصارًا للوقت يمكن قص البطاقات في ورقة **المصادر 2** قبل الحصة الصفية.

الدرسُ 3 نظريةُ فيثاغورس

فكرةُ الدرسِ

أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لإيجادِ طولِ ضلعٍ مجهولٍ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ.

المصطلحاتُ

نظريةُ فيثاغورس، الوَترُ، الساقانِ، عكسُ نظريةِ فيثاغورس

أستكشفُ

أرادَ خالدٌ الخروجَ مِنَ الحديقةِ راكبًا دراجتَهُ الهوائيةَ مارًّا بالطريقِ المختصَرِ كما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ. ما طولُ الطريقِ المختصَرِ؟

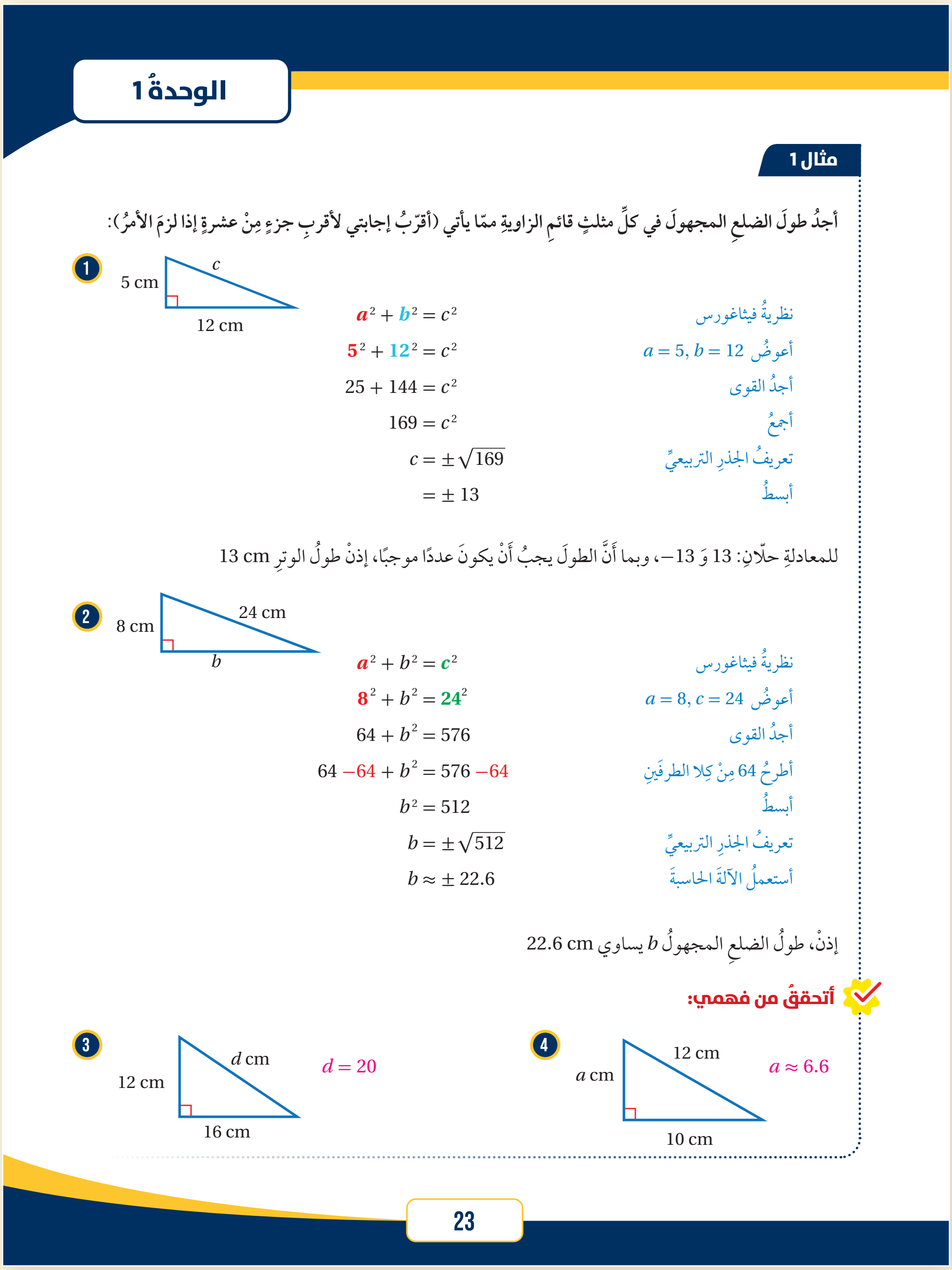
المثلثُ القائمُ الزاويةِ هُوَ مثلثٌ إحدى زواياهُ قائمةٌ. ويُسمّى الضلعُ المقابلُ للزاويةِ القائمةِ **الوَترَ** (hypotenuse)، وَهُوَ الضلعُ الأطولُ في المثلثِ. ويُسمّى الضلعانِ الآخرانِ **الساقَينِ** (legs)، وَهُما الضلعانِ اللّذانِ يشكّلانِ القائمةَ.

تصفُ **نظريةُ فيثاغورس** (pythagorean theorem) العلاقةَ بَيْنَ طولَيْ الساقينِ وطولِ الوترِ في المثلثِ القائمِ الزاويةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ نظريةُ فيثاغورس

- **بالكلماتِ:** في المثلثِ القائمِ الزاويةِ مربعُ طولِ الوترِ يساوي مجموعَ مربعَيْ طولَيْ ساقَيْهِ.
- **بالرموزِ:** $c^2 = a^2 + b^2$

يمكنُ استعمالُ حلِّ المعادلاتِ ونظريةِ فيثاغورس في إيجادِ طولِ ضلعٍ مجهولٍ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ إذا عُلِمَ طولا ضلعَيهِ الآخرَينِ.



الوحدةُ 1

مثال 1

أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ إذا لزمَ الأمرُ):

①

5 cm

c

12 cm

نظريةُ فيثاغورس	$a^2 + b^2 = c^2$
أعوضُ $a = 5, b = 12$	$5^2 + 12^2 = c^2$
أجدُ القوى	$25 + 144 = c^2$
أجمعُ	$169 = c^2$
تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ	$c = \pm\sqrt{169}$
أبسطُ	$= \pm 13$

للمعادلةِ حلّانِ: 13 وَ 13−، وبما أنَّ الطولَ يجبُ أنْ يكونَ عددًا موجبًا، إذنْ طولُ الوترِ 13 cm

②

8 cm

24 cm

b

نظريةُ فيثاغورس	$a^2 + b^2 = c^2$
أعوضُ $a = 8, c = 24$	$8^2 + b^2 = 24^2$
أجدُ القوى	$64 + b^2 = 576$
أطرحُ 64 مِنْ كِلا الطرفَينِ	$64 - 64 + b^2 = 576 - 64$
أبسطُ	$b^2 = 512$
تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ	$b = \pm\sqrt{512}$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	$b \approx \pm 22.6$

إذنْ، طولُ الضلعِ المجهولُ b يساوي 22.6 cm

أتحققُ من فهمي:

③

12 cm

d cm

16 cm

$d = 20$

④

a cm

12 cm

10 cm

$a \approx 6.6$

23

إرشادات:

- أُدرِك أنَّ التمثيلات المُتعدِّدة في صناديق المفاهيم الأساسية تراعي الذكاءات المُتعدِّدة للطلبة.
- ألفت نظر الطلبة إلى أنه يمكن إيجاد طول وتر المثلث في الفرع 1 من المثال 1 بشكل دقيق، أما في الفرع الثاني فلا يمكن إيجاد طول ضلع المثلث بشكل دقيق؛ لذا أحتاج إلى التقريب باستعمال الآلة الحاسبة.
- أذكر الطلبة أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا؛ لذا تُستثنى القيمة السالبة التي تنتج من حل المعادلة.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ما شكل الحديقة التي تظهر في المسألة؟ على شكل مثلث قائم الزاوية.
  - » كيف يمكن إيجاد طول الطريق المختصر الذي يقطعه خالد؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أقدم للطلبة تعريف المثلث القائم الزاوية، وأوضح لهم مفهوم الوتر، وساقَي المثلث.
- أبين للطلبة أن النظرية التي تصف العلاقة بين طولي الساقين وطول الوتر في المثلث قائم الزاوية تسمى نظرية فيثاغورس.
- أُناقِش الطلبة في القاعدة التي ورد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) وبيَّنت نظرية فيثاغورس.
- أوضح للطلبة إمكانية استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية إذا عُلِمَ طولا ضلعيه الآخرين، ثم أُناقِشهم في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكِّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفِّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأُوضّح لهم أهمية التناسبات الطردية في الحياة اليومية.

مثال 2

- أقسم الطلبة إلى ثلاث مجموعات، وأزود كل مجموعة بخيط طويل.
- أطلب إلى المجموعات تقسيم الخيط إلى 12 قسمًا متساويًّا من خلال عقدها، ثم عقد نهايتي الخيط معًا لتشكيل حلقة.
- أطلب إلى المجموعات سحب الخيط من العقد وتثبيته لتشكيل أكبر عدد من المثلثات القائمة الزاوية، بحيث يكون على كل ضلع من أضلاع المثلث عدد صحيح من الأقسام.
- ستتوصل المجموعات إلى أن المثلث القائم الزاوية الوحيد الذي يمكن تشكيله وفق الشروط السابقة هو المثلث الذي أطوال أضلاعه: 3, 4, 5، كما يظهر في الشكل الآتي.

- أسأل الطلبة:
  - » كيف يمكن إثبات أن هذا المثلث قائم الزاوية؟ تختلف الإجابات.
  - » هل يمكن إثبات أن هذا المثلث قائم الزاوية دون استعمال المنقلة؟ تختلف الإجابات.
- أوضح للطلبة أنه يمكن تحديد ما إذا كان المثلث المعطاة أطوال أضلاعه قائم الزاوية أم لا باستعمال عكس نظرية فيثاغورس.
- أُناقِش الطلبة في القاعدة التي ورد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**)، وبيِّنت عكس نظرية فيثاغورس.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكّد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إنَّ **عكسَ نظريةِ فيثاغورس** (converse of pythagorean theorem) صحيحٌ أيضًا، ويُستعملُ لتحديدِ ما إذا كانَ المثلثُ المعطاةُ أطوالُ أضلاعِهِ الثلاثةِ قائمَ الزاويةِ أَمْ لا.

نظريةُ فيثاغورس: إذا كانَ المثلثُ قائمَ الزاويةِ، فإنَّ $c^2 = a^2 + b^2$

عكسُ نظريةِ فيثاغورس: إذا كانَ $c^2 = a^2 + b^2$، فإنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — عكسُ نظريةِ فيثاغورس

- **بالكلماتِ:** إذا كانَ مربعُ طولِ الضلعِ الأطولِ في مثلثٍ يساوي مجموعَ مربعَيْ طولَي الضلعَينِ الآخَرَينِ، فإنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $c^2 = a^2 + b^2$ ، فإنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ.

مثال 2

أحددُ ما إذا كانَ المثلثُ المعطاةُ أطوالُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي قائمَ الزاوية أَمْ لا:

① **12, 9, 15**

بما أنَّ أطولَ ضلعٍ طولُهُ 15، فأفرضُ أنَّ $c = 15$، وَ $a = 9$، وَ $b = 12$، ثُمَّ أحددُ أنَّ هذهِ الأطوالَ تحققُ المعادلةَ $c^2 = a^2 + b^2$ أَمْ لا.

نظريةُ فيثاغورس	$c^2 = a^2 + b^2$
أعوضُ $a = 9, b = 12, c = 15$	$15^2 \overset{?}{=} 9^2 + 12^2$
أجدُ القوى	$225 \overset{?}{=} 81+144$
أجمعُ	$225 = 225$ ✓

بما أنَّ $c^2 = a^2 + b^2$، إذنْ، المثلثُ قائمُ الزاويةِ.

24

إرشادات:

- يمكن ترك طرفي الخيط دون عقدهما معًا، وعند تنفيذ النشاط يثبّت أحد الطلبة طرفي الخيط بإصبعه.
- اختصارًا للوقت، يمكن عقد الخيط مسبقًا للطلبة قبل الحصة الصفية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في الحفاظ على مسافات متساوية عند عمل عقد في الخيط، فيمكن استعمال قلم تلوين لوضع علامات واضحة على الخيط بدل العقد.

توسعة: أخبر الطلبة أن المصريين القدماء كانوا يستعملون هذه الطريقة لرسم زاوية قائمة عند التخطيط للمباني الجديدة، ثم أطلب إليهم البحث في شبكة (الإنترنت) حول هذه المعلومة، وكتابة فقرة صغيرة عن ذلك، ومشاركتها مع زملائهم/ زميلاتهن في اليوم التالي.

الوحدةُ 1

② 3, 5, 6

بمــا أنَّ أطولَ ضلعٍ طولُهُ 6، فأفرضُ أنَّ $c = 6$، وَ $a = 5$، وَ $b = 3$، ثُمَّ أحددُ أنَّ هذهِ الأطوالَ تحققُ المعادلةَ $c^2 = a^2 + b^2$ أَمْ لا.

نظريةُ فيثاغورس $c^2 = a^2 + b^2$

أعوضُ $a = 5, b = 3, c = 6$: $6^2 \overset{?}{=} 5^2 + 3^2$

أجدُ القوى $36 \overset{?}{=} 25 + 9$

أبسطُ $36 \neq 34$

بما أنَّ $c^2 \neq a^2 + b^2$، إذنْ، المثلثُ ليسَ قائمَ الزاويةِ.

أتحققُ من فهمي:

③ 12, 5, 13 قائم

④ 24, 18, 25 غير قائم

يمكنُ استعمالُ نظريةِ فيثاغورس في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

رادارٌ: رصدَ رادارٌ طائرةً مروحيةً على بُعدِ **11.28 km** مِنْهُ، كما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ. أجدُ ارتفاعَ الطائرةِ عَنْ سطحِ الأرضِ لأقربِ جزءٍ مِنَ العشرةِ مِنَ الكيلومترِ.

أفرضُ أنَّ a هِيَ ارتفاعُ الطائرةِ عَنْ سطحِ الأرضِ، ولإيجادِ قيمةِ a أستعملُ نظريةَ فيثاغورس:

نظريةُ فيثاغورس $c^2 = a^2 + b^2$

أعوضُ $c = 11.28, b = 11$: $11.28^2 = a^2 + 11^2$

أجدُ القوى $127.2384 = a^2 + 121$

أطرحُ 121 مِنْ كِلا الطرفَينِ $a^2 = 6.2384$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $a = \pm\sqrt{6.2384}$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ $a \approx \pm 2.5$

إذنْ، ارتفاعُ الطائرةِ عَنْ سطحِ الأرضِ 2.5 km تقريبًا.

25

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال نظرية فيثاغورس في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: في المثال 3، أذكر الطلبة بأن الارتفاع لا يمكن أن يكون سالبًا؛ لذا تُستثنى القيمة السالبة التي تنتج من حل المعادلة.

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة المُتميِّزين كتابة مسألة حياتية يُمكِن حلها باستعمال نظرية فيثاغورس.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12–1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشادات:

- في السؤال 11، أذكّر الطلبة بالاتجاهات الأربعة لتسهيل تخيلهم المسألة.
- أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18 –21).
- أرصد أيَّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

أتحقق من فهمي:

يستندُ سلّمٌ طولُهُ **2 m** إلى حائطٍ عموديٍّ، وتبعدُ قاعدتُهُ **0.8 m** عَنِ الحائطِ.

أجدُ ارتفاعَ أعلى السلّمِ عَنِ الأرضِ (b). $b \approx 1.8$

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ إذا لزمَ الأمرُ):

① $d = 30$

② $b \approx 11.3$

③ $a = 10$

④ $c \approx 34.6$

⑤ $x = 6$

⑥ $x = 5$

أتذكّر

أفرِضُ أنَّ الضلعَ الأطولَ هوَ c عندَ التعويضِ في القاعدةِ $c^2 = a^2 + b^2$

أحددُ ما إذا كانَ المثلثُ المعطاةُ أطوالُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي قائمَ الزاويةِ أَمْ لا:

⑦ 3, 4, 6 غير قائم

⑧ 12, 35, 37 قائم

⑨ 4, 8, 9 غير قائم

⑩ 11, 60, 61 قائم

سُفُنٌ: أبحرَتْ سفينةٌ **5 km** مِنَ الميناءِ **A** باتجاهِ الجنوبِ، ثُمَّ **12 km** باتجاهِ الغربِ، ثُمَّ عادَتْ مباشرةً إلى الميناءِ كما في الشكلِ المجاورِ:

⑪ أجدُ المسافةَ الّتي قطعَتْها السفينةُ. 30 km

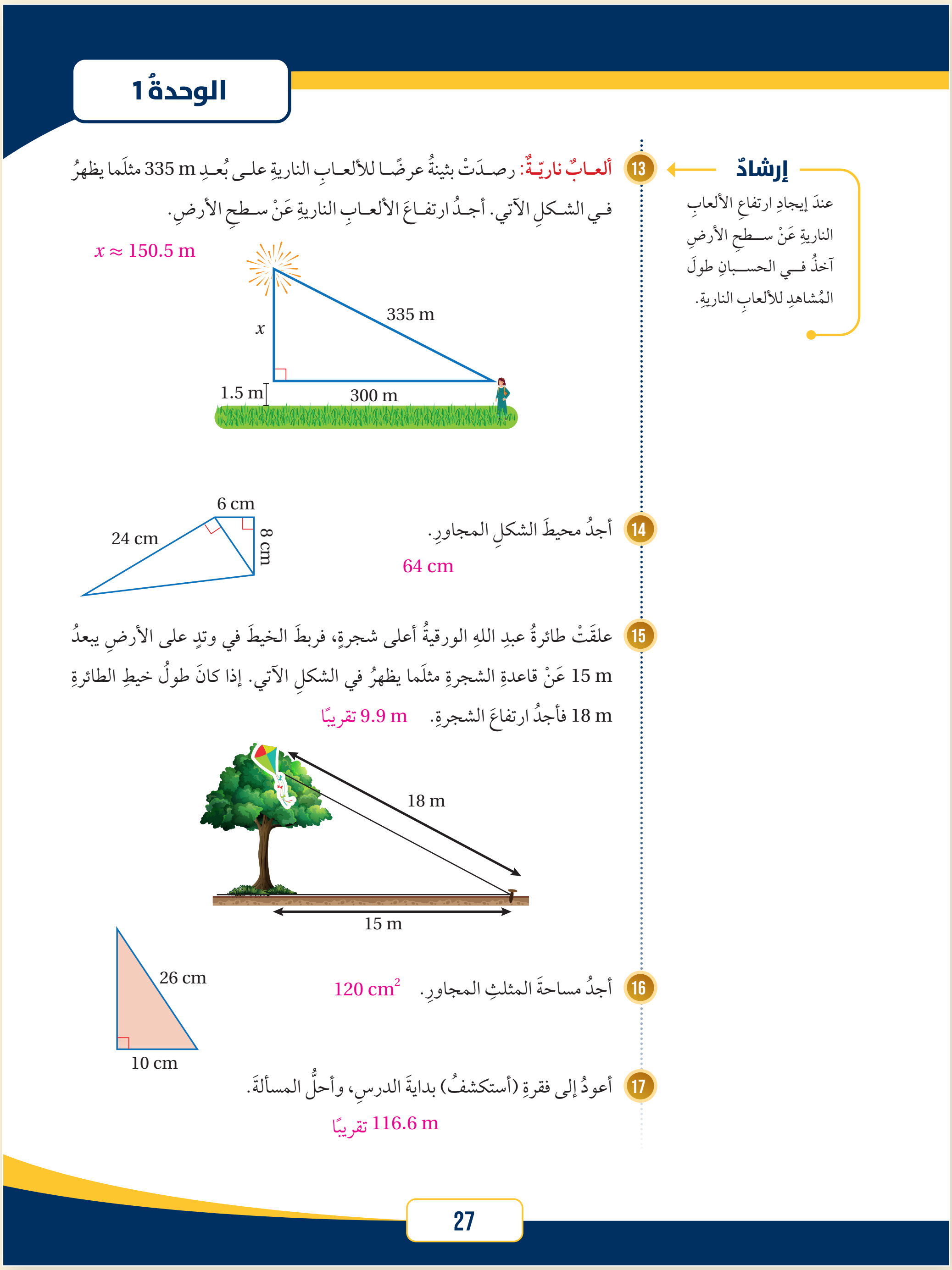
⑫ أجدُ المسافةَ الّتي تختصرُها السفينةُ لَوْ أبحرَتْ مباشرةً مِنَ النقطةِ A إلى النقطةِ C ذهابًا وإيابًا. 4 km

26

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 17 كتاب التمارين: (1–8), 12
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (13–17), 18 كتاب التمارين: (9–12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18–21), 13, 14, 16 كتاب التمارين: (12–14), 9



الوحدةُ 1

إرشادٌ

عندَ إيجادِ ارتفاعِ الألعابِ الناريةِ عَنْ سطحِ الأرضِ آخذُ في الحسبانِ طولَ المُشاهِدِ للألعابِ الناريةِ.

13 **ألعابٌ ناريّةٌ:** رصدَتْ بثينةُ عرضًا للألعابِ الناريةِ على بُعدِ 335 m مثلَما يظهرُ في الشكلِ الآتي. أجدُ ارتفاعَ الألعابِ الناريةِ عَنْ سطحِ الأرضِ.

$x \approx 150.5$ m

14 أجدُ محيطَ الشكلِ المجاورِ.

64 cm

15 علقَتْ طائرةُ عبدِ اللهِ الورقيةُ أعلى شجرةٍ، فربطَ الخيطَ في وتدٍ على الأرضِ يبعدُ 15 m عَنْ قاعدةِ الشجرةِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ الآتي. إذا كانَ طولُ خيطِ الطائرةِ 18 m فأجدُ ارتفاعَ الشجرةِ.

9.9 m تقريبًا

16 أجدُ مساحةَ المثلثِ المجاورِ.

120 cm^2

17 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

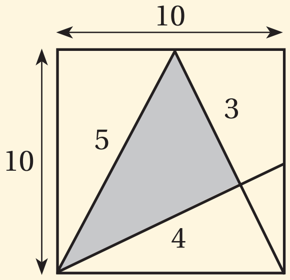
116.6 m تقريبًا

27

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أوضح للطلبة إمكانية إنشاء المثلث القائم الزاوية 3–4–5 داخل مربع، باتباع الخطوات الآتية:
  - » رسم مربع طول ضلعه 10 cm
  - » تنصيف الضلعين العلوي والأيمن في المربع.
  - » وصل نقطة منتصف الضلع العلوي برأسي الزاويتين السفليتين في المربع.
  - » وصل نقطة منتصف الضلع الأيمن برأس الزاوية السفلية اليسرى.
  - » تحديد المثلث القائم الزاوية الذي أطوال أضلاعه 3, 4, 5 باستعمال المسطرة والمنقلة، كما يظهر في الشكل المجاور.



- أوضح للطلبة أن أحد المثلثات الناتجة مشابه للمثلث 3–4–5؛ لذا أطلب إليهم إيجاد هذا المثلث، وإثبات التشابه بينهما.

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

نشاط التكنولوجيا:

- أُحفِّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل إيجاد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية باستعمال نظرية فيثاغورس؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أُوضِّح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

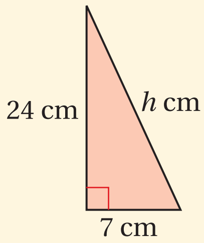
تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 3 من خطوات المشروع.

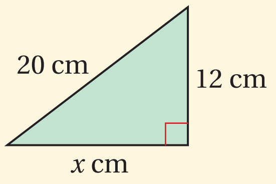
6 الختام

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

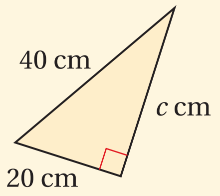
» **أجد طول الضلع المجهول في كل مثلث قائم الزاوية مما يأتي (أقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة إن لزم الأمر):**

1


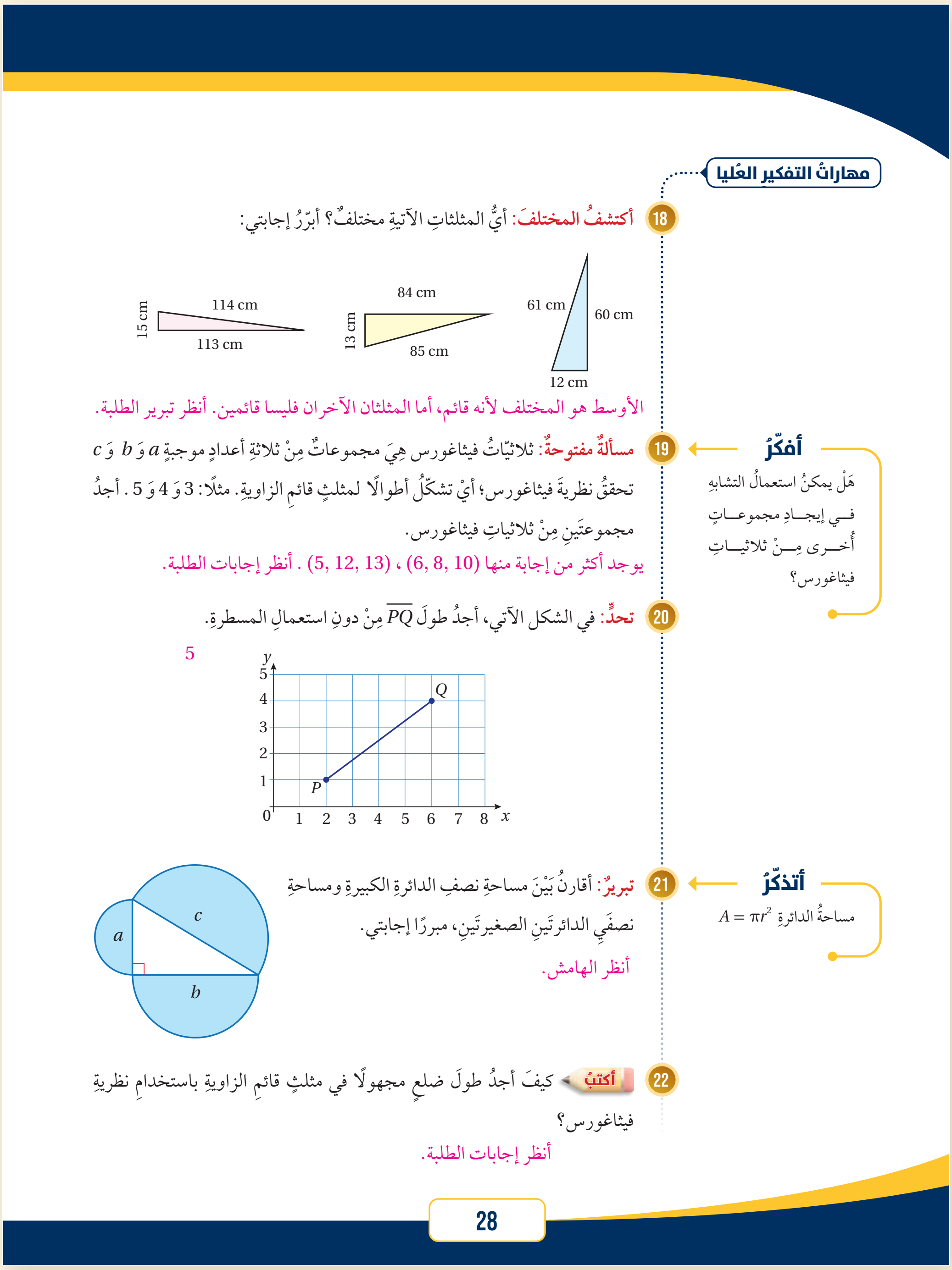
$h = 25$ cm

2


$x = 16$ cm

3


$c \approx 34.6$ cm



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ المثلثاتِ الآتيةِ مختلفٌ؟ أبرِّرُ إجابتي:

الأوسط هو المختلف لأنه قائم، أما المثلثان الآخران فليسا قائمين. أنظر تبرير الطلبة.

19 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** ثلاثيّاتُ فيثاغورس هِيَ مجموعاتٌ مِنْ ثلاثةِ أعدادٍ موجبةٍ a وَ b وَ c تحققُ نظريةَ فيثاغورس؛ أيْ تشكِّلُ أطوالًا لمثلثٍ قائمِ الزاويةِ. مثلًا: 3 وَ 4 وَ 5 . أجدُ مجموعتَينِ مِنْ ثلاثياتِ فيثاغورس.

يوجد أكثر من إجابة منها (6, 8, 10) ، (5, 12, 13) . أنظر إجابات الطلبة.

أفكّرُ

هَلْ يمكنُ استعمالُ التشابهِ في إيجادِ مجموعاتٍ أُخرى مِنْ ثلاثياتِ فيثاغورس؟

20 **تحدٍّ:** في الشكلِ الآتي، أجدُ طولَ $\overline{PQ}$ مِنْ دونِ استعمالِ المسطرةِ.

5

21 **تبريرٌ:** أقارنُ بَيْنَ مساحةِ نصفِ الدائرةِ الكبيرةِ ومساحةِ نصفَي الدائرتَينِ الصغيرتَينِ، مبررًا إجابتي.

أنظر الهامش.

أتذكّرُ

مساحةُ الدائرةِ $A = \pi r^2$

22 **أكتبُ** كيفَ أجدُ طولَ ضلعٍ مجهولًا في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ باستخدامِ نظريةِ فيثاغورس؟

أنظر إجابات الطلبة.

28

إرشادات:

- في السؤال 18 (**أكتشف المختلف**)، أُحفِّز الطلبة على تقديم تبريرات منطقية للمثلث المختلف.
- في السؤال 19 (**مسألة مفتوحة**)، أحث الطلبة على تقديم أكبر عدد من الحلول الممكنة.

إجابة (أتدرب وأحل المسائل):

21) مساحة نصف الدائرة الصغرى التي قطرها a هو: $\frac{\pi}{8}a^2$

مساحة نصف الدائرة الصغرى التي قطرها b هو: $\frac{\pi}{8}b^2$

مساحة نصف الدائرة الكبرى التي قطرها b هو: $\frac{\pi}{8}c^2$

ومنه: $\frac{\pi}{8}a^2 + \frac{\pi}{8}b^2 = \frac{\pi}{8}(a^2 + b^2) = \frac{\pi}{8}c^2$

إذن، مساحة نصف الدائرة الكبرى يساوي مجموع مساحتي نصفي الدائرتين الصغيرتين. أنظر تبرير الطلبة.

الدرس 4 الأعدادُ الحقيقيةُ

فكرةُ الدرسِ

أميّزُ الأعدادَ النسبيةَ والأعدادَ غيرَ النسبيةِ.

المصطلحاتُ

العددُ غيرُ النسبيِّ، العددُ الحقيقيُّ

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ منظرًا جانبيًّا لمنحدَرِ تزحلقٍ في مدينةٍ للألعابِ:

1. أجدُ طولَ قاعدةِ المنحدَرِ.
2. هَلِ العددُ الّذي يمثّلُ طولَ قاعدةِ المنحدَرِ عددٌ نسبيٌّ؟ أبرّرُ إجابتي.

تعلمْتُ سابقًا أنَّ العددَ النسبيَّ عددٌ يمكنُ كتابتُهُ على صورةِ $\frac{a}{b}$ حيثُ a وَ b عددانِ صحيحانِ، $b \neq 0$، وأنَّ الأعدادَ النسبيةَ جميعَها عندَ كتابتِها بالصورةِ العشريةِ تكونُ إمّا منتهيةً أَوْ دوريةً، وَمِنْ أمثلتِها الجذورُ التربيعيةُ للمربعاتِ الكاملةِ.

ولكنَّ الجذورَ الصّمّاءَ مثلَ $\sqrt{3}$ لا يمكنُ تصنيفُها أعدادًا نسبيةً؛ لأنّهُ لا يمكنُ كتابتُها على صورةِ كسرٍ عشريٍّ مُنْتَهٍ أَوْ دوريٍّ. وعندَ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ لإيجادِ قيمةِ $\sqrt{3}$ تعطي الآلةُ الحاسبةُ القيمةَ الآتيةَ:

$$\sqrt{3} = 1.73205080 \ldots \ldots$$

وهذا يعني أنَّهُ غيرُ مُنْتَهٍ وغيرُ دوريٍّ، ويُسمّى هذا النوعُ مِنَ الأعدادِ **الأعدادَ غيرَ النسبيةِ** (irrational numbers).

مفهومٌ أساسيٌّ **الأعدادُ غيرُ النسبيةِ**

- **بالكلماتِ:** العددُ غيرُ النسبيِّ عددٌ لا يمكنُ كتابتُهُ على صورةِ $\frac{a}{b}$ حيثُ a وَ b عددانِ صحيحانِ، $b \neq 0$
- **أمثلةٌ:** $\sqrt{5} = 2.236067978 \ldots \ldots$

  $\pi = 3.141592654 \ldots \ldots$

تُشكّلُ الأعدادُ النسبيةُ والأعدادُ غيرُ النسبيةِ معًا **الأعدادَ الحقيقيةَ** (real numbers)، ويوضحُ شكلُ (فِن) المجاورُ العلاقةَ بَيْنَها.

نتاجات الدرس:

- تمييز الأعداد النسبية وغير النسبية.
- تمثيل الأعداد غير النسبية على خط الأعداد.
- حل مسائل حياتية تتضمن العمليات الأربعة على الأعداد الحقيقية.

نتاجات التعلم القبلي:

- تعرف الأعداد النسبية وتمثيلها على خط الأعداد.
- كتابة العدد النسبي بالصورة العشرية.
- المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم اللوح إلى ثلاثة أقسام، وأسميها: أعداد كلية، أعداد صحيحة، أعداد نسبية.
- أذكر أعدادًا مختلفة للطلبة، وأطلب إليهم كتابتها في القسم المناسب.

مثال: 5− عدد صحيح ونسبي، $0.\overline{3}$ عدد نسبي، $\sqrt{4}$ عدد كلي وصحيح ونسبي، $\frac{1}{2}$ عدد نسبي.

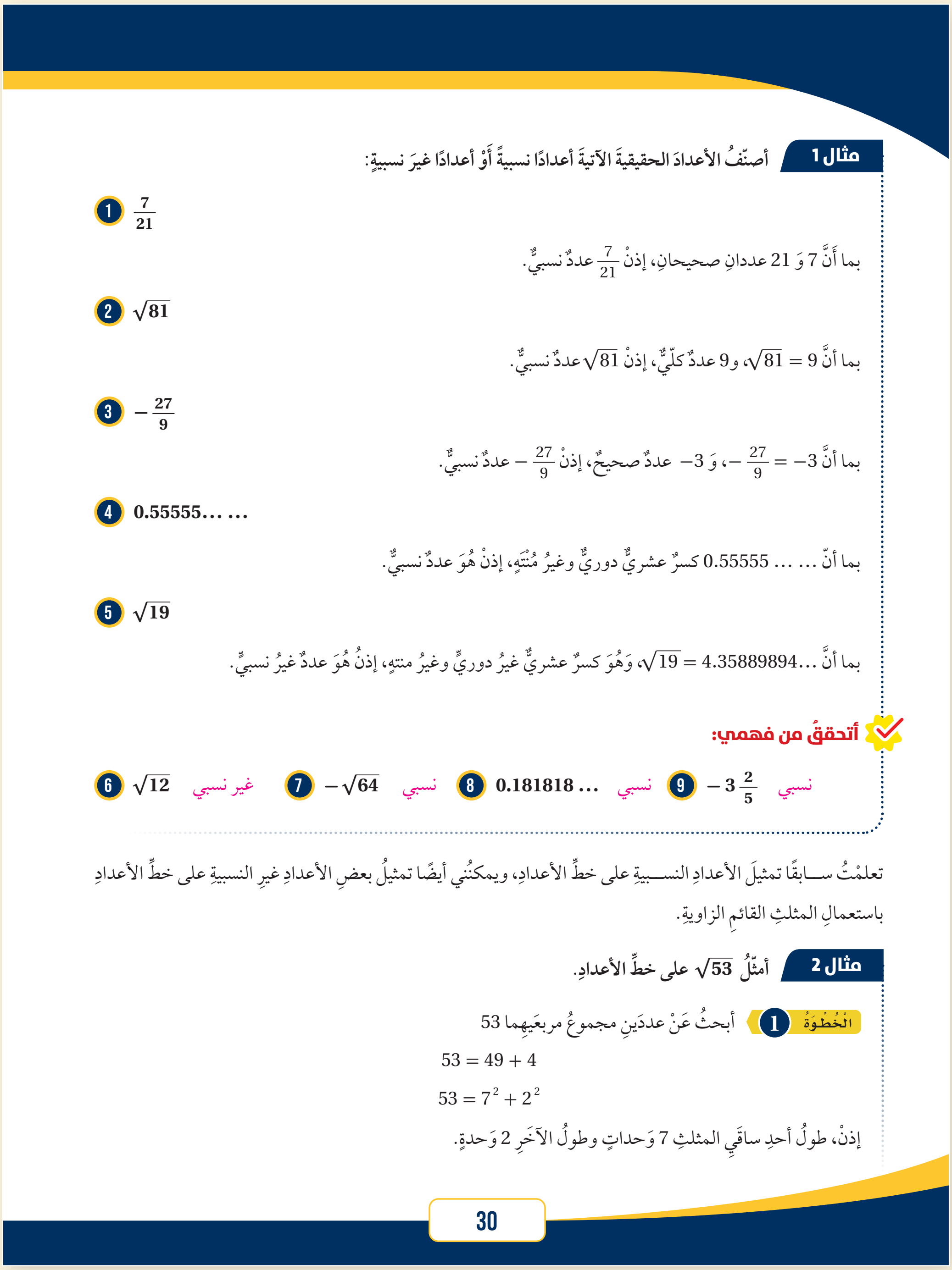
2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
  - » ما شكل منحدر التزحلق؟ على شكل مثلث قائم الزاوية.
  - » كيف يمكن إيجاد طول قاعدة المنحدر؟ باستعمال نظرية فيثاغورس.
  - » ما طول قاعدة المنحدر؟ $2\sqrt{145}$
  - » هل طول قاعدة المنحدر عدد نسبي؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم العدد النسبي، وأؤكّد أنه عند كتابة الأعداد النسبية بالصورة العشرية تكون إما منتهية أو دورية.
- أطلب إلى الطلبة إدخال $\sqrt{3}$ على آلاتهم الحاسبة، وأوضح لهم أنها طريقة لتحويل الجذر إلى الصورة العشرية، ثم أطلب إليهم ملاحظة العدد العشري الظاهر على الشاشة، ثم أسألهم:
  - » هل العدد العشري الظاهر على الشاشة منتهٍ؟ لا
  - » هل العدد العشري الظاهر على الشاشة دوري؟ لا
  - » إذن هل يمكن عدّ $\sqrt{3}$ عددًا نسبيًا؟ لماذا؟ لا، لأنه غير دوري وغير منتهٍ.
- أوضح للطلبة أن هذا النوع من الأعداد يسمى الأعداد غير النسبية، ثم أُناقِشهم في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**)، وبيِّنت مفهوم العدد غير النسبي.
- أوضح للطلبة أن الأعداد النسبية وغير النسبة معًا تسمى الأعداد الحقيقية، وأوجههم إلى شكل فن الموجود في كتاب الطالب الذي يمثل الأعداد الحقيقية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.



مثال 1 أصنّفُ الأعدادَ الحقيقيةَ الآتيةَ أعدادًا نسبيةً أَوْ أعدادًا غيرَ نسبيةٍ:

① $\frac{7}{21}$

بما أَنَّ 7 وَ 21 عددانِ صحيحانِ، إذنْ $\frac{7}{21}$ عددٌ نسبيٌّ.

② $\sqrt{81}$

بما أَنَّ $9 = \sqrt{81}$، و 9 عددٌ كلّيٌّ، إذنْ $\sqrt{81}$ عددٌ نسبيٌّ.

③ $-\frac{27}{9}$

بما أَنَّ $-3 = -\frac{27}{9}$، وَ -3 عددٌ صحيحٌ، إذنْ $-\frac{27}{9}$ عددٌ نسبيٌّ.

④ 0.55555... ...

بما أَنّ ... ... 0.55555 كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ وغيرُ مُنْتَهٍ، إذنْ هُوَ عددٌ نسبيٌّ.

⑤ $\sqrt{19}$

بما أَنَّ $4.35889894... = \sqrt{19}$، وَهُوَ كسرٌ عشريٌّ غيرُ دوريٍّ وغيرُ منتهٍ، إذنُ هُوَ عددٌ غيرُ نسبيٍّ.

أتحقق من فهمي:

⑥ $\sqrt{12}$ غير نسبي ⑦ $-\sqrt{64}$ نسبي ⑧ 0.181818 ... نسبي ⑨ $-3\frac{2}{5}$ نسبي

تعلمْتُ سابقًا تمثيلَ الأعدادِ النسبيةِ على خطِّ الأعدادِ، ويمكنُني أيضًا تمثيلُ بعضِ الأعدادِ غيرِ النسبيةِ على خطِّ الأعدادِ باستعمالِ المثلثِ القائمِ الزاويةِ.

مثال 2 أمثّلُ $\sqrt{53}$ على خطِّ الأعدادِ.

الْخُطْوَةُ 1 أبحثُ عَنْ عددَيْنِ مجموعُ مربعَيهِما 53

$53 = 49 + 4$

$53 = 7^2 + 2^2$

إذنْ، طولُ أحدِ ساقَيِ المثلثِ 7 وَحداتٍ وطولُ الآخَرِ 2 وَحدةٍ.

30

إرشاد: أذكر الطلبة أن كل عدد كلي هو عدد صحيح، وكل عدد صحيح هو عدد نسبي، وأن كل عدد نسبي هو عدد حقيقي، ويظهر هذا من تداخل الدوائر الممثلة لهذه الأعداد في شكل فن.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة بظنّهم أن العدد العشري الظاهر على الآلة الحاسبة منتهٍ؛ لذا أبين لهم أنه غير منتهٍ، ولكن عدد الخانات التي تستطيع الآلة إظهارها محدودة.

الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ.

- أرسمُ خطَّ أعدادٍ على ورقةِ مربعاتٍ.
- أرسمُ مثلثًا قائمَ الزاويةِ طولا ضلعَيِ القائمةِ فيهِ 7 وَحداتٍ وَ2 وَحدةٍ. يمكنُ رسمُ المثلثِ بطريقتَينِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 3 أعيّنُ $\sqrt{53}$ على خطِّ الأعدادِ.

- أفتحُ الفرجارَ فتحةً مقدارُها طولُ وَترِ المثلثِ.
- أضعُ رأسَ الفرجارِ على 0، وأرسمُ قوسًا يقطعُ خطَّ الأعدادِ في النقطةِ B.

أتحققُ مِنْ صحةِ التمثيلِ:

ألاحظُ مِنَ التمثيلِ أنَّ $\sqrt{53} \approx 7.3$، وَهُوَ يتوافقُ مَعَ قيمةِ $\sqrt{53}$ عَلى الآلةِ الحاسبةِ وَهِيَ:

$$\sqrt{53} \approx 7.280109889$$

أتحققُ من فهمي:

أمثّلُ كلَّ عددٍ غيرِ نسبيٍّ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ: أنظر رسم الطلبة.

① $\sqrt{5}$ الطول 2.2 وحدة تقريبًا

② $\sqrt{20}$ الطول 4.5 وحدة تقريبًا

③ $\sqrt{45}$ الطول 6.7 وحدة تقريبًا

يمكنُني المقارنةُ بَيْنَ عددَينِ حقيقيَّينِ بتحويلِهِما إلى الصورةِ العشريةِ أولًا؛ لتسهيلِ المقارنةِ بينَهما. ويمكنُني استعمالُ الآلةِ الحاسبةِ في ذلكَ.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغــة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أذكّـر الطلبـة بما تعلمـوه سـابقًا حول تمثيـل الأعداد النسـبية على خط الأعداد، وأوضح لهم إمكانية تمثيل الأعـداد غير النسـبية أيضًـا على خط الأعـداد، ولكن باستعمال الفرجار، والمثلث القائم الزاوية.
- أوضـح للطلبة خطوات تمثيل العدد غير النسـبي على خـط الأعـداد باتباع الإجراءات الـواردة في المثال 2، وأنفـذ أمامهم الخطوات على اللـوح، ثم أطلب إليهم تنفيذ كل إجراء بعد ذلك.
- أُقـدِّم للطلبة التغذية الراجعة المناسـبة فـي أثناء تنفيذ الإجراءات.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية رسم ساقي المثلث بطريقتين مختلفتين، لكن هذا لا يؤثر في تمثيل العدد على خط الأعداد.
- أوجه الطلبة إلى استعمال الآلة الحاسبة للتحقق من صحة تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد.
- أُوضِّح للطلبة أهمية أنْ يكون رأس قلم الرصاص مُدبَّبًا عند رسم القوس، وأثر ذلك في دقَّة الرسم.

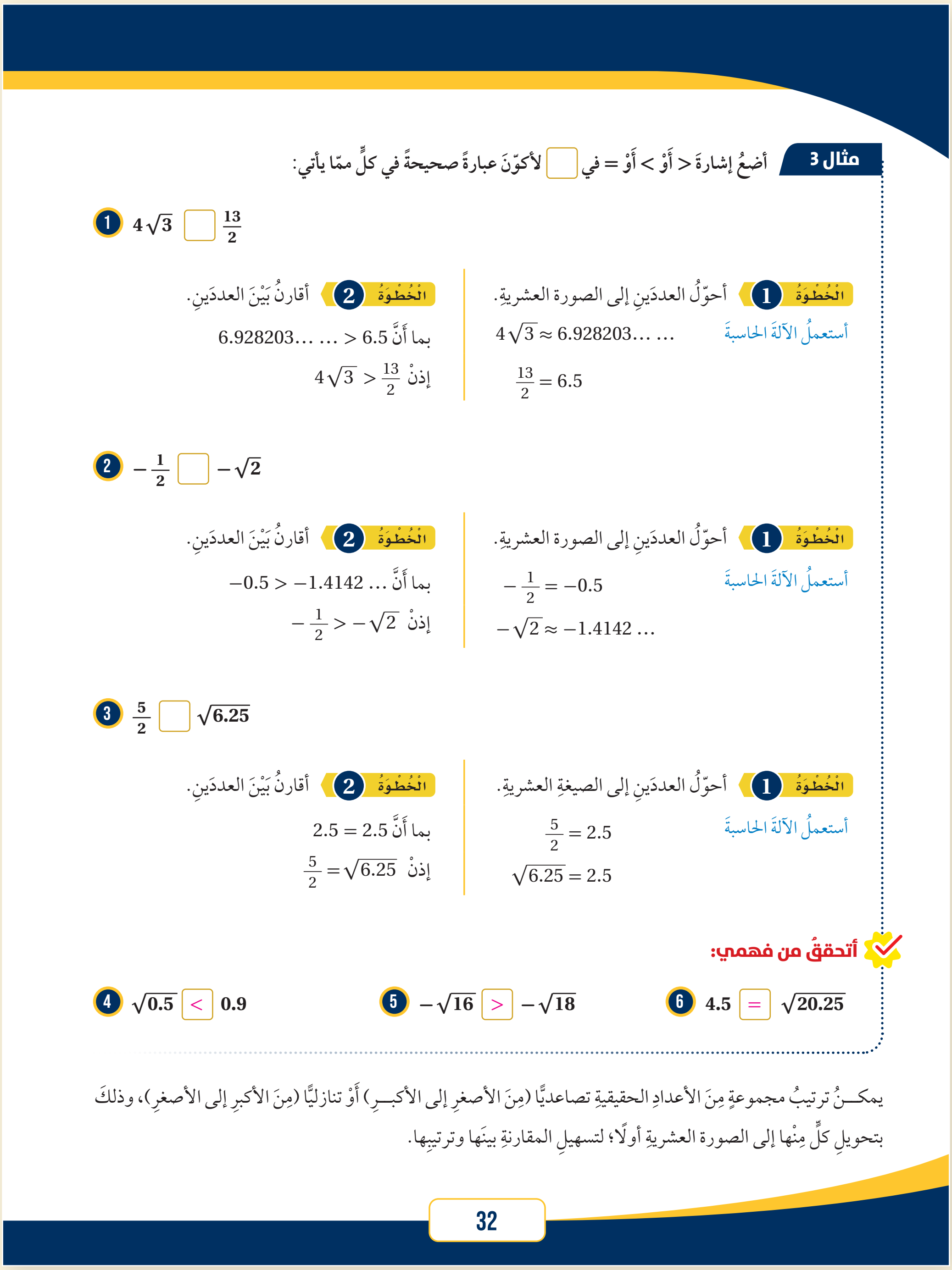
مثال 3

- أوضح للطلبة إمكانية المقارنة بين أي عددين حقيقيين، بتحويلهما إلى الصورة العشرية أولًا، وذلك باستعمال الآلة الحاسبة.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 4

- أوضح للطلبة إمكانية ترتيب الأعداد النسبية تصاعديًّا أو تنازليًّا بتحويلها إلى الصورة العشرية أولًا؛ لتسهيل ترتيبها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشـاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة العدد العشري الدوري دون استعمال الرمز؛ لتسهيل المقارنة بينه وبين الأعداد الحقيقية الأخرى.



مثال 3 أضعُ إشارةَ > أَوْ < أَوْ = في ☐ لأكوّنَ عبارةً صحيحةً في كلٍّ ممّا يأتي:

① $4\sqrt{3}$ ☐ $\frac{13}{2}$

الْخُطْوَةُ 1 أحوّلُ العددَينِ إلى الصورة العشريةِ.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

$4\sqrt{3} \approx 6.928203\ldots\ \ldots$

$\frac{13}{2} = 6.5$

الْخُطْوَةُ 2 أقارنُ بَيْنَ العددَينِ.

بما أنَّ $6.928203\ldots\ \ldots > 6.5$

إذنْ $4\sqrt{3} > \frac{13}{2}$

② $-\frac{1}{2}$ ☐ $-\sqrt{2}$

الْخُطْوَةُ 1 أحوّلُ العددَينِ إلى الصورة العشريةِ.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

$-\frac{1}{2} = -0.5$

$-\sqrt{2} \approx -1.4142\ \ldots$

الْخُطْوَةُ 2 أقارنُ بَيْنَ العددَينِ.

بما أنَّ $-0.5 > -1.4142\ \ldots$

إذنْ $-\frac{1}{2} > -\sqrt{2}$

③ $\frac{5}{2}$ ☐ $\sqrt{6.25}$

الْخُطْوَةُ 1 أحوّلُ العددَينِ إلى الصيغةِ العشريةِ.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

$\frac{5}{2} = 2.5$

$\sqrt{6.25} = 2.5$

الْخُطْوَةُ 2 أقارنُ بَيْنَ العددَينِ.

بما أنَّ $2.5 = 2.5$

إذنْ $\frac{5}{2} = \sqrt{6.25}$

أتحققُ من فهمي:

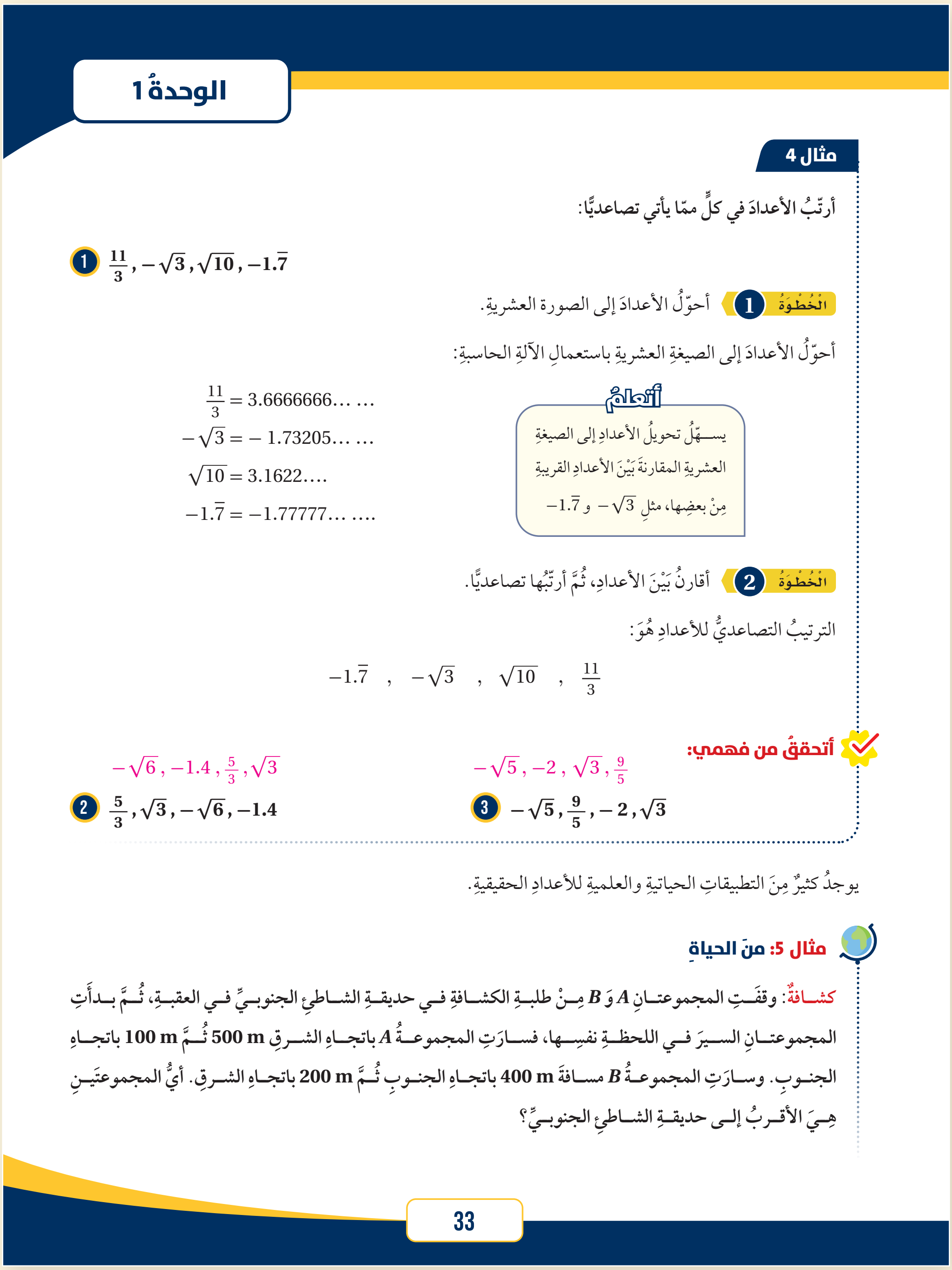
④ $\sqrt{0.5}$ $\boxed{<}$ 0.9

⑤ $-\sqrt{16}$ $\boxed{>}$ $-\sqrt{18}$

⑥ 4.5 $\boxed{=}$ $\sqrt{20.25}$

يمكنُ ترتيبُ مجموعةٍ مِنَ الأعدادِ الحقيقيةِ تصاعديًّا (مِنَ الأصغرِ إلى الأكبرِ) أَوْ تنازليًّا (مِنَ الأكبرِ إلى الأصغرِ)، وذلكَ بتحويلِ كلٍّ مِنْها إلى الصورةِ العشريةِ أولًا؛ لتسهيلِ المقارنةِ بينَها وترتيبِها.

32



مثال 4

أرتّبُ الأعدادَ في كلٍّ ممّا يأتي تصاعديًّا:

① $\frac{11}{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{10}, -1.\overline{7}$

الْخُطْوَةُ 1 أحوّلُ الأعدادَ إلى الصورة العشريةِ.

أحوّلُ الأعدادَ إلى الصيغةِ العشريةِ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

$$\frac{11}{3} = 3.6666666\ldots \ldots$$
$$-\sqrt{3} = -\ 1.73205\ldots \ldots$$
$$\sqrt{10} = 3.1622\ldots.$$
$$-1.\overline{7} = -1.77777\ldots \ldots.$$

أتعلمُ

يســهّلُ تحويلُ الأعدادِ إلى الصيغةِ العشريةِ المقارنةَ بَيْنَ الأعدادِ القريبةِ مِنْ بعضِها، مثلِ $-\sqrt{3}$ و $-1.\overline{7}$

الْخُطْوَةُ 2 أقارنُ بَيْنَ الأعدادِ، ثُمَّ أرتّبُها تصاعديًّا.

الترتيبُ التصاعديُّ للأعدادِ هُوَ:

$$-1.\overline{7} \quad , \quad -\sqrt{3} \quad , \quad \sqrt{10} \quad , \quad \frac{11}{3}$$

أتحققُ من فهمي:

② $\frac{5}{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{6}, -1.4$

$-\sqrt{6}, -1.4, \frac{5}{3}, \sqrt{3}$

③ $-\sqrt{5}, \frac{9}{5}, -2, \sqrt{3}$

$-\sqrt{5}, -2, \sqrt{3}, \frac{9}{5}$

يوجدُ كثيرٌ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ للأعدادِ الحقيقيةِ.

مثال 5: منَ الحياةِ

كشافةٌ: وقفَتِ المجموعتانِ A وَ B مِنْ طلبةِ الكشافةِ في حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ في العقبةِ، ثُمَّ بدأَتِ المجموعتانِ السيرَ في اللحظةِ نفسِها، فسارَتِ المجموعةُ A باتجاهِ الشرقِ 500 m ثُمَّ 100 m باتجاهِ الجنوبِ. وسارَتِ المجموعةُ B مسافةَ 400 m باتجاهِ الجنوبِ ثُمَّ 200 m باتجاهِ الشرقِ. أيُّ المجموعتَينِ هِيَ الأقربُ إلى حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ؟

33

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال نظرية فيثاغورس في كثير من المواقف الحياتية، ثم أطلب إليهم ذكر بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أؤكد للطلبة أهمية رسم شكل توضيحي للمسألة؛ لما له من أهمية في فهم المسألة.
- أذكّر الطلبة بالاتجاهات الأربعة لتسهيل تخيلهم للمسألة.
- أذكّر الطلبة بأن المسافات لا تكون سالبة.

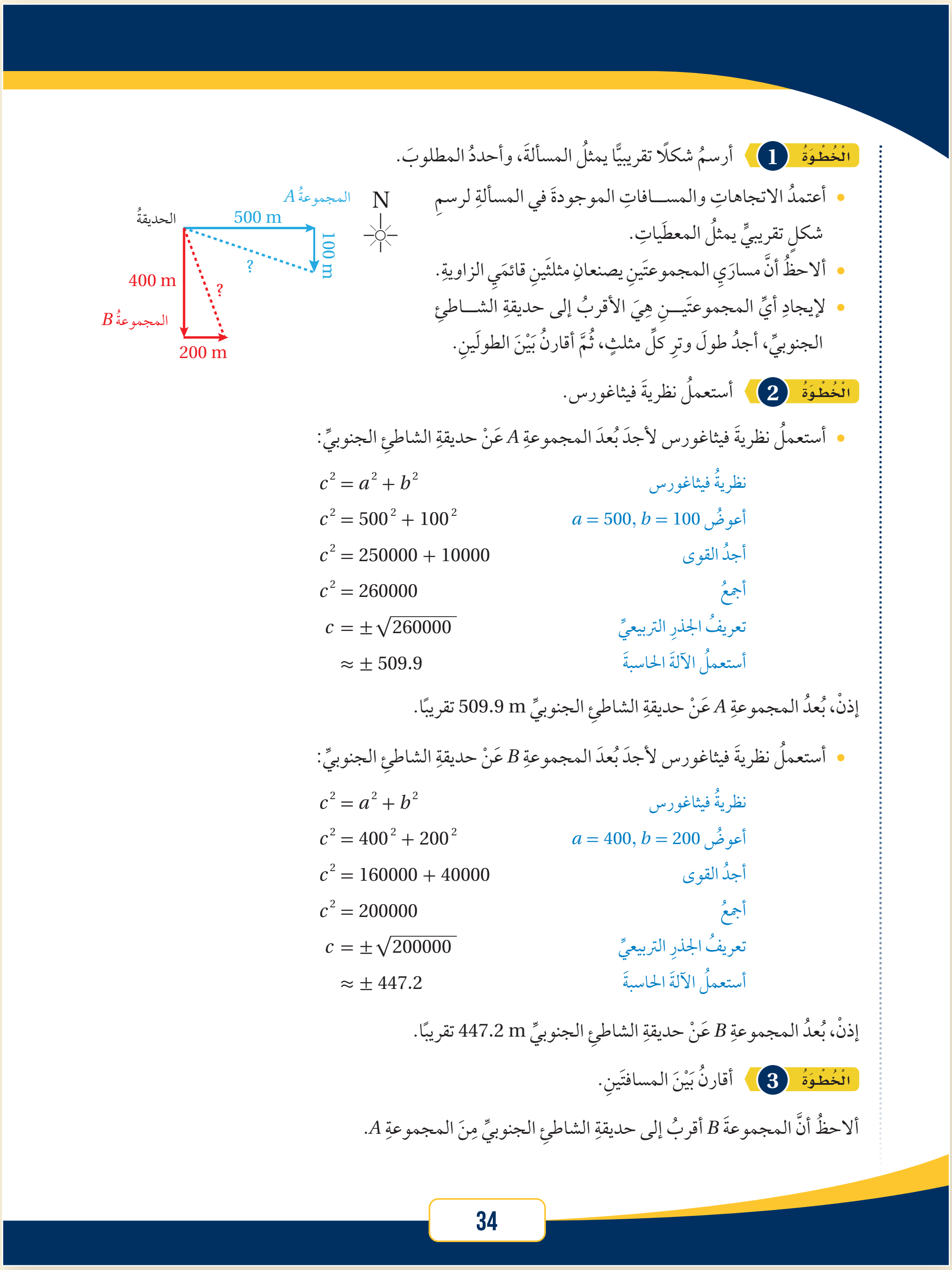
4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12–1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، مُحفِّزًا الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.



الخُطوَةُ 1 أرسمُ شكلًا تقريبيًّا يمثلُ المسألةَ، وأحددُ المطلوبَ.

- أعتمدُ الاتجاهاتِ والمسافاتِ الموجودةَ في المسألةِ لرسمِ شكلٍ تقريبيٍّ يمثلُ المعطياتِ.
- ألاحظُ أنَّ مسارَيِ المجموعتَينِ يصنعانِ مثلثَينِ قائمَيِ الزاويةِ.
- لإيجادِ أيِّ المجموعتَينِ هِيَ الأقربُ إلى حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ، أجدُ طولَ وترِ كلِّ مثلثٍ، ثُمَّ أقارنُ بَيْنَ الطولَينِ.

الخُطوَةُ 2 أستعملُ نظريةَ فيثاغورس.

- أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لأجدَ بُعدَ المجموعةِ A عَنْ حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ:

$c^2 = a^2 + b^2$ نظريةُ فيثاغورس

$c^2 = 500^2 + 100^2$ أعوضُ $a = 500, b = 100$

$c^2 = 250000 + 10000$ أجدُ القوى

$c^2 = 260000$ أجمعُ

$c = \pm\sqrt{260000}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$\approx \pm 509.9$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، بُعدُ المجموعةِ A عَنْ حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ 509.9 m تقريبًا.

- أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لأجدَ بُعدَ المجموعةِ B عَنْ حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ:

$c^2 = a^2 + b^2$ نظريةُ فيثاغورس

$c^2 = 400^2 + 200^2$ أعوضُ $a = 400, b = 200$

$c^2 = 160000 + 40000$ أجدُ القوى

$c^2 = 200000$ أجمعُ

$c = \pm\sqrt{200000}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$\approx \pm 447.2$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، بُعدُ المجموعةِ B عَنْ حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ 447.2 m تقريبًا.

الخُطوَةُ 3 أقارنُ بَيْنَ المسافتَينِ.

ألاحظُ أنَّ المجموعةَ B أقربُ إلى حديقةِ الشاطئِ الجنوبيِّ مِنَ المجموعةِ A.

34

توسعة: أطلب إلى كل طالب/ طالبة حساب مساحة سطح جسمه/ جسمها باستعمال المعادلة الواردة في سؤال (**أتحقق من فهمي**) الذي يلي المثال.

الوحدةُ 1

أتحققُ من فهمي:

جسمُ الإنسانِ: تمثّلُ المعادلةُ $S=\sqrt{\frac{h\times m}{3600}}$ مساحةَ سطحِ جسمِ الإنسانِ S بالأمتارِ المربعةِ حيثُ h الطولُ بالسنتيمتراتِ وَ m الكتلةُ بالكيلوغراماتِ. أجدُ مساحةَ سطحِ جسمِ شابٍّ طولُهُ 180 cm وكتلتُهُ 75 kg. أقرّبُ الإجابةَ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. $1.9\ m^2$ تقريبًا

أتدرب وأحل المسائل

أميزُ العددَ النسبيَّ مِنْ غيرِ النسبيِّ في ما يأتي:

① $-\frac{2}{3}$ نسبي ② $\sqrt{20}$ غير نسبي ③ $5.\overline{2}$ نسبي ④ $\frac{18}{6}$ نسبي

أمثّلُ كلَّ عددٍ غيرِ نسبيٍّ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

⑤ $\sqrt{10}$ انظر رسم الطلبة، الطول 3.2 وحدة تقريبًا

⑥ $\sqrt{97}$ انظر رسم الطلبة، الطول 9.8 وحدة تقريبًا

⑦ $\sqrt{104}$ انظر رسم الطلبة، الطول 10.2 وحدة تقريبًا

أضعُ إشارةَ $<$ أَوْ $>$ أَوْ $=$ في ☐ لأكوّنَ عبارةً صحيحةً في كلٍّ ممّا يأتي:

⑧ $\sqrt{15}\ \boxed{<}\ 3.9$ ⑨ $-3.1\ \boxed{=}\ -\sqrt{9.61}$ ⑩ $\sqrt{36}\ \boxed{<}\ \frac{20}{3}$

⑪ أرتبُ مجموعةَ الأعدادِ $5.\overline{6}$, $\frac{21}{4}$, 4 , $\sqrt{30}$ تنازليًّا.
$5.\overline{6}$, $\sqrt{30}$, $\frac{21}{4}$, 4

⑫ **بلاطٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ بلاطةً مِنَ السيراميكِ مربعةَ الشكلِ طولُ ضلعِها 15 cm، أجدُ طولَ قُطرِ البلاطةِ، ثُمَّ أحددُ ما إذا كانَ العددُ نسبيًّا أَمْ غيرَ نسبيٍّ.
$15\sqrt{2}$ ، عدد غير نسبي

⑬ أجدُ أطوالَ الأضلاعِ المجهولةَ في الشكلِ المجاورِ.
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2

35

إرشادات:

- في السؤال 12، أذكر الطلبة بأن أطوال أضلاع المربع متساوية.
- أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (16 – 21).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 20 كتاب التمارين: 12 ,(1–10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 20 ,(13–15) كتاب التمارين: (11–13)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 13, (16–21) كتاب التمارين: (13–15)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة إعطاء مثال على:
  - » عددين غير نسبيين حاصل ضربهما يعطي عددًا نسبيًّا. $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$
  - » عددين غير نسبيين مجموعهما يعطي عددًا صحيحًا. $3-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$
  - » عددين غير نسبيين ناتج قسمتهما يعطي عددًا صحيحًا. $\sqrt{18}$, $\sqrt{2}$

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

- أُحفِّـز الطلبة علـى تصفُّـح الموقـع الإلكتروني الذي يظهـر عند مسـح الرمز الآتي في المنزل، والاسـتمتاع بمسائل تصنيف الأعداد النسـبية وغير النسبية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:

✓ إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيـه: يحتـوي الموقع علـى مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لـذا أُوضِّح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلـب إلـى أفـراد المجموعـات تنفيذ الخطـوة 4 من خطوات المشروع.

6 الختام

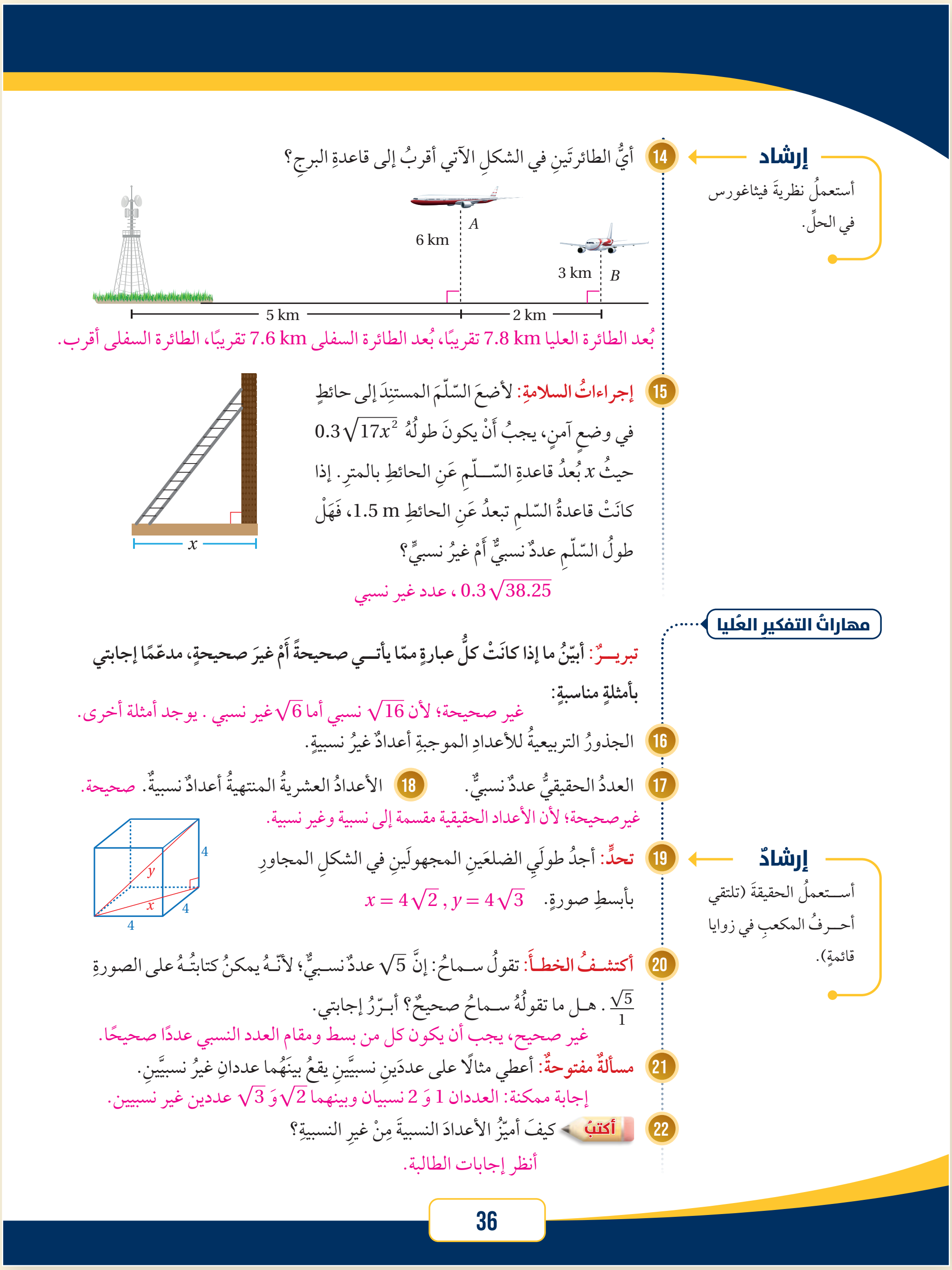
- أُوجِّـه الطلبـة إلـى بنـد (أكتـب)؛ للتأكُّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لـزم الأمـر، أتحقَّق من فهـم الطلبة، بتوجيه سـؤال لهم، مثل:

» أميز العدد النسبي من غير النسبي في ما يأتي:

① $-\frac{5}{7}$ نسبي

② $\sqrt{11}$ غير نسبي

③ $1.0\overline{3}$ نسبي



إرشاد
أستعملُ نظريةَ فيثاغورس في الحلِّ.

⑭ أيُّ الطائرتَينِ في الشكلِ الآتي أقربُ إلى قاعدةِ البرجِ؟

بُعد الطائرة العليا 7.8 km تقريبًا، بُعد الطائرة السفلى 7.6 km تقريبًا، الطائرة السفلى أقرب.

⑮ **إجراءاتُ السلامةِ:** لأضعَ السّلّمَ المستنِدَ إلى حائطٍ في وضعٍ آمنٍ، يجبُ أنْ يكونَ طولُهُ $0.3\sqrt{17x^2}$ حيثُ x بُعدُ قاعدةِ السّـلّمِ عَنِ الحائطِ بالمترِ. إذا كانَتْ قاعدةُ السّلمِ تبعدُ عَنِ الحائطِ 1.5 m، فَهَلْ طولُ السّلّمِ عددٌ نسبيٌّ أَمْ غيرُ نسبيٍّ؟

$0.3\sqrt{38.25}$ ، عدد غير نسبي

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريـرٌ: أبيّنُ ما إذا كانَتْ كلُّ عبارةٍ ممّا يأتـي صحيحةً أَمْ غيرَ صحيحةٍ، مدعّمًا إجابتي بأمثلةٍ مناسبةٍ:

غير صحيحة؛ لأن $\sqrt{16}$ نسبي أما $\sqrt{6}$ غير نسبي . يوجد أمثلة أخرى.

⑯ الجذورُ التربيعيةُ للأعدادِ الموجبةِ أعدادٌ غيرُ نسبيةٍ.

⑰ العددُ الحقيقيُّ عددٌ نسبيٌّ.

⑱ الأعدادُ العشريةُ المنتهيةُ أعدادٌ نسبيةٌ. صحيحة.

غير صحيحة؛ لأن الأعداد الحقيقية مقسمة إلى نسبية وغير نسبية.

إرشادٌ
أسـتعملُ الحقيقةَ (تلتقي أحـرفُ المكعبِ في زوايا قائمةٍ).

⑲ **تحدٍّ:** أجدُ طولَي الضلعَينِ المجهولَينِ في الشكلِ المجاورِ بأبسطِ صورةٍ. $x = 4\sqrt{2}\,, y = 4\sqrt{3}$

⑳ **أكتشـفُ الخطـأَ:** تقولُ سـماحُ: إنَّ $\sqrt{5}$ عددٌ نسـبيٌّ؛ لأنَّـهُ يمكنُ كتابتُـهُ على الصورةِ $\frac{\sqrt{5}}{1}$. هـل ما تقولُهُ سـماحُ صحيحٌ؟ أبـرّرُ إجابتي.

غير صحيح، يجب أن يكون كل من بسط ومقام العدد النسبي عددًا صحيحًا.

㉑ **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أعطي مثالًا على عددَينِ نسبيَّينِ يقعُ بينَهُما عددانِ غيرُ نسبيَّينِ.

إجابة ممكنة: العددان 1 وَ 2 نسبيان وبينهما $\sqrt{2}$ وَ $\sqrt{3}$ عددين غير نسبيين.

㉒ **أكتبُ** كيفَ أميّزُ الأعدادَ النسبيةَ مِنْ غيرِ النسبيةِ؟

أنظر إجابات الطالبة.

36

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن إجراءات السلامة العامة للسلالم، وكتابة فقرة صغيرة عن ذلك، ومشاركتها مع زملائهم/ زميلاتهن في اليوم التالي.

✓ إرشادات:

- فـي السـؤال 19 (**تحـدٍّ**)، أَلفِـت انتباه الطلبـة إلى صندوق الإرشـاد الخاص بالسؤال؛ لمساعدتهم على الحل.
- فـي السـؤال 20 (**أكتشـف الخطـأ**)، أذكّر الطلبـة أن البسـط والمقام يجب أن يكونا عددين صحيحين.

الدرسُ 5 الأُسُسُ النسبيةُ والجذورُ

فكرةُ الدرسِ

أربطُ بَيْنَ الأسسِ النسبيةِ والجذورِ، وأحوّلُ بينَهُما.

المصطلحاتُ

الأُسُّ النسبيُّ، الجذرُ النونيُّ، دليلُ الجذرِ.

أستكشفُ

تمثلُ المعادلةُ $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$ العلاقةَ بَيْنَ ارتفاعِ الزرافةِ (h) بالأمتارِ وكتلتِها x بالكيلوغراماتِ. أجدُ ارتفاعَ زرافةٍ كتلتُها 343 kg

تعلمْتُ سابقًا الأُسُسَ الصحيحةَ وقوانينَها، وسأتعلمُ في هذا الدرسِ نوعًا آخرَ مِنَ الأُسُسِ تُكتبُ على صورةِ كسورٍ تُسمّى **الأُسُسَ النسبيةَ** (rational exponent).

معلومٌ أنَّ تربيعَ عددٍ موجبٍ وإيجادَ الجذرِ التربيعيِّ لمربعِهِ عمليتانِ عكسيتانِ، فمثلًا:

$$3^2 = 9 \longleftrightarrow \sqrt{9} = 3$$

ومنهُ، فإنَّ العمليةَ العكسيةَ لرفعِ عددٍ للأُسِّ n هِيَ إيجادُ **جذرِهِ النونيِّ** (n^{th} root)، ويمكنُ التعبيرُ عَنْ أيِّ جذرٍ نونيٍّ باستعمالِ الأُسُسِ النسبيةِ، فمثلًا يمكنُنا كتابةُ $\sqrt{9}$ بطريقةٍ أُخرى باستعمالِ الأُسُسِ النسبيةِ هِيَ: $9^{\frac{1}{2}}$ حيثُ:

$$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

وبشكلٍ عامٍّ، فإنَّ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ لأيِّ عددٍ صحيحٍ n أكبرُ مِنْ 1، حيثُ يُسمّى العددُ n الموجودُ على انحناءِ الجذرِ **دليلَ الجذرِ** (index) وَهُوَ يدلُّ على درجةِ الجذرِ.

أتعلمُ

إذا لَمْ يكنْ هناكَ دليلٌ للجذرِ فهذا يعني أنَّ دليلَ الجذرِ 2، وَهُوَ يدلُّ على الجذرِ التربيعيِّ.

$$\sqrt[n]{a}$$

رمزُ الجذرِ

دليلُ الجذرِ

المجذورُ

مفهومٌ أساسيٌّ **الأُسُسُ النسبيةُ: $a^{\frac{1}{n}}$**

- **بالكلماتِ:** لأيِّ عددٍ حقيقيٍّ a، وأيِّ عددٍ صحيحٍ n $(n>1)$، فإنَّ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$، إلّا إذا كانَ $a<0$ وَ n عددًا زوجيًّا فإنَّ الجذرَ النونيَّ غيرُ معرَّفٍ.
- **أمثلةٌ:** $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$, $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$

37

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينها.

نتاجات التعلم القبلي:

- تعرّف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 3: **الأسس والجذور.**
- أطلب إلى الطلبة التوفيق بين كل بطاقتين متطابقتين.
- تفوز المجموعة التي تنهي التوفيق بين جميع البطاقات توفيقًا صحيحًا أولًا.

إرشاد: اختصارًا للوقت، يمكن قص البطاقات في **ورقة المصادر 3** قبل الحصة الصفية.

2 الاستكشاف

- أُوجِّـه الطلبـة إلـى قـراءة المسـألة الـواردة فـي بنـد (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ما المعادلة التـي تمثل ارتفـاع الزرافة بالأمتار وكتلتها بالكيلوغرامات؟ $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$
  - » كيف يمكن إيجاد ارتفاع زرافة كتلتها 343 kg؟ بتعويض كتلة الزرافة في المعادلة وحل المعادلة الناتجة.
  - » كم يبلغ ارتفاع هذه الزرافة؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سـيتعرَّفون إجابة السـؤال السابق في هذا الدرس.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

المثالان 1 و 2

- أذكر الطلبة بما تعلموه سـابقًا عن الأسـس الصحيحة وقوانينهـا، ثـم أوضـح لهـم أن العلاقة بيـن رفع عدد لأسّ صحيح موجب أكبر من 1 وإيجاد جذره النوني، وأقدم لهم المصطلحات الجديدة: الأسـس النسـبية، والجذر النوني، دليل الجذر.
- أناقـش الطلبـة في القاعـدة الوارد ذكرهـا في صندوق (**مفهـوم أساسـي**)، وبيِّنـت العلاقة بين الأس النسـبي على صورة $a^{\frac{1}{n}}$ والجذر النوني لأي عدد حقيقي.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح.
- أناقـش مع الطلبـة إمكانية إيجـاد قيم عبـارات عددية أسـية نسبية من دون استعمال الآلة الحاسبة، بالاستناد إلى مفهوم الأس النسبي.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 1

أكتبُ الصورةَ الأُسّيةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسّيةٍ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $y^{\frac{1}{4}}$

$y^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{y}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

② $\sqrt[6]{w}$

$\sqrt[6]{w} = w^{\frac{1}{6}}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

③ $8^{\frac{1}{5}}$

$8^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{8}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

④ $\sqrt[7]{-20}$

$\sqrt[7]{-20} = (-20)^{\frac{1}{7}}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

أتحققُ من فهمي:

⑤ $c^{\frac{1}{8}}$ $\sqrt[8]{c}$

⑥ $\sqrt[9]{x}$ $x^{\frac{1}{9}}$

⑦ $25^{\frac{1}{10}}$ $\sqrt[10]{25}$

⑧ $\sqrt[3]{-12}$ $(-12)^{\frac{1}{3}}$

بشكلٍ عامٍّ، إذا كانَ $a^{\frac{1}{n}} = b$، فإنَّ ذلكَ يعني أنَّ العاملَ b ضُرِبَ في نفسِهِ n مِنَ المراتِ فكانَ الناتجُ a، ويمكنُ استعمالُ هذا المفهومِ لإيجادِ قِيَمِ عباراتٍ عدديةٍ أُسّيةٍ مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ.

مثال 2

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

① $196^{\frac{1}{2}}$

$196^{\frac{1}{2}} = \sqrt{196}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

$= \sqrt{14 \times 14}$ أعيدُ كتابةَ 196 كحاصلِ ضربِ عاملٍ في نفسِهِ

$= 14$ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ للعددِ

② $(-64)^{\frac{1}{3}}$

$(-64)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-64}$ تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

$= \sqrt[3]{-4\times-4\times-4}$ أعيدُ كتابةَ 64− كحاصلِ ضربِ عاملٍ في نفسِهِ 3 مراتٍ

$= -4$ أجدُ الجذرَ الثالثَ للعددِ

38

✓ إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه إذا كان المجذور عددًا سالبًا وكان دليل الجذر عددًا زوجيًّا؛ عندها يكون الجذر النوني غير مُعرَّف.
- أوضـح للطلبة أهمية إعادة كتابـة المجذور كحاصل ضرب عامل في نفسـه مكررًا عددًا من المرات مسـاويًا لدليل الجذر، فمثلًا إذا كان دليل الجذر 4، أعيد كتابة المجذور كحاصل ضرب عامل في نفسه 4 مرات، وهكذا.

الوحدةُ 1

③ $729^{\frac{1}{6}}$

$729^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{729}$ — تعريفُ $a^{\frac{1}{n}}$

$= \sqrt[6]{3\times3\times3\times3\times3\times3}$ — أعيدُ كتابةَ 729 كحاصلِ ضربِ عاملٍ في نفسِهِ 6 مراتٍ

$= 3$ — أجدُ الجذرَ السادسَ للعددِ

أتحققُ من فهمي:

④ $225^{\frac{1}{2}}$ 15

⑤ $(-243)^{\frac{1}{5}}$ -3

⑥ $128^{\frac{1}{7}}$ 2

يمكنُ تعميمُ العلاقةِ بَيْنَ الأُسُسِ النسبيةِ والجذورِ كما يأتي:

مفهومٌ أساسيٌّ — **الأسسُ النسبيةُ: $a^{\frac{m}{n}}$**

- **بالكلماتِ:** لأيِّ عددٍ حقيقيٍّ a لا يساوي صفرًا، وأيِّ عددَينِ صحيحَينِ n, m وَ$(n>1)$ فإنَّ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$. إلّا إذا كانَ $a < 0$ وَ n عددًا زوجيًّا، فإنَّ الجذرَ النونيَّ يكونُ قيمةً غيرَ معرّفةٍ.
- **مثالٌ:** $8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = (2)^2 = 4$

مثال 3

أكتبُ الصورةَ الأُسّيةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسّيةٍ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $x^{\frac{3}{4}}$

$x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$ — تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

② $\sqrt[5]{b^2}$

$\sqrt[5]{b^2} = b^{\frac{2}{5}}$ — تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

③ $30^{\frac{5}{6}}$

$30^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{30^5}$ — تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

④ $\sqrt[7]{(-50)^2}$

$\sqrt[7]{(-50)^2} = (-50)^{\frac{2}{7}}$ — تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

أتحققُ من فهمي:

⑤ $d^{\frac{5}{2}}$ $\sqrt{d^5}$

⑥ $\sqrt[4]{b^7}$ $b^{\frac{7}{4}}$

⑦ $18^{\frac{9}{5}}$ $\sqrt[5]{18^9}$

⑧ $\sqrt[3]{(-16)^8}$ $(-16)^{\frac{8}{3}}$

39

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغــة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 3

- أناقـش الطلبـة في القاعـدة الواردة ذكرهـا في صندوق (**مفهـوم أساسـي**)، وبيِّنـت العلاقة بين الأس النسـبي على صورة $a^{\frac{m}{n}}$ والجذر لأي عدد حقيقي.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح.

✓ إرشـاد: ألفت انتبــاه الطلبة إلى أنــه إذا كان المجذور عددًا سالبًا وكان دليل الجذر عددًا زوجيًّا؛ عندها يكون الجذر النوني غير مُعرَّف.

مثال 4

- أناقش مع الطلبة إمكانية إيجاد قيم عبارات عددية أسية نسبية من دون استعمال الآلة الحاسبة، بالاستناد إلى مفهوم الأس النسبي.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الأسس النسبية في كثير من المواقف الحياتية وأذكر لهم بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

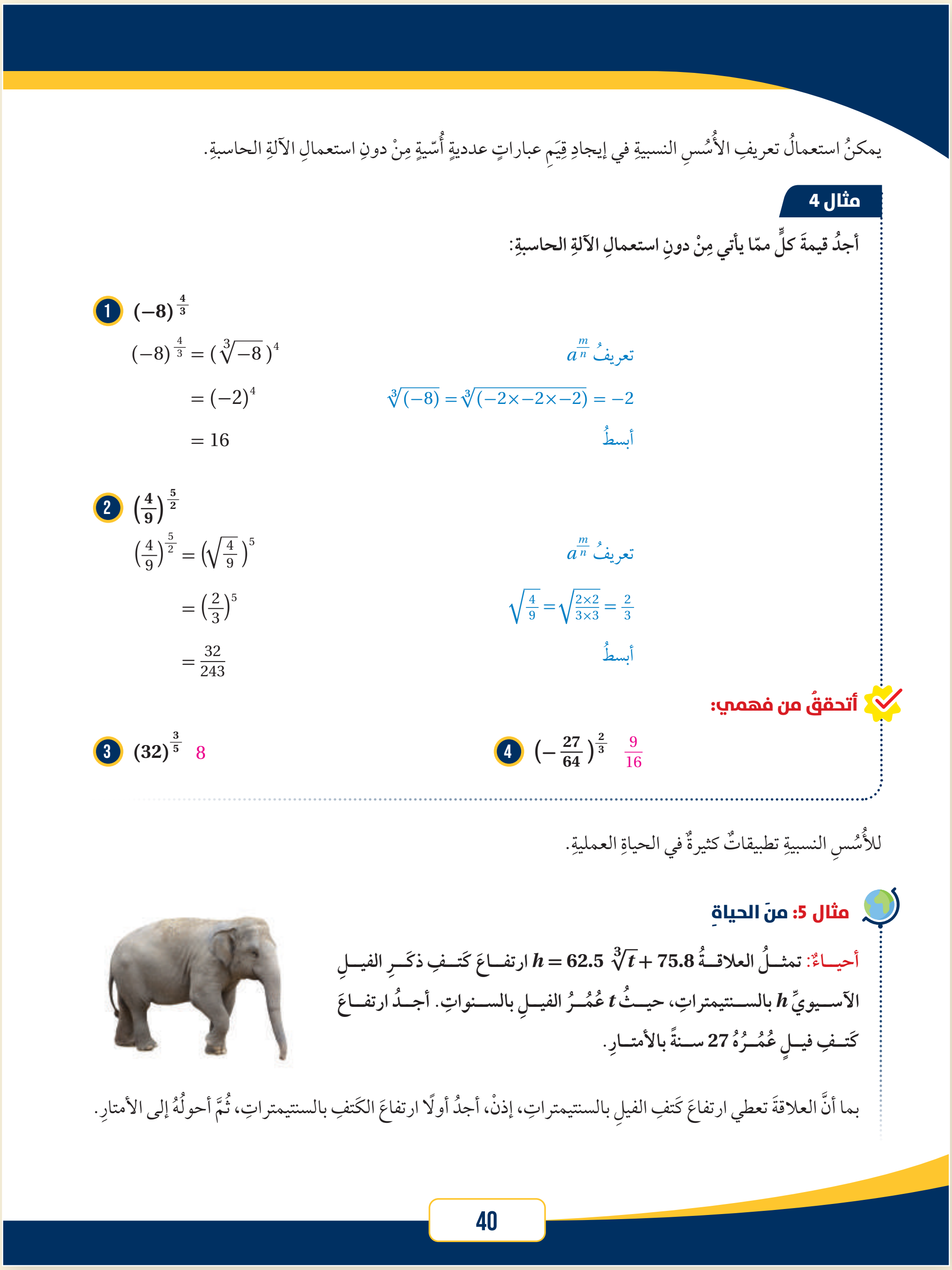
إرشـاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أن المعادلة تعطي ارتفاع كتف الفيل بالسنتيمترات؛ لذا يلزم تحويله إلى الأمتار بعد إيجاده.

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة عند التحويل من السنتيمتر إلى المتر بالضرب في 100 وليس القسمة على 100؛ لذا أذكّرهم بأنّنا نقسم عند التحويل من الوحدة الأصغر إلى الوحدة الأكبر.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّن/ تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.



يمكنُ استعمالُ تعريفِ الأُسُسِ النسبيةِ في إيجادِ قِيَمِ عباراتٍ عدديةٍ أُسّيةٍ مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ.

مثال 4

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

① $(-8)^{\frac{4}{3}}$

$(-8)^{\frac{4}{3}} = (\sqrt[3]{-8})^4$ تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

$= (-2)^4$ $\sqrt[3]{(-8)} = \sqrt[3]{(-2\times-2\times-2)} = -2$

$= 16$ أبسطُ

② $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{5}{2}}$

$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^5$ تعريفُ $a^{\frac{m}{n}}$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^5$ $\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2\times2}{3\times3}} = \frac{2}{3}$

$= \frac{32}{243}$ أبسطُ

أتحققُ من فهمي:

③ $(32)^{\frac{3}{5}}$ 8

④ $\left(-\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$ $\frac{9}{16}$

للأُسُسِ النسبيةِ تطبيقاتٌ كثيرةٌ في الحياةِ العمليةِ.

مثال 5: منَ الحياةِ

أحياءٌ: تمثلُ العلاقةُ $h = 62.5\ \sqrt[3]{t} + 75.8$ ارتفاعَ كَتفِ ذكَرِ الفيلِ الآسيويِّ h بالسنتيمتراتِ، حيثُ t عُمُرُ الفيلِ بالسنواتِ. أجدُ ارتفاعَ كَتفِ فيلٍ عُمُرُهُ 27 سنةً بالأمتارِ.

بما أنَّ العلاقةَ تعطي ارتفاعَ كَتفِ الفيلِ بالسنتيمتراتِ، إذنْ، أجدُ أولًا ارتفاعَ الكَتفِ بالسنتيمتراتِ، ثُمَّ أحولُهُ إلى الأمتارِ.

40

الوحدةُ 1

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ ارتفاعَ كَتفِ الفيلِ بالسنتيمتراتِ.

العلاقةُ الأصليةُ	$h = 62.5\sqrt[3]{t} + 75.8$
أعوضُ $t = 27$	$= 62.5\sqrt[3]{27} + 75.8$
$\sqrt[3]{27} = 3$	$= 62.5(3) + 75.8$
أبسطُ	$= 263.3$

إذنْ، ارتفاعُ كَتفِ الفيلِ 263.3 cm

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ ارتفاعَ كَتفِ الفيلِ بالأمتارِ.

بما أنَّ كلَّ 1 m يساوي 100 cm، إذنْ، ارتفاعُ كَتفِ الفيلِ بالأمتارِ 2.633 m

أتحققُ من فهمي:

تكنولوجيا: تصنّعُ شركةٌ شـرائحَ ذاكرةٍ صغيرةً لوَحداتِ تخزينِ البياناتِ المتنقلةِ (USB)، إذا اسـتُعملَتِ الصيغةُ $c = 84(n)^{\frac{2}{3}} + 910$ لحسابِ التكلفةِ c بالدينارِ لإنتاجِ n شريحةً، فأجدُ تكلفةَ إنتاجِ 125 شريحةَ ذاكرةٍ. JD 3010

أتدرب وأحل المسائل

أكتـبُ الصورةَ الأُسّـيةَ في صـورةٍ جذريـةٍ والصورةَ الجذريـةَ في صورةٍ أُسّـيةٍ في كلٍّ ممّـا يأتي:

① $p^{\frac{1}{6}}$ $\sqrt[6]{b}$
② $\sqrt[8]{u}$ $u^{\frac{1}{8}}$
③ $9^{\frac{1}{4}}$ $\sqrt[4]{9}$
④ $\sqrt[5]{-8}$ $(-8)^{\frac{1}{5}}$
⑤ $w^{\frac{8}{3}}$ $\sqrt[3]{w^8}$
⑥ $\sqrt[6]{v^5}$ $v^{\frac{5}{6}}$
⑦ $16^{\frac{3}{4}}$ $\sqrt[4]{16^3}$
⑧ $\sqrt[5]{(-35)^9}$ $(-35)^{\frac{9}{5}}$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

⑨ $32^{\frac{1}{5}}$ 2
⑩ $256^{\frac{1}{4}}$ 4
⑪ $(-125)^{\frac{1}{3}}$ -5
⑫ $4096^{\frac{1}{6}}$ 4
⑬ $(16)^{\frac{3}{4}}$ 8
⑭ $\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{2}{5}}$ $\frac{1}{4}$
⑮ $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$ $\frac{243}{32}$
⑯ $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{5}{3}}$ $-\frac{243}{32}$

41

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المســتوى دون المتوســط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المســائل**)، فإنّني أضع كُلًّا منهم مــع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (23–21).
- أرصـد أيّة أفكار غيـر تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أســتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 21 كتاب التمارين: (8–1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 18, 20, 21 كتاب التمارين: 9, 11, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (23–19) كتاب التمارين: 12, 13

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل كل من المعادلات الآتية:

① $125^x = 625$ $x = \frac{4}{3}$

② $27^x = 9$ $x = \frac{2}{3}$

③ $16^x = 64$ $x = \frac{3}{2}$

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة التحقُّق من صحة نواتج المسائل في بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**) باستعمال الآلة الحاسبة العلمية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 5 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أجد قيمة كل مما يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:**

1 $400^{\frac{1}{2}}$ 20

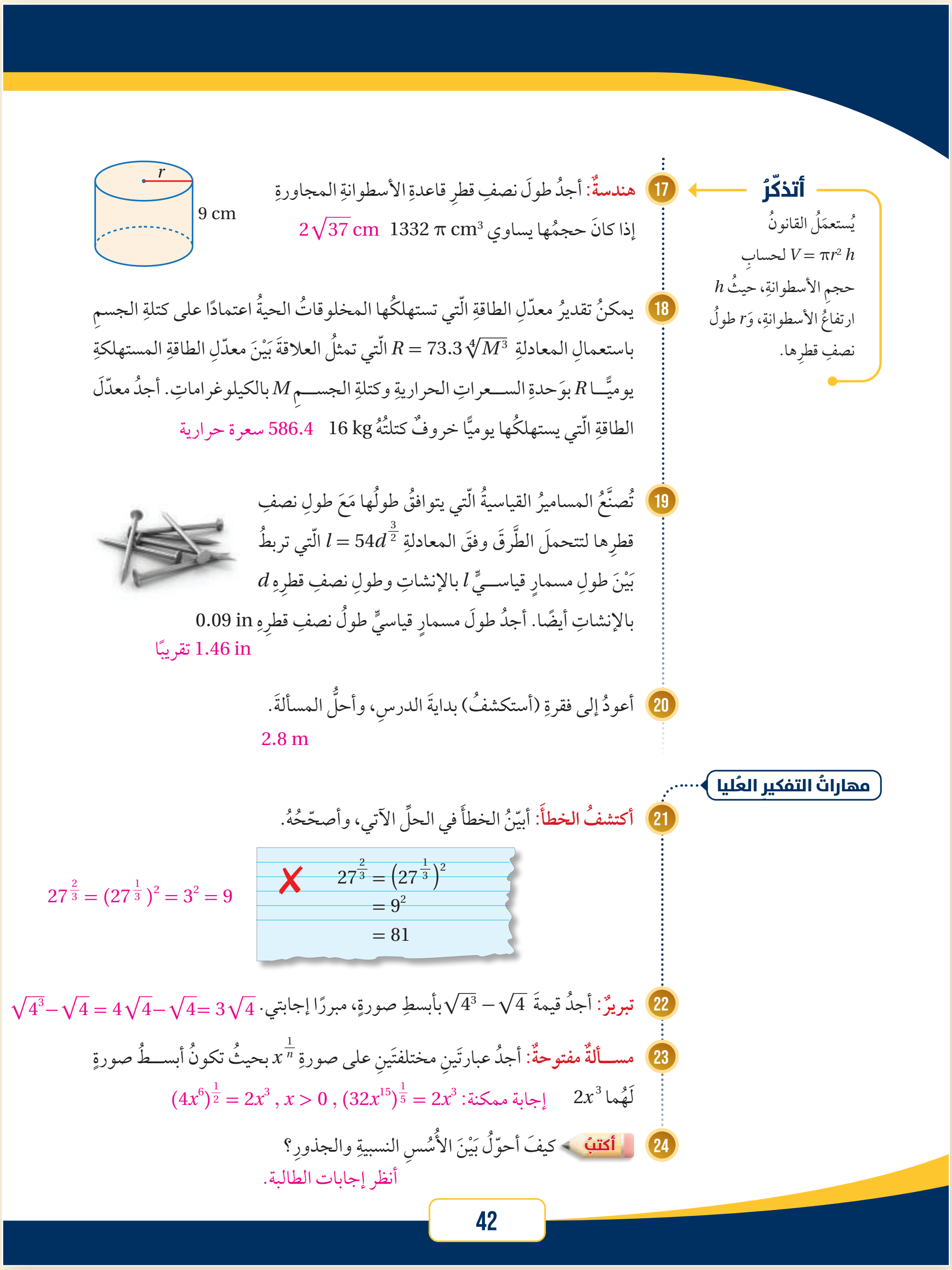
2 $625^{\frac{1}{4}}$ 5

3 $100000^{\frac{1}{5}}$ 10

4 $\left(\frac{25}{36}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{6}$

5 $\left(\frac{8}{512}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\frac{2}{8}$

6 $\left(\frac{1000}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\frac{10}{4}$



أتذكّر

يُستعمَلُ القانونُ $V = \pi r^2 h$ لحسابِ حجمِ الأسطوانةِ، حيثُ h ارتفاعُ الأسطوانةِ، وَ r طولُ نصفِ قطرِها.

17 **هندسةٌ:** أجدُ طولَ نصفِ قطرِ قاعدةِ الأسطوانةِ المجاورةِ إذا كانَ حجمُها يساوي $1332\pi\ cm^3$ $2\sqrt{37}$ cm

18 يمكنُ تقديرُ معدّلِ الطاقةِ الّتي تستهلكُها المخلوقاتُ الحيةُ اعتمادًا على كتلةِ الجسمِ باستعمالِ المعادلةِ $R = 73.3\sqrt[4]{M^3}$ الّتي تمثلُ العلاقةَ بَيْنَ معدّلِ الطاقةِ المستهلكةِ يوميًّا R بوَحدةِ السعراتِ الحراريةِ وكتلةِ الجسمِ M بالكيلوغراماتِ. أجدُ معدّلَ الطاقةِ الّتي يستهلكُها يوميًّا خروفٌ كتلتُهُ 16 kg 586.4 سعرة حرارية

19 تُصنَّعُ المساميرُ القياسيةُ الّتي يتوافقُ طولُها مَعَ طولِ نصفِ قطرِها لتتحملَ الطَّرقَ وفقَ المعادلةِ $l = 54d^{\frac{3}{2}}$ الّتي تربطُ بَيْنَ طولِ مسمارٍ قياسيٍّ l بالإنشاتِ وطولِ نصفِ قطرِهِ d بالإنشاتِ أيضًا. أجدُ طولَ مسمارٍ قياسيٍّ طولُ نصفِ قطرِهِ 0.09 in

1.46 in تقريبًا

20 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

2.8 m

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **أكتشفُ الخطأَ:** أبيّنُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وأصحّحُهُ.

$$27^{\frac{2}{3}} = \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2$$
$$= 9^2$$
$$= 81$$

$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2 = 3^2 = 9$

22 **تبريرٌ:** أجدُ قيمةَ $\sqrt{4^3} - \sqrt{4}$ بأبسطِ صورةٍ، مبررًا إجابتي. $\sqrt{4^3} - \sqrt{4} = 4\sqrt{4} - \sqrt{4} = 3\sqrt{4}$

23 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ عبارتَينِ مختلفتَينِ على صورةِ $x^{\frac{1}{n}}$ بحيثُ تكونُ أبسطُ صورةٍ لَهُما $2x^3$ إجابة ممكنة: $(32x^{15})^{\frac{1}{5}} = 2x^3$, $x > 0$, $(4x^6)^{\frac{1}{2}} = 2x^3$

24 **أكتبُ** كيفَ أحوّلُ بَيْنَ الأُسسِ النسبيةِ والجذورِ؟

أنظر إجابات الطالبة.

42

إرشادات:

- في السؤال 19، أوضح للطلبة أهمية أن يتناسب طول نصف قطر المسمار مع طوله لتحمل الطرق.
- أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.
- في السؤال 21 (**أكتشف الخطأ**)، أسأل الطلبة: هل الجذر الثالث لـ 27 هو 3؟
- في السؤال 22 (**تبرير**)، أذكّر الطلبة بضرورة اتباع أولويات العمليات ليكون الناتج صحيحًا.

الدرسُ 6

ضربُ الأُسُسِ النسبيةِ وقسمتُها

فكرةُ الدرسِ

استعمالُ ضربِ الأُسُسِ النسبيةِ وقسمتِها في إيجادِ قِيَمِ مقاديرَ تحتوي أُسسًا نسبيةً وتبسيطِها.

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ صُندوقًا خشبيًّا مصمتًا على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ طولُهُ $x^{\frac{1}{2}}$ وحدةٍ، وعرضُهُ $x^{\frac{1}{3}}$ وحدةٍ، وارتفاعُهُ $x^{\frac{1}{4}}$ وحدةٍ، كيفَ أجدُ حجمَ الصُّندوقِ بدلالةِ المتغيرِ x؟

تعلمْتُ سابقًا مجموعةً مِنْ قوانينِ الأُسُسِ الصحيحةِ:

مراجعةُ المفهومِ **قوانينُ الأُسسِ الصحيحةِ**

إذا كانَ a وَ b عددَينِ حقيقيَّينِ وَ n وَ m عددَينِ صحيحَينِ، فإنَّ:

ضربَ القوى	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
قسمةَ القوى	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\ ,\ a \neq 0$
قوَّةَ القوَّةِ	$(a^m)^n = a^{m \times n}$
قوةَ ناتجِ الضربِ	$(ab)^n = a^n b^n$
قوةَ ناتجِ القسمةِ	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\ ,\ b \neq 0$
الأُسَّ الصفريَّ	$a^0 = 1\ ,\ a \neq 0$
الأُسُسَ السالبةَ	$a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a \neq 0$

يظهرُ في بعضِ الأحيانِ قانونُ قوةِ ناتجِ القسمةِ على الصورةِ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ الّذي يمكنُ كتابتُهُ باستعمالِ قوةٍ موجبةٍ على الصورةِ $\left(\frac{b}{a}\right)^n$. وبصورةٍ عامةٍ، لأيِّ عددَينِ a وَ b حيثُ $a, b \neq 0$ وَ n عددٌ صحيحٌ فإنَّ:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

تنطبقُ جميعُ قوانينِ الأسسِ أعلاهُ على الأُسسِ النسبيةِ، ويمكنُ استعمالُها لإيجادِ قيمةِ مقدارٍ عدديٍّ يحوي أُسسًا نسبيةً.

43

الدرس 6

نتاجات الدرس:

- استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي أسسًا نسبية وتبسيطها.

نتاجات التعلم القبلي:

- تعرّف الأسس والقوى الصحيحة، وقواعد ضربها وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أطلب إلى الطلبة استعمال عمليتي × و ÷ و الأعداد $4^2, 3^2, 2^3, 1^4$ لتكوين أكبر عدد ممكن من الأعداد الصحيحة.

مثال: $4^2 \times 3^2 \div 2^3 \div 1^4 = 18$

أخطاء شائعة: يخطئ بعض الطلبة عند ضرب القوى وقسمتها، بضرب الأساس وجمع الأس؛ لذا أقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ما شكل الصندوق الظاهر في المسألة؟ على شكل متوازي مستطيلات.
  - » كيف يمكن إيجاد حجم الصندوق؟ بضرب أبعاده.
  - » كم يبلغ حجم الصندوق بدلالة المتغير x؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكر الطلبة بما تعلموه في الصف السابع حول قوانين الأسس الصحيحة الوارد ذكرها في صندوق (**مراجعة المفهوم**)، وأعطي لهم مثالًا على كل قانون.
- أناقش مع الطلبة القانون $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$، وأقدم لهم أمثلة على ذلك.
- أوضح للطلبة أن جميع قوانين الأسس الصحيحة تنطبق على الأسس النسبية، ويمكن استعمالها لإيجاد قيمة مقدار عددي يحوي أسسًا نسبية دون استعمال الآلة الحاسبة.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

مثال 1 أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $64^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$

$64 = 2^6$	$64^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = (2^6)^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$
قاعدةُ قوةِ القوةِ	$= 2^{\frac{6}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$
قاعدةُ ضربِ القوى	$= 2^{\frac{6}{5}+\frac{4}{5}}$
أجمعُ	$= 2^{\frac{10}{5}}$
أبسطُ	$= 2^{2} = 4$

② $\sqrt[3]{125 \times 5^6}$

تعريفُ الأسسِ النسبيةِ	$\sqrt[3]{125 \times 5^6} = (125 \times 5^6)^{\frac{1}{3}}$
$125 = 5^3$	$= (5^3 \times 5^6)^{\frac{1}{3}}$
قاعدةُ ضربِ القوى	$= (5^9)^{\frac{1}{3}}$
قاعدةُ قوةِ القوةِ	$= 5^3$
أبسطُ	$= 125$

أفكرُ

هَلْ يمكنُ حلُّ الفرعِ 2 مِنَ المثالِ بطريقةٍ أُخرى؟

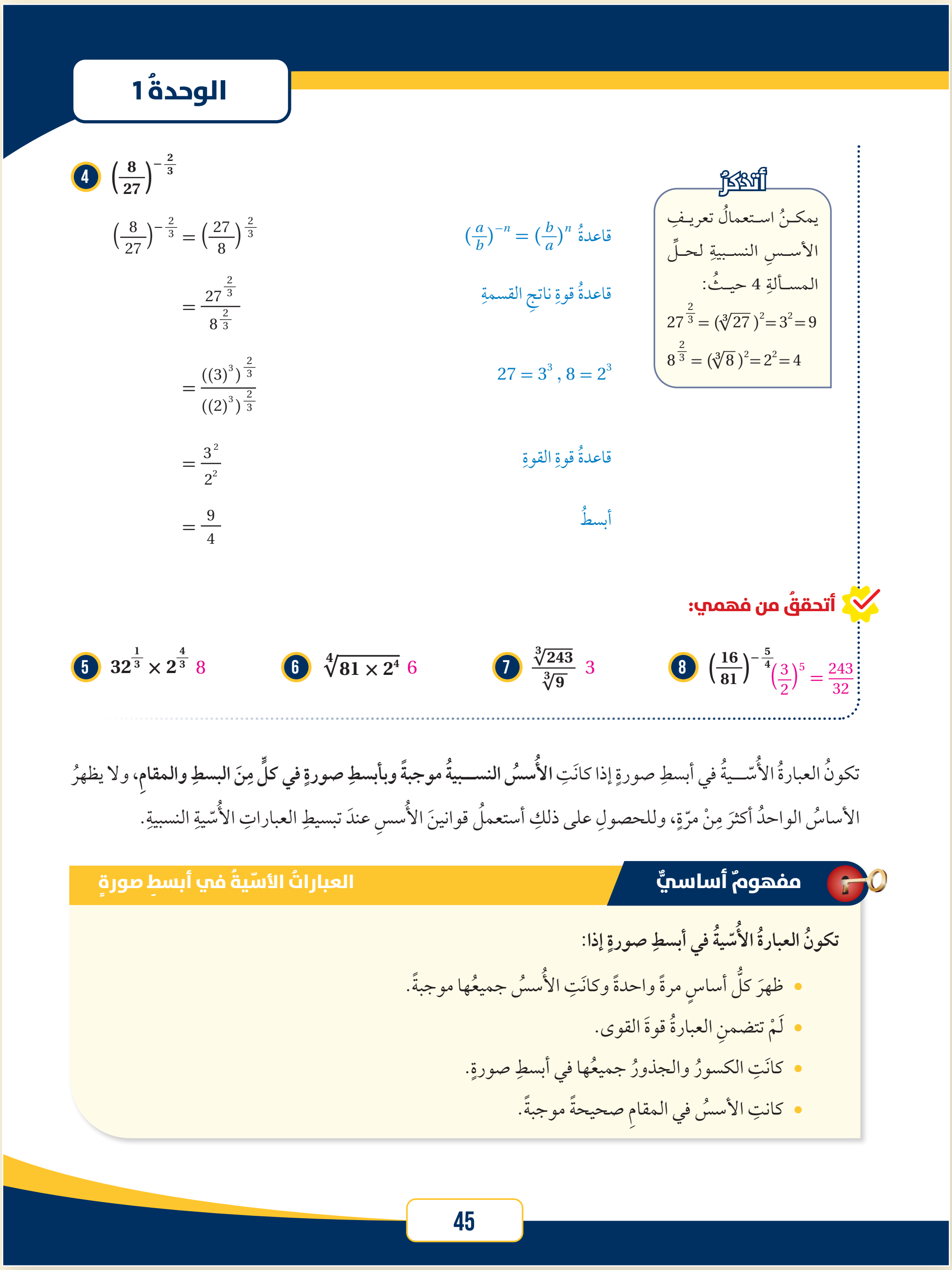
③ $\dfrac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[4]{3}}$

تعريفُ الأسسِ النسبيةِ	$\dfrac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[4]{3}} = \dfrac{81^{\frac{1}{8}}}{3^{\frac{1}{4}}}$
$81 = 3^4$	$= \dfrac{(3^4)^{\frac{1}{8}}}{3^{\frac{1}{4}}}$
قاعدةُ قوةِ القوةِ	$= \dfrac{3^{\frac{4}{8}}}{3^{\frac{1}{4}}}$
قاعدةُ قسمةِ القوى	$= \dfrac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{4}}} = (3)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$
أبسطُ	$= 3^{\frac{1}{4}}$
الصورةُ الجذريةُ	$= \sqrt[4]{3}$

أتذكرُ

يلزمُ توحيدُ المقاماتِ قبلَ طرحِ الأُسسِ النسبيةِ.

44



الوحدةُ 1

4 $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$

$\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ قاعدةُ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

$= \frac{27^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}}$ قاعدةُ قوةِ ناتجِ القسمةِ

$= \frac{((3)^3)^{\frac{2}{3}}}{((2)^3)^{\frac{2}{3}}}$ $27 = 3^3 , 8 = 2^3$

$= \frac{3^2}{2^2}$ قاعدةُ قوةِ القوةِ

$= \frac{9}{4}$ أبسطُ

أتذكّرُ

يمكنُ استعمالُ تعريفِ الأسسِ النسبيةِ لحلِّ المسألةِ 4 حيثُ:

$27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$

$8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

أتحققُ من فهمي:

5 $32^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$ 8

6 $\sqrt[4]{81 \times 2^4}$ 6

7 $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{9}}$ 3

8 $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{5}{4}}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$

تكونُ العبارةُ الأُسّـيةُ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَتِ **الأُسسُ النسـبيةُ موجبةً وبأبسطِ صورةٍ في كلٍّ مِنَ البسطِ والمقامِ**، ولا يظهرُ الأساسُ الواحدُ أكثرَ مِنْ مرّةٍ، وللحصولِ على ذلكِ أستعملُ قوانينَ الأُسسِ عندَ تبسيطِ العباراتِ الأُسّيةِ النسبيةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **العباراتُ الأسّيةُ في أبسطِ صورةٍ**

تكونُ العبارةُ الأُسّيةُ في أبسطِ صورةٍ إذا:

- ظهرَ كلُّ أساسٍ مرةً واحدةً وكانَتِ الأُسسُ جميعُها موجبةً.
- لَمْ تتضمنِ العبارةُ قوةَ القوى.
- كانَتِ الكسورُ والجذورُ جميعُها في أبسطِ صورةٍ.
- كانتِ الأسسُ في المقامِ صحيحةً موجبةً.

45

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغــة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

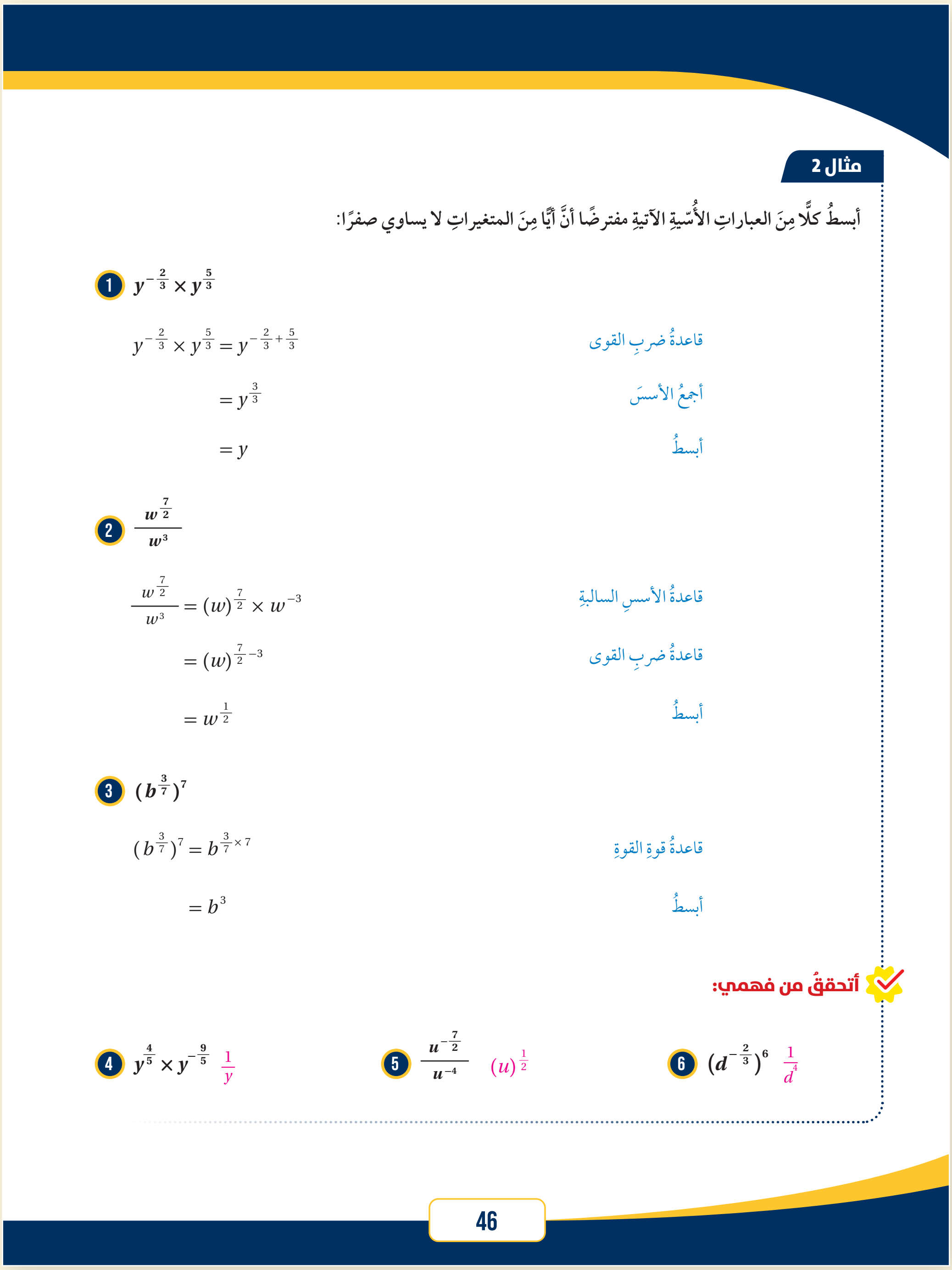
إرشادات:

- ألفت انتبـاه الطلبة إلى أن قوانين الأســس تنطبق على أي أساسات حقيقية.
- أوجّه الطلبة إلى الإجابة عن الفرع 2 من المثال 1 بطريقة أخرى، وهي توزيع الجذر التكعيبي على الضرب أولًا.
- ألفـت انتبـاه الطلبة إلـى ضرورة توحيـد مقامات الأسس النسبية قبل جمعها أو طرحها.
- أوضـح للطلبة إمكانية حل الفـرع 4 من المثال 1 بتحويل الأس النسبي إلى جذر.

مثال 2

- أوضح للطلبة أن هناك شروطًا لتكون العبارة الأسية في أبسط صورة، ويمكن الحصول على أبسط صورة من العبارة الأسية النسبية باستعمال قوانين الأسس.
- أناقش الطلبة في الشروط الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**)، وبيِّنت شروط عدّ العبارة الأسية في أبسط صورة.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

✓ **إرشـاد:** في المثال 2، أطلب إلى الطلبة تبرير سبب كون العبارة الأسية في كل فرع ليست في أبسط صورة، ثم أطلب إليهم بعد التبسيط تبرير سبب أن العبارة أصبحت في أبسط صورة.



مثال 2

أبسطُ كلًّا مِنَ العباراتِ الأُسّيةِ الآتيةِ مفترضًا أنَّ أيًّا مِنَ المتغيراتِ لا يساوي صفرًا:

① $y^{-\frac{2}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}$

$y^{-\frac{2}{3}} \times y^{\frac{5}{3}} = y^{-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}}$ قاعدةُ ضربِ القوى

$= y^{\frac{3}{3}}$ أجمعُ الأسسَ

$= y$ أبسطُ

② $\dfrac{w^{\frac{7}{2}}}{w^3}$

$\dfrac{w^{\frac{7}{2}}}{w^3} = (w)^{\frac{7}{2}} \times w^{-3}$ قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= (w)^{\frac{7}{2}-3}$ قاعدةُ ضربِ القوى

$= w^{\frac{1}{2}}$ أبسطُ

③ $(b^{\frac{3}{7}})^7$

$(b^{\frac{3}{7}})^7 = b^{\frac{3}{7}\times 7}$ قاعدةُ قوةِ القوةِ

$= b^3$ أبسطُ

أتحققُ من فهمي:

④ $y^{\frac{4}{5}} \times y^{-\frac{9}{5}}$ $\frac{1}{y}$

⑤ $\dfrac{u^{-\frac{7}{2}}}{u^{-4}}$ $(u)^{\frac{1}{2}}$

⑥ $(d^{-\frac{2}{3}})^6$ $\frac{1}{d^4}$

الوحدةُ 1

يمكنُ توظيفُ قوانينِ ضربِ الأُسسِ النسبيةِ وقسمتِها في مواقفَ حياتيةٍ متنوعةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

يمكنُ حسابُ مساحةِ سطحِ جسمِ الحيواناتِ الثدييةِ بالصيغةِ $S = 9.75\, m^{\frac{2}{3}}$ حيثُ S مساحةُ السطحِ بالسنتيمترِ المربعِ، وَ m كتلةُ الحيوانِ بالغرامِ. أجدُ مساحةَ سطحِ جسمِ أرنبٍ كتلتُهُ 3.4×10^3 غرامًا، وأقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ.

لإيجادِ مساحةِ سطحِ جسمِ الأرنبِ أعوضُ كتلتَهُ في الصيغةِ:

الصيغةُ الأصليةُ $S = 9.75\,\mathrm{m}^{\frac{2}{3}}$

أعوضُ $m = 3.4 \times 10^3$ $S = 9.75 \times (3.4 \times 10^3)^{\frac{2}{3}}$

قاعدةُ ضربِ القوى $= 9.75 \times 3.4^{\frac{2}{3}} \times (10^3)^{\frac{2}{3}}$

قاعدةُ قوةِ القوةِ $= 9.75 \times 3.4^{\frac{2}{3}} \times 10^2$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ:

9.75×3.4 $\boxed{x^{\blacksquare}}$ $(2 \div 3) \times 10$ $\boxed{x^2}$ $= 2204.570003$

إذنْ، مساحةُ سطحِ جسمِ الأرنبِ $2205\ \mathrm{cm}^2$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

تمثلُ المعادلةُ $A = (4\pi)^{\frac{1}{3}} (3V)^{\frac{2}{3}}$ مساحةَ سطحِ كرةٍ بالوحداتِ المربعةِ تَمَّ تشكيلُها باستعمالِ مجموعةٍ مِنْ كراتٍ صغيرةٍ حجمُ الواحدةِ مِنْها V وحدةً مكعبةً. أجدُ مساحةَ السطحِ الخارجيِّ للكرةِ الكبيرةِ إذا كانَ حجمُ الكرةِ الصغيرةِ 9 وحداتٍ مكعبةٍ. 21 وحدة مكعبة تقريبًا.

47

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في كثير من المواقف الحياتية، وأذكر لهم بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشـاد: في المثال 3، ألفت انتباه الطلبة إلى عدم إمكانية إيجاد الناتج بأبسط صورة دون استعمال الآلة الحاسبة؛ لأن الأساسات أعداد عشرية.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (13–1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، مُحفِّزًا الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20–18).
- أرصد أيَّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 19 ,15 ,14 كتاب التمارين: 14 ,(11–1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 19 ,(17–14) كتاب التمارين: 14 ,12 ,9 ,8 ,6 ,4 ,1
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (20–18) ,(16–14) كتاب التمارين: 14 ,13 ,11

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $25^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$ 25

② $\sqrt[6]{64 \times 3^{12}}$ 18

③ $\dfrac{9^{\frac{5}{2}}}{27^{\frac{2}{3}}}$ 27

④ $\dfrac{\sqrt[3]{216}}{36^{-\frac{3}{2}}}$ 1296

⑤ $\left(\dfrac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}}$ $\dfrac{512}{125}$

⑥ $\left(\dfrac{2187}{128}\right)^{-\frac{5}{7}}$ $\dfrac{32}{243}$

أبسطُ كلًّا مِنَ العباراتِ الأُسّيةِ الآتيةِ مفترضًا أنَّ أيًّا مِنَ المتغيراتِ لا يساوي صفرًا:

⑦ $p^{-\frac{3}{4}} \times p^{\frac{11}{4}}$ p^2

⑧ $\dfrac{u^{-\frac{8}{3}}}{u^{-3}}$ $(u)^{\frac{1}{3}}$

⑨ $y^6(y^{\frac{3}{2}})^{-2}$ y^3

⑩ $\dfrac{1}{n^2}y^{-2}(n^{\frac{5}{3}})^6$ $\dfrac{n^8}{y^2}$

⑪ $\dfrac{w^2 \times w^{-\frac{9}{2}}}{w^{-3}}$ $(w)^{\frac{1}{2}}$

⑫ $d^{-\frac{1}{2}} \times d^{-\frac{3}{2}}$ $\dfrac{1}{d^2}$

⑬ **أعاصيرُ:** يستعملُ العلماءُ المعادلةَ $s = \sqrt{9.8d}$ لتقديرِ سرعةِ موجِ البحرِ s بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ في أثناءِ إعصارِ تسونامي، حيثُ d عمقُ الماءِ بالأمتارِ. أقدّرُ سرعةَ الموجةِ حينَ يكونُ عمقُ الماءِ 4000 m

198 m/s تقريبًا.

أتذكرُ

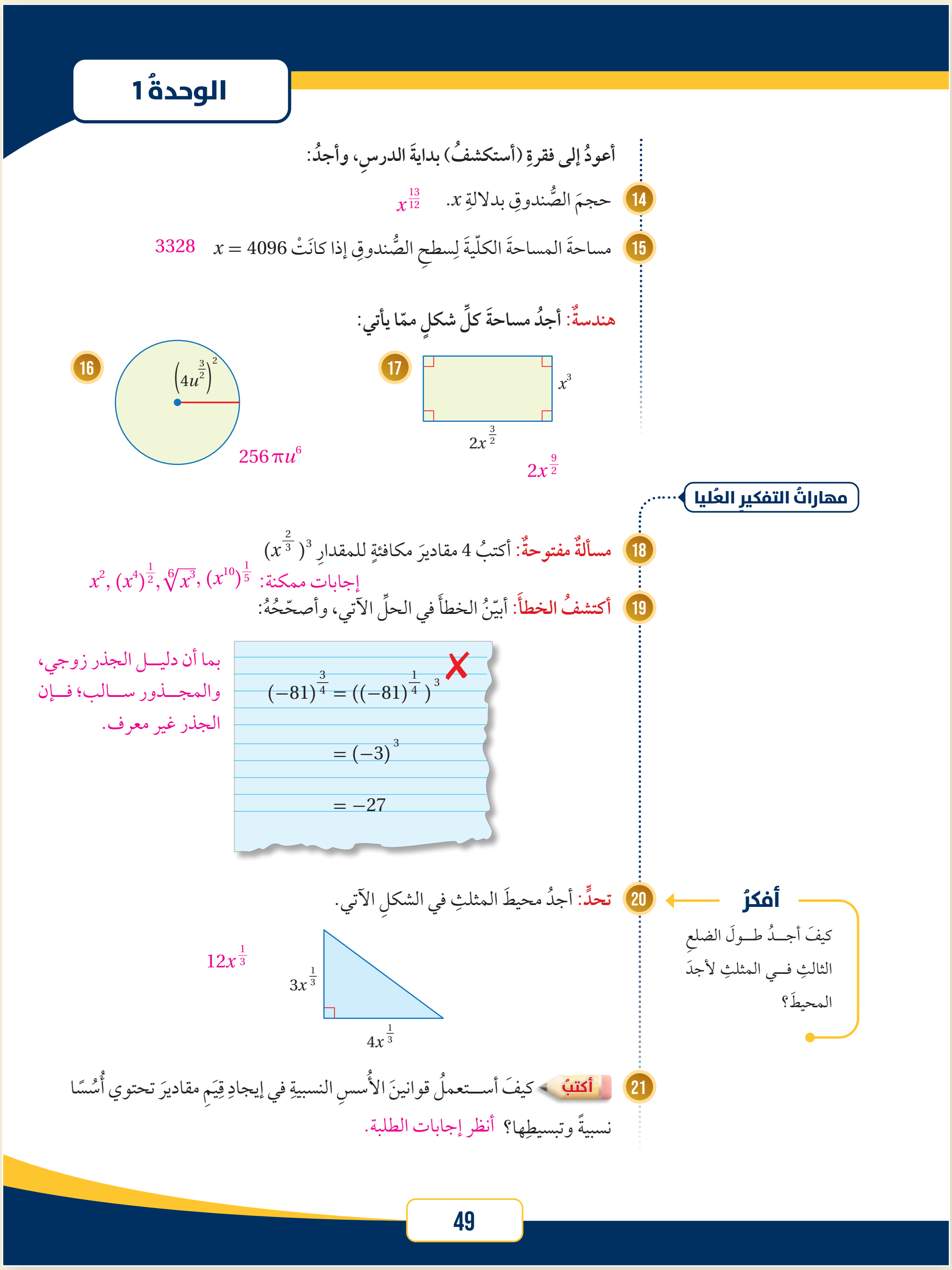
يمكنُ حلُّ المسائلِ مِنْ 1 إلى 6 بأكثرَ مِنْ طريقةٍ.

معلومة

تسونامي هُوَ مجموعةٌ مِنَ الأمواجِ الكبيرةِ جدًّا تنتجُ مِنْ تحرُّكِ كمّيةٍ هائلةٍ مِنْ مياهِ المحيطاتِ بفعلِ الظواهرِ المفاجئةِ، مثلِ الزلازلِ.

48

إرشاد: أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.



الوحدةُ 1

أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأجدُ:

14 حجمَ الصُّندوقِ بدلالةِ x. $x^{\frac{13}{12}}$

15 مساحةَ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الصُّندوقِ إذا كانَتْ $x = 4096$ 3328

هندسةٌ: أجدُ مساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

16 $\left(4u^{\frac{3}{2}}\right)^2$ $256\pi u^6$

17 x^3 ، $2x^{\frac{3}{2}}$ $2x^{\frac{9}{2}}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ 4 مقاديرَ مكافئةٍ للمقدارِ $(x^{\frac{2}{3}})^3$

إجابات ممكنة: $x^2, (x^4)^{\frac{1}{2}}, \sqrt[6]{x^3}, (x^{10})^{\frac{1}{5}}$

19 **أكتشفُ الخطأَ:** أبيّنُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وأصحّحُهُ:

$$(-81)^{\frac{3}{4}} = ((-81)^{\frac{1}{4}})^3$$
$$= (-3)^3$$
$$= -27$$

بما أن دليل الجذر زوجي، والمجذور سالب؛ فإن الجذر غير معرف.

20 **تحدٍّ:** أجدُ محيطَ المثلثِ في الشكلِ الآتي.

$3x^{\frac{1}{3}}$ ، $4x^{\frac{1}{3}}$ $12x^{\frac{1}{3}}$

أفكرُ كيفَ أجدُ طولَ الضلعِ الثالثِ في المثلثِ لأجدَ المحيطَ؟

21 **أكتبُ** كيفَ أستعملُ قوانينَ الأُسسِ النسبيةِ في إيجادِ قِيَمِ مقاديرَ تحتوي أُسُسًا نسبيّةً وتبسيطِها؟ أنظر إجابات الطلبة.

49

إرشادات:

- في السؤالين 16 و 17، أذكّر الطلبة بقانوني: مساحة الدائرة، ومساحة المستطيل.
- في السؤال 19 (**أكتشف الخطأ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى إشارة المجذور ودليل الجذر، وأذكّرهم أنه إذا كان المجذور عددًا سالبًا وكان دليل الجذر عددًا زوجيًّا؛ عندها يكون الجذر النوني غير مُعرَّف.
- في السؤال 20 (**تبرير**)، أذكر الطلبة أنه يمكن إيجاد طول الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية باستعمال نظرية فيثاغورس.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:

إذا علمت أن $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots = 1$، فأثبت أن:

$$\sqrt{100} \times \sqrt[4]{100} \times \sqrt[8]{100} \times \ldots = 100$$

$$\sqrt{100} \times \sqrt[4]{100} \times \sqrt[8]{100} \times \ldots..$$
$$= (100)^{\frac{1}{2}} \times (100)^{\frac{1}{4}} \times (100)^{\frac{1}{8}} \times \ldots.$$
$$= (100)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots}$$
$$= 100^1 = 100$$

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة التحقُّق من صحة نواتج المسائل في بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**) باستعمال الآلة الحاسبة العلمية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ الخطوة 6 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى النظر في بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أبسط كلًّا من العبارات الآتية مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:**

① $\frac{b^{\frac{9}{5}}}{b^{-\frac{6}{5}}}$ b^3

② $\left(a^{\frac{2}{7}} \times a^{\frac{2}{7}}\right)^{-7}$ $\frac{1}{a^4}$

③ $\left(x^{\frac{2}{5}}\right)^5$ x^2

نتاجات الدرس:

- كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية.
- ضرب أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية وقسمتها.

نتاجات التعلم القبلي:

- مقارنة الكسور العشرية وترتيبها.
- ضرب الكسور العشرية وقسمتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أكتب الأعداد الآتية على اللوح، ثم أطلب إلى الطلبة إعادة كتابتها على صورة حاصل ضرب باستعمال (10×) عددًا من المرات اللازمة.

① 1000	② 50000
③ 300000	④ 400000
⑤ 9000000	

مثال:

$$600000 = 6 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

الدرس 7 الصيغةُ العلميةُ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ الأعدادَ الكلّيّةَ والعشريةَ بالصيغةِ العلميةِ، وأُجري عمليتَي الضربِ والقسمةِ عَلَيْها.

المصطلحاتُ

الصيغةُ العلميةُ

أستكشفُ

الأحماضُ النوويةُ (DNA) هِيَ جُزيئاتٌ مسؤولةٌ عَنْ تخزينِ المعلوماتِ الوراثيةِ في الكائناتِ الحيةِ، ويبلغُ قطرُها 0.000000002 m تقريبًا.

هَلْ توجدُ طريقةٌ أُخرى لكتابةِ هذا العددِ بحيثُ تصبحُ قراءتُهُ أسهلَ؟

الصيغةُ العلميةُ (scientific notation) هِيَ طريقةٌ لكتابةِ الأعدادِ الكبيرةِ جدًّا أَوِ الصغيرةِ جدًّا على صورةِ حاصلِ ضربِ عددَينِ أحدُهُما أكبرُ مِنْ أَوْ يساوي 1 وأقلُّ مِنْ 10، والآخَرُ أحدُ قوى العددِ 10

أتذكّرُ

تُسمّى الصيغةُ الّتي تُكتبُ بها الأعدادُ مِنْ دونِ استعمالِ الأُسسِ الصيغةَ القياسيةَ.

مفهومٌ أساسيٌّ **الصيغةُ العلميةُ**

- **بالكلماتِ:** يُكتبُ العددُ بالصيغةِ العلميةِ على الصورةِ $a\times10^n$، حيثُ $1\leq a<10$، n عددٌ صحيحٌ.
- **أمثلةٌ:** 6.35×10^4 , 1.9×10^{-3} , 2×10^8

مثال 1 أكتبُ كلَّ عددٍ في ما يأتي بالصيغةِ العلميةِ:

① 12300000

الْخُطْوَةُ 1 أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ.

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ إلى اليسارِ حتّى ينتجَ عددٌ أكبرُ مِنْ أَوْ يساوي 1 وأقلُّ مِنْ 10:

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ 7 منازلَ إلى اليسارِ 1 2 3 0 0 0 0 0.

أحذفُ الأصفارَ الإضافيةَ 1.23

إذنْ، العددُ بعدَ تحريكِ الفاصلةِ **1.23**

50

الوحدةُ 1

الْخُطْوَةُ 2 أحددُ قوةَ العددِ 10

بما أنَّ الفاصلةَ العشريةَ تحركَتْ 7 منازلَ إلى اليسارِ؛ فإنَّ $n = 7$

إذنْ، قوةُ العددِ 10 هِيَ 10^7

الْخُطْوَةُ 3 أضربُ العددَينِ الناتجَينِ مِنَ الخطوتَينِ 1 وَ 2

$$12300000 = 1.23 \times 10^7$$

② **0.000729**

الْخُطْوَةُ 1 أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ.

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ إلى اليمينِ حتّى ينتجَ عددٌ أكبرُ مِنْ أَوْ يساوي 1 وأقلُّ مِنْ 10:

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ 4 منازلَ إلى اليمينِ 0.0 0 0 7 2 9

أحذفُ الأصفارَ الإضافيةَ 7.29

أتذكر

يُسمّى عددُ مرّاتِ تكرارِ الضّربِ الأُسَّ، وَيُسمّى كُلٌّ مِنَ الأساسِ والأُسِّ مَعًا قوةً.

إذنْ، العددُ بعدَ تحريكِ الفاصلةِ **7.29**

الْخُطْوَةُ 2 أحددُ قوةَ العددِ 10

بما أنَّ الفاصلةَ العشريةَ تحرّكَتْ 4 منازلَ لليمينِ؛ فإنَّ $n = -4$

إذنْ، قوةُ العددِ 10 هِيَ 10^{-4}

الْخُطْوَةُ 3 أضربُ العددَينِ الناتجَينِ مِنَ الخطوتَينِ 1 وَ 2

$$0.000729 = 7.29 \times 10^{-4}$$

أتحققُ من فهمي:

③ **7864** 7.864×10^3

④ **4277.38** 4.27738×10^3

⑤ **0.00000874** 8.74×10^{-6}

⑥ **0.002** 2×10^{-3}

51

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بالصيغ التي تعلموا كتابة الأعداد بها، وهي: الصيغة القياسية، والصيغة التحليلية، والصيغة اللفظية، والصيغة الأسية.
- أذكّر الطلبة بمفهوم كل من: الأس، والأساس، والقوة.
- أوضح للطلبة أن تحريك الفاصلة إلى اليسار عند كتابة الأعداد الكبيرة بالصيغة العلمية يعني أن العدد يصبح أصغر؛ لذا نجعل أس العدد 10 موجبًا، أما تحريك الفاصلة إلى اليمين عند كتابة الأعداد الصغيرة بالصيغة العلمية فيعني أن العدد يصبح أكبر؛ لذا نجعل أس العدد 10 سالبًا.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:
  - » ما هي الأحماض النووية؟ هي جزيئات مسؤولة عن تخزين المعلومات الوارثية في الكائنات الحية.
  - » كم يبلغ قطر الحمض النووي؟ 0.000000002
  - » من منكم يستطيع قراءة هذا العدد؟
  - » هل توجد طريقة أخرى لكتابة هذا العدد بحيث تصبح قراءته أسهل؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضح للطلبة مفهوم الصيغة العلمية، وأهميتها في إعادة كتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا لتسهيل التعامل معها وقراءتها.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق المفهوم الأساسي، وبيّنت شروط كتابة العدد بالصيغة العلمية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأتدرج معهم بخطوات كتابة العدد بالصيغة العلمية، وأوضح لهم أن إشارة أس العدد 10 تكون موجبة عند كتابة الأعداد الكبيرة بالصيغة العلمية، وسالبة عند كتابة الأعداد الصغيرة بالصيغة العلمية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أوضـح للطلبـة إمكانيـة تحويـل العـدد مـن الصيغـة العلمية إلى الصيغة القياسية.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق (**أتعلم**) الــواردة في المثال 2؛ لما لها مــن أهمية في توضيح إعادة كتابة العدد بالصيغة القياسية.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المســتوى دون المتوسط صعوبة فــي تحديد عدد الأصفار التي يلــزم إضافتها عن التحويــل من الصيغــة العلمية إلى الصيغة القياســية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأُقدِّم لهم الدعم اللازم حتى يتقنوا هذه المهارة.

ويمكنُنا أيضًا تحويلُ الأعدادِ مِنَ الصيغةِ العلميةِ إلى الصيغةِ القياسيةِ.

مثال 2

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ القياسيةِ:

① 7.51×10^5

الْخُطْوَةُ 1 أســتعملُ أُسَّ العددِ 10 وإشــارتَهُ لتحديدِ عددِ المنازلِ العشريةِ الّتي أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ بعدَها واتجاهِ الحركةِ.

أسُّ العددِ 10 هُوَ 5، إذنْ $n = 5$، وبما أنَّ $n > 0$، إذنْ أحركُ الفاصلةَ العشريةَ 5 منازلَ لليمينِ.

الْخُطْوَةُ 2 أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ.

$7.51 \times 10^5 \longrightarrow 7.51000$

إذنُ، العددُ 7.51×10^5 بالصيغةِ القياسيةِ هُوَ 751000

أتعلّمُ

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ إلى اليمينِ عددًا مِنَ المنازلِ يساوي قيمةَ n، أمّا إذا انتهَتِ المنازلُ العشــريةُ في العددِ العشــريِّ، فأضعُ صفرًا أَوْ أكثرَ يمينَ آخِرِ رقمٍ حتّى يكتملَ العددُ المطلوبُ مِنَ المنازلِ.

② 6.8×10^{-8}

الْخُطْوَةُ 1 أســتعملُ أُسَّ العددِ 10 وإشــارتَهُ لتحديدِ عددِ المنازلِ العشريةِ الّتي أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ بعدَها واتجاهِ الحركةِ.

أسُّ العددِ 10 هُوَ -8، إذنْ $n = -8$، وبما أنَّ $n < 0$، إذنْ أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ 8 منازلَ لليسارِ.

الْخُطْوَةُ 2 أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ.

$6.8 \times 10^{-8} \longrightarrow 00000006.8$

إذنُ، العددُ 6.8×10^{-8} بالصيغةِ القياسيةِ هُوَ 0.000000068

أتعلّمُ

أحرّكُ الفاصلةَ العشريةَ إلى اليسارِ عددًا مِنَ المنازلِ يساوي قيمةَ n، أمّا إذا انتهَتِ المنازلُ العشريةُ في العددِ العشــريِّ، فأضعُ صفرًا أَوْ أكثرَ يســارَ آخِرِ رقمٍ حتّى يكتملَ العددُ المطلوبُ مِنَ المنازلِ.

أتحققُ من فهمي:

③ 6.432×10^6

6432000

④ 3.45×10^{-2}

0.0345

⑤ 7×10^{-4}

0'0007

⑥ 8×10^3

8000

52

الوحدةُ 1

يمكنُ مقارنةُ الأعدادِ المكتوبةِ بالصيغةِ العلميةِ وترتيبُها، وذلكَ بمقارنةِ أُسُسِ العددِ 10 أولًا، ثُمَّ مقارنةِ الجزءِ العشريِّ.

مثال 3

أرتبُ الأعدادَ في كلٍّ ممّا يأتي تصاعديًّا:

① $\mathbf{3.9 \times 10^6 \;,\; 4.2 \times 10^5 \;,\; 3.8 \times 10^6}$

الْخُطْوَةُ 1 أقارنُ بَيْنَ أُسسِ العددِ 10

3.9×10^6

الأصغرُ $\rightarrow$ 4.2×10^5

3.8×10^6

بما أنَّ $10^5 < 10^6$

إذنْ 4.2×10^5 هُوَ الأصغرُ.

الْخُطْوَةُ 2 أقارنُ الجزءَ العشريَّ.

الأكبرُ $\rightarrow$ 3.9×10^6

3.8×10^6

بما أنَّ $3.9 > 3.8$

إذنْ، 3.9×10^6 هُوَ الأكبرُ.

إذنْ، الترتيبُ التصاعديُّ للأعدادِ الثلاثةِ هُوَ:

$$4.2 \times 10^5 \quad , \quad 3.8 \times 10^6 \quad , \quad 3.9 \times 10^6$$

أتحققُ من فهمي:

② $\mathbf{7.8 \times 10^{-3} \;,\; 7.9 \times 10^{-3} \;,\; 5.6 \times 10^{-4}}$ $5.6 \times 10^{-4} \;,\; 7.8 \times 10^{-3} \;,\; 7.9 \times 10^{-3}$

يمكنُ استعمالُ الصيغةِ العلميةِ لتسهيلِ عمليةِ ضربِ الأعدادِ الكبيرةِ جدًّا أوِ الصغيرةِ جدًّا وقسمتِها.

مثال 4

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $\mathbf{(3.4 \times 10^{-4})(6 \times 10^7)}$

$(3.4 \times 10^{-4})(6 \times 10^7) = (3.4 \times 6)(10^{-4} \times 10^7)$ الخاصيتانِ: التجميعيةُ، والتبديليةُ

$= 20.4 \times 10^3$ قاعدةُ ضربِ القوى

$= (2.04 \times 10^1) \times 10^3$ $20.4 = 2.04 \times 10^1$

$= 2.04 \times 10^4$ قاعدةُ ضربِ القوى

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن مواقف علمية حياتية تُستعمَل فيها الصيغة العلمية.

مثال 3

- أوضح للطلبة إمكانية المقارنة بين الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية وترتيبها، وذلك بمقارنة أسس العدد 10 أولًا، ثم مقارنة الجزء العشري.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تذكر كيفية المقارنة بين الجزء العشري للأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية؛ لذا أعطيهم بعض الأمثلة لمراجعة هذا المفهوم.

مثال 4

- أوضح للطلبة إمكانية ضرب الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية وقسمتها، باستعمال قواعد ضرب القوى.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة الانتباه إلى الجزء العشري بعد ضرب الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية أو قسمتها، فقد يصبح هذا الجزء غير مطابق لشروط الصيغة العلمية، وعندها يحتاج إلى إعادة كتابة بالصيغة العلمية مرة أخرى.

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال الصيغة العلمية في كثير من المواقف الحياتية وأذكر لهم بعضها.
- أناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (14-1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفِّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

② $(6.561 \times 10^{-4}) \div (7.29 \times 10^{7})$

$(6.561 \times 10^{-4}) \div (7.29 \times 10^{7}) = \dfrac{(6.561 \times 10^{-4})}{(7.29 \times 10^{7})}$

$= \left(\dfrac{6.561}{7.29}\right)\left(\dfrac{10^{-4}}{10^{7}}\right)$ الخاصيتانِ: التجميعيةُ، والتبديليةُ

$= 0.9 \times 10^{-11}$ قاعدةُ قسمةِ القوى

$= (9 \times 10^{-1}) \times 10^{-11}$ $0.9 = 9 \times 10^{-1}$

$= 9 \times 10^{-12}$ قاعدةُ ضربِ القوى

أتحققُ من فهمي:

③ $(5.6 \times 10^{11})(2.8 \times 10^{-14})$ 1.568×10^{-2}

④ $(1.305 \times 10^{5}) \div (1.45 \times 10^{8})$ 9×10^{-4}

تُستعملُ الصيغةُ العلميةُ في كثيرٍ مِنَ المواقفِ الحياتيةِ.

مثال 5: منَ الحياةِ

البِكسلُ: البكسلُ هُوَ أصغرُ عنصرٍ يمكنُ رؤيتُهُ في الصورةِ الرقْميةِ على الشاشاتِ، وَهُوَ على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ 2×10^{-2} cm وعرضُهُ 7×10^{-3} cm أجدُ مساحةَ البِكسلِ بالصيغتَينِ: القياسيةِ، والعلميةِ.

$A = l \times w$ قانونُ مساحةِ المستطيلِ الّذي طولُهُ l وعرضُهُ w

$A = (2 \times 10^{-2})(7 \times 10^{-3})$ أعوضُ $l = 2\times10^{-2}$ وَ $w = 7\times10^{-3}$

$= (2 \times 7)(10^{-2} \times 10^{-3})$ الخاصيتانِ: التبديليةُ، والتجميعيةُ

$= 14 \times 10^{-5}$ قاعدةُ ضربِ القوى

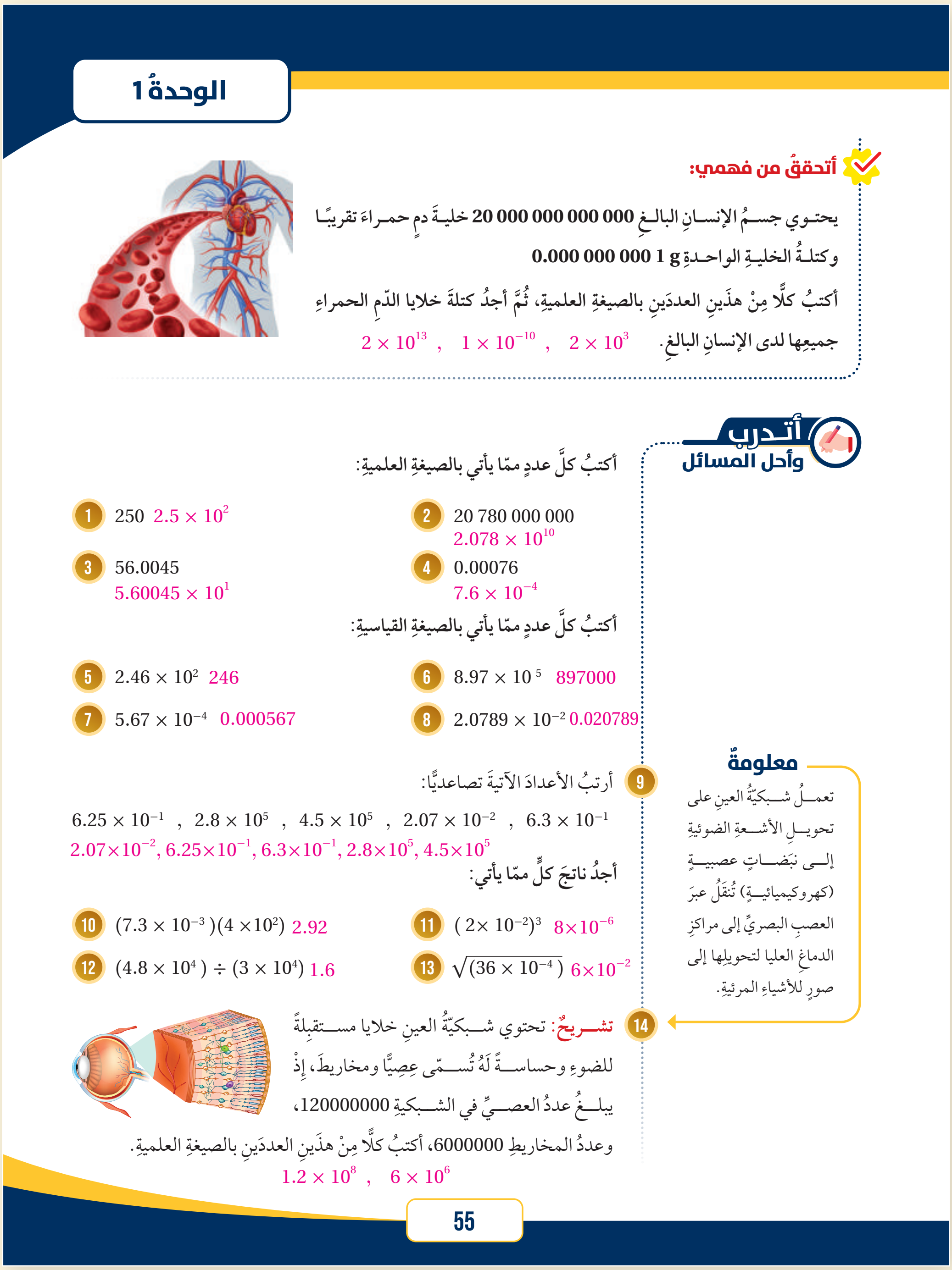
$= (1.4 \times 10^{1}) \times 10^{-5}$ $14 = 1.4 \times 10^{1}$

$= 1.4 \times 10^{-4}$ قاعدةُ ضربِ القوى

$= 0.00014$ الصيغةُ القياسيةُ

إذنْ، مساحةُ البِكسلِ بالصيغةِ القياسيةِ 0.00014، وبالصيغةِ العلميةِ 1.4×10^{-4}

54



الوحدةُ 1

أتحققُ من فهمي:

يحتوي جسمُ الإنسانِ البالغِ 20 000 000 000 000 خليةَ دمٍ حمراءَ تقريبًا وكتلةُ الخليةِ الواحدةِ 0.000 000 000 1 g

أكتبُ كلًّا مِنْ هذَينِ العددَينِ بالصيغةِ العلميةِ، ثُمَّ أجدُ كتلةَ خلايا الدّمِ الحمراءِ جميعِها لدى الإنسانِ البالغِ. 2×10^3 , 1×10^{-10} , 2×10^{13}

أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ العلميةِ:

1. 250 2.5×10^2
2. 20 780 000 000 2.078×10^{10}
3. 56.0045 5.60045×10^1
4. 0.00076 7.6×10^{-4}

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ القياسيةِ:

5. 2.46×10^2 246
6. 8.97×10^5 897000
7. 5.67×10^{-4} 0.000567
8. 2.0789×10^{-2} 0.020789
9. أرتبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا:

6.25×10^{-1} , 2.8×10^5 , 4.5×10^5 , 2.07×10^{-2} , 6.3×10^{-1}

$2.07\times10^{-2}, 6.25\times10^{-1}, 6.3\times10^{-1}, 2.8\times10^5, 4.5\times10^5$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

10. $(7.3 \times 10^{-3})(4 \times 10^2)$ 2.92
11. $(2\times 10^{-2})^3$ 8×10^{-6}
12. $(4.8 \times 10^4) \div (3 \times 10^4)$ 1.6
13. $\sqrt{(36 \times 10^{-4})}$ 6×10^{-2}
14. **تشريحٌ:** تحتوي شبكيّةُ العينِ خلايا مستقبِلةً للضوءِ وحساسةً لَهُ تُسمّى عِصِيًّا ومخاريطَ، إذْ يبلغُ عددُ العصيِّ في الشبكيةِ 120000000، وعددُ المخاريطِ 6000000، أكتبُ كلًّا مِنْ هذَينِ العددَينِ بالصيغةِ العلميةِ.

1.2×10^8 , 6×10^6

معلومةٌ

تعملُ شبكيّةُ العينِ على تحويلِ الأشعةِ الضوئيةِ إلى نبَضاتٍ عصبيةٍ (كهروكيميائيةٍ) تُنقَلُ عبرَ العصبِ البصريِّ إلى مراكزِ الدماغِ العليا لتحويلِها إلى صورٍ للأشياءِ المرئيةِ.

55

إرشاد: ألفِت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20–18).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, 19 كتاب التمارين: (1–10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 15, 17, 18 كتاب التمارين: 5, 7, 12, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (17–20) كتاب التمارين: 10, 11, (13–15)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:

» **في ما يأتي مجموعة من الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية:**

1.6×10^4 , 4.8×10^6 , 3.2×10^2 , 6.2×10^3

1. أي عددين من الأعداد السابقة لهما أقل ناتج ضرب؟

$3.6 \times 10^2, 6.2 \times 10^3$

2. أي عددين من الأعداد السابقة لهما أكبر ناتج ضرب؟

$1.6 \times 10^4, 4.8 \times 10^6$

3. أي عددين من الأعداد السابقة لهما أكبر ناتج قسمة؟

$4.8 \times 10^6, 3.2\times 10^2$

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

نشاط التكنولوجيا:

- أحفِّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية، وضرب وقسمة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية:

✓ إرشادات:

- يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.
- تحتوي اللعبة مستويات مختلفة تعالج مهارات رياضية مختلفة؛ لذا أحث الطلبة على الدخول إلى كافة المستويات.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضِّح للطلبة معنى كل مصطلح؛ ليسهل عليهم حل المسائل.

6 الختام

- أوجِّه الطلبة إلى النظر في بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة العلمية:**

① 3400000000 3.4×10^{9}

② 0.999 9.99×10^{-1}

③ 0.0056 5.6×10^{-3}

④ 20780000000 2.078×10^{10}

⑮ يُبيّنُ الجدولُ الآتي أبعادَ بعضِ الكواكبِ عَنِ الشمسِ، أرتّبُ هذهِ الأبعادَ تنازليًّا.

بُعدُ الكوكبِ عَنِ الشمسِ						
الكوكبُ	الأرضُ	المرّيخُ	نبتونُ	عطاردُ	الزُّهرةُ	المشتري
البعدُ بالأميالِ	9.3×10^{7}	1.42×10^{8}	2.8×10^{9}	3.6×10^{7}	6.7×10^{7}	4.84×10^{8}

نبتون، المشتري، المريخ، الأرض، الزهرة، عطارد.

⑯ **كثافةٌ سكانيةٌ:** تُحسَبُ الكثافةُ السكانيةُ لمنطقةٍ ما بقسمةِ عددِ السكانِ على مساحةِ هذهِ المنطقةِ. في شهرِ آبَ مِنْ عام 2020 كانَ عددُ سكانِ الأرضِ 7.8×10^{9} نسمةً. إذا كانَتْ مساحةُ سطحِ اليابسةِ على الأرضِ 1.438×10^{9} km^{2} ، فأجدُ الكثافةَ السكانيةَ لسكانِ الأرضِ على اليابسةِ. 5.4 تقريبًا.

معلومةٌ

الولفيةُ نوعٌ مِنْ عدسياتِ الماءِ، وتُعَدُّ أصغرَ النباتاتِ المُزهرةِ، وتتكاثرُ بسرعةٍ كبيرةٍ لتحوّلَ سطحَ الماءِ إلى ما يشبهُ المرجَ الأخضرَ.

⑰ **نباتاتٌ:** تبلغُ كتلةُ الولفيةِ (Wolffian globose) 1.5×10^{-4} g إذا احتوَتْ ملعقةٌ صغيرةٌ 5×10^{3} نباتٍ ولفيةٍ تقريبًا، فأجدُ كتلةَ هذهِ الكميةِ. 7.5×10^{-1}

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

⑱ **تبريرٌ:** أيُّهما أكبرُ: 1000^{10} أَمْ 10^{1000}؟ أبرّرُ إجابتي. 10^{1000} أكبر لأن $1000^{10} = 10^{30}$

⑲ **أكتشفُ الخطأَ:** حلَّ كلٌّ مِنْ سعدٍ وهدى مسألةَ قسمةٍ مكتوبةً بالصيغةِ العلميةِ على النحوِ الآتي، مَنْ مِنْهُما حلُّهُ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

سعدٌ

$$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{8}} = 0.52 \times 10^{-12}$$
$$= 5.2 \times 10^{-13}$$

هدى

$$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{8}} = 0.52 \times 10^{-12}$$
$$= 5.2 \times 10^{-11}$$

حل سعد صحيح لأن $0.52\times10^{-12} = 5.2\times10^{-13}$

⑳ **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ عددَيْنِ بالصيغةِ العلميةِ ناتجُ ضربِهِما 7.2×10^{5}، ثُمَّ عددَيْنِ بالصيغةِ العلميةِ ناتجُ قسمتِهِما 7.2×10^{5}

إجابة ممكنة، ضرب: $(3\times10^{2})\times(2.4\times10^{3})$، قسمة: $(1.44\times 10^{8}) \div (2\times10^{2})$

㉑ **أكتبُ** كيفَ أكتبُ الأعدادَ الكلّيّةَ والعشريةَ بالصيغةِ العلميةِ؟

أنظر إجابات الطلبة.

توسعة: في السؤال 16، أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن مساحات 3 محافظات أردنية وعدد سكانها، ثم أطلب إليهم إيجاد كثافتها السكانية.

✓ إرشاد: في السؤال 19 (**أكتشف الخطأ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى أس العدد 10 في الحلّين؛ لتحديد أيهما صحيح.

الدرس 8 النسبةُ المئويةُ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ على النسبةِ المئويةِ.

المصطلحاتُ

النسبةُ المئويةُ للتغيرِ، نسبةُ الزيادةِ المئويةُ، نسبةُ النقصانِ المئويةُ، النسبةُ المئويةُ العكسيةُ

أستكشفُ

في عــامِ 2018 أنتجَ الأردنُّ 21 ألفَ طنٍّ مِنْ زيتِ الزيتونِ، وفي عــامِ 2019 أنتجَ 119% ممّا أنتجَهُ عامَ 2018. ما معنى النسبةِ 119%؟ وَكَمْ أنتجَ الأردنُّ مِنَ الزيتِ عامَ 2019؟

النسبةُ المئويةُ هِيَ نسبةٌ تقارنُ عددًا بالعددِ 100، فإذا كانَ العددُ أكبرَ مِنْ 100، فإنَّ النســبةَ المئويةَ تكونُ أكبرَ مِنْ 100%، أمّا إذا كانَ العددُ الّذي أقارنُ بِهِ أقلَّ مِنْ 1، فإنَّ النسبةَ المئويةَ تكونُ أقلَّ مِنْ 1%

أتذكّرُ

لإيجادِ النسبةِ المئويةِ مِنْ كمّيةٍ، أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ أَوْ كسرٍ عشريٍّ، ثُمَّ أضربُ الكسرَ الناتجَ في الكمّيةِ.

مثال 1

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

① **150% مِنْ 5**

أضربُ النسبةَ المئويةَ في العددِ

$150\% \times 5$

أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ

$= 1.5\times 5$

أضربُ

$= 7.5$

150%

إذنْ 150% مِنْ 5 تساوي 7.5

أتعلّمُ

150% تعني 50% + 100%

② **0.7% مِنْ 2000**

أضربُ النسبةَ المئويةَ في العددِ

$0.7\% \times 2000$

أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ

$= 0.007 \times 2000$

أضربُ

$= 14$

0.7%

0.7% هِيَ نسبةٌ كسريةٌ بَيْنَ 0% وَ 1%

إذنْ 0.7% مِنْ 2000 تساوي 14

57

الدرس 8

نتاجات الدرس:

- إيجاد نسب مئوية أكبر من 100% وأصغر من 1%
- إيجاد النسبة المئوية للتغير (التزايد أو التناقص).
- حل مسائل حياتية على النسبة المئوية.

نتاجات التعلم القبلي:

- كتابة النسبة المئوية على صورة كسر عشري، والعكس.
- إيجاد النسبة المئوية من عدد ومن كمية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة **بورقة المصادر 4: لوحة الهدف.**
- أطلب إلى المجموعات البحث عن أعداد مساوية لكلّ من الأعداد الآتية في اللوحة:

① $\frac{4}{100}$

② 5%

③ 0.25

④ 0.2

⑤ 40%

⑥ $\frac{1}{8}$

- أختار لونًا لكل عدد، وأطلب إلى المجموعات تلوين الأعداد المساوية له باللون نفسه.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - كم طنًّا من زيت الزيتون كان إنتاج الأردن عام 2018؟ 21 ألف طن
  - ما نسبة إنتاج الأردن من زيت الزيتون عام 2019 بالنسبة إلى إنتاجه عام 2018؟ 119% من إنتاجه عام 2018
  - ما معنى النسبة 119%؟
  - كم كان إنتاج الأردن من زيت الزيتون عام 2019؟
- أُخبِر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بمفهوم النسبة المئوية الذي تعلموه سابقًا.
- أوضح للطلبة أنهم سيتعرفون في هذا الدرس النسب المئوية التي تكون أكبر من 100% أو تكون أقل من 1%
- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 1 الذي يبيّن كيفية إيجاد نسبة أكبر من 100% من عدد، وألفت أنظارهم إلى التمثيل بالنماذج الذي يرافق حل المسألة.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 1 الذي يبيّن كيفية إيجاد نسبة أقل من 1% من عدد، وألفت أنظارهم إلى التمثيل بالنماذج الذي يرافق حل المسألة.

✓ إرشادات:

- أذكّر الطلبة بالحاجة إلى تحويل النسبة المئوية إلى كسر أو كسر عشري أولًا عند إيجاد النسبة المئوية من عدد ، ثم ضرب الكسر الناتج في العدد.
- للتمثيل بالنماذج دور في تحفيز الطلبة على تخيل مفهوم النسبة المئوية، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرِّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

ملاحظاتي

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

أتحققُ من فهمي:

3 350% مِنْ 10　　35

4 0.1% مِنْ 5000　　5

يوجدُ الكثيرُ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ المهمةِ على النسبةِ المئويةِ.

مثال 2: مِنَ الحياةِ

1 راتبٌ: **تتقاضى فاطمةُ راتبًا شهريًّا قدرُهُ JD 750، كَمْ يصبحُ هذا الراتبُ إذا زادَ بنسبةِ 12%؟**

إنَّ زيادةَ الراتبِ بنسبةِ 12% تكافئُ نسبةَ 100% الأصليةَ مضافًا إِلَيْها 12%، وهذا يعني أنَّ المجموعَ الكلّيَّ للنسبِ 112%، وَمِنْ ثَمَّ، فإنّهُ يمكنُ إيجادُ راتبِ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ بضربِ الراتبِ القديمِ في 112%

أضربُ النسبةَ المئويةَ في الكمّيةِ الأصليةِ	$112\% \times 750$
أحولُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ	$= 1.12 \times 750$
أضربُ	$= 840$

إذنْ، راتبُ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ JD 840

أفكرُ

هَلْ يمكنُ إيجادُ راتبِ فاطمةَ بعدَ الزيادةِ بطريقةٍ أُخرى؟

2 سيارةٌ: **اشترى كريمٌ سيارةً بمبلغِ JD 6500 العامَ الماضيَ، كَمْ يصبحُ السعرُ إذا انخفضَ سعرُ السيارةِ هذا العامَ بنسبةِ 15%؟**

إنَّ انخفاضَ سعرِ السيارةِ بنسبةِ 15% يكافئُ نسبةَ 100% الأصليةَ مطروحًا مِنْها 15%، وهذا يمثلُ 85% مِنَ السعرِ الأصليِّ؛ لذا يمكنُ إيجادُ سعرِ السيارةِ بعدَ الانخفاضِ بضربِ سعرِها القديمِ في 85%

أضربُ النسبةَ المئويةَ في الكمّيةِ الأصليةِ	$85\% \times 6500$
أحولُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ	$= 0.85 \times 6500$
أضربُ	$= 5525$

إذنْ، سعرُ السيارةِ هذا العامَ JD 5525

أفكرُ

هَلْ يمكنُ إيجادُ سعرِ السيارةِ بعدَ النقصانِ بطريقةٍ أُخرى؟

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكِّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (**أستكشف**)، أُعزِّز الوعي البيئي لدى الطلبة بأهمية المحافظة على أشجار الزيتون؛ لما لهذه الزراعة من أهمية في زيادة الدخل القومي.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال النسبة المئوية في كثير من المواقف الحياتية، وأطلب إليهم ذكر بعضها.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأوضح لهم معنى زيادة الراتب بنسبة 12% وعلاقته بالنسبة الأكبر من 100%
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأوضح لهم معنى انخفاض سعر السيارة بنسبة 15%

إرشـاد: أطلب إلى الطلبة حل الفرعين 1 و 2 من المثال 2 بطريقة أخرى ومقارنة النواتج.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المُتميِّزين كتابة مسألة حياتية على النسبة المئوية التي تكون أكبر من 100%

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم النسبة المئوية للتغير، التي يمكن أن تكون نسبة زيادة مئوية أو نسبة نقصان مئوية.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي)، وبيّنت كيفية إيجاد النسبة المئوية للتغير.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة تحديد ما إذا كان التغير زيادة أم نقصانًا قبل البدء بحل المسألة؛ لأنه سيحدد هل سنطرح الكمية الجديدة من الأصلية أم العكس.

الوحدةُ 1

أتحقق من فهمي:

③ ازدادَ طولُ نبتةٍ بنسبةِ 25% ممّا كانَ عليهِ طولُها قبلَ أسبوعٍ. أجدُ طولَ النبتةِ الآنَ إذا كانَ طولُها في الأسبوعِ السابقِ 40 cm 50

④ قرّرَتْ إدارةُ أحدِ المصانعِ تخفيضَ عددِ عمّالِها بتسريحِ 30% مِنْهُمْ. إذا كانَ عددُ العمالِ في المصنعِ 416 عاملًا، فَكَمْ عاملًا سيبقى في المصنعِ؟ 291

النسبةُ المئويةُ للتغيرِ (percentage change)(pc) هِيَ النسبةُ المئويةُ لمقدارِ التغيرِ مِنَ الكمّيةِ الأصليةِ، ويمكنُ أنْ تكونَ النسبةُ المئويةُ للتغيرِ **نسبةَ زيادةٍ مئويةً** (percentage increase) أَوْ **نسبةَ نقصانٍ مئويةً** (percentage decrease)

مفهومٌ أساسيٌّ **النسبةُ المئويةُ للتغيرِ**

- **بالكلماتِ:** النسبةُ المئويةُ للتغيرِ هِيَ النسبةُ المئويةُ بَيْنَ التغيرِ في كمّيةٍ ما والكمّيةِ الأصليةِ.

$$(\text{النسبةُ المئويةُ للتغيرِ}) = \frac{(\text{مقدارُ التغيرِ})}{(\text{الكمّيةُ الأصليةُ})} \times 100\%$$

مثال 3: منَ الحياة

① **آلةٌ حاسبةٌ:** باعَ محلٌّ للإلكترونياتِ 80 آلةً حاسبةً في شهرِ أيلولَ، وَ104 آلاتٍ حاسبةٍ في شهرِ تشرينَ الأولِ. أجدُ النسبةَ المئويةَ للتغيرِ في عددِ الآلاتِ الحاسبةِ المَبيعةِ مِنْ شهرِ أيلولَ إلى شهرِ تشرينَ الأولِ.

الخُطْوَةُ 1 أجدُ مقدارَ التغيرِ.

ألاحظُ أنَّ التغيرَ زيادةٌ؛ لذا أطرحُ الكمّيةَ الأصليةَ مِنَ الكمّيةِ الجديدةِ لأجدَ مقدارَ التغيرِ.

الكميةُ الجديدةُ – الكميةُ الأصليةُ $104 - 80 = 24$

إذنْ، مقدارُ التغيرِ يساوي 24

59

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تحديد ما إذا كانت المسألة تمثل نسبة زيادة مئوية أو نسبة نقصان مئوية؛ لذا ألفت انتباههم إلى الكلمات المفتاحية، فمثلًا: النسبة المئوية للربح تعني نسبة زيادة مئوية، أما النسبة المئوية للخصم فتعني نسبة نقصان مئوية.

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ النسبةَ المئويةَ للتغيرِ.

نسبةُ التغيرِ المئويةُ
$$(\text{النسبةُ المئويةُ للتغيرِ}) = \frac{(\text{مقدارَ التغيرِ})}{(\text{الكمّيةِ الأصليةِ})} \times 100\%$$

أعوضُ مقدارُ التغيرِ = 24، الكمّيةُ الأصليةُ = 80
$$= \frac{24}{80} \times 100\%$$

أبسطُ
$$= \frac{3}{10} \times 100\%$$

أضربُ
$$= 30\%$$

إذنْ، زادَتِ المبيعاتُ مِنْ شهرِ أيلولَ إلى شهرِ تشرينَ الأولِ بنسبةِ 30%

2 إذا كانَتْ كتلــةُ عمرَ 95 kg قبلَ اتّباعِــهِ نظامًا غذائيًّا متوازنًــا، وأصبحَتْ كتلتُهُ الآنَ 78 kg، فأجدُ النسبةَ المئويةَ للتغيرِ في كتلةِ عمرَ. أقرّبُ إجابتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ مقدارَ التغيرِ.

ألاحظُ أنَّ التغيرَ نقصانٌ؛ لذا أطرحُ الكمّيةَ الجديدةَ مِنَ الكمّيةِ الأصليةِ لأجدَ مقدارَ التغيرِ.

الكميةُ الأصليةُ − الكميةِ الجديدةِ
$$95 - 78 = 17$$

إذنْ، مقدارُ التغيرِ يساوي 17

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ النسبةَ المئويةَ للتغيرِ.

نسبةُ التغيرِ المئويةُ
$$(\text{النسبةُ المئويةُ للتغيرِ}) = \frac{(\text{مقدارَ التغيرِ})}{(\text{الكمّيةِ الأصليةِ})} \times 100\%$$

أعوضُ مقدارُ التغيرِ = 17، الكمّيةُ الأصليةُ = 95
$$= \frac{17}{95} \times 100\%$$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ
$$\approx 18\%$$

إذنْ، خسرَ عمرُ 18% مِنْ كتلتِهِ الأصليةِ.

أتحققُ من فهمي:

3 اشترى معاذٌ زهورًا بقيمةِ JD 240 وباعَها بــسعرِ JD 300. أجدُ النسبةَ المئويةَ لربحِ معاذٍ. 25%

4 اشــترَتْ فرحُ كاميرا بقيمةِ JD 119 بعدَ التخفيضِ، إذا كانَ ســعرُ الكاميرا قبلَ التخفيضِ JD 140، فأجدُ النسبةَ المئويةَ للخصمِ الّذي حصلَتْ عليهِ فرحُ. 15%

مثال 4: من الحياة

- أوضـح للطلبـة إمكانيـة تحديـد الكميـة الأصليـة إذا عُلِمت الكميـة النهائية بعد التغير ونسـبة التغير، وهذا ما يسمى النسبة المئوية العكسية.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 4 على اللوح، وأوضـح لهم معنى زيادة درجة حرارة السـائل بنسـبة 16% وعلاقته بالنسبة الأكبر من 100%
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 4 على اللوح، وأوضح لهم معنى انخفاض سعر الثلاجة بنسبة 20%

إرشــاد: أوضح للطلبة أننا نقسم نسبة التغير المئوية عند إيجـاد الكمية الأصليـة؛ لأنها العملية العكسية لإيجاد النسبة المئوية للتغير، ويمكن التحقق من ذلك بالرجوع إلى معادلة النسبة المئوية للتغير.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المُتميِّزين كتابة مسألة حياتية على النسبة المئوية العكسية.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيٍّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفِّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

الوحدةُ 1

مِنَ التطبيقاتِ المهمةِ على النسبةِ المئويةِ أسئلةُ **النسبةِ المئويةِ العكسيةِ** (reverse percentage)، الّتي تتطلبُ الحلَّ بشكلٍ عكسيٍّ بدءًا مِنَ الكمّيةِ النهائيةِ للحصولِ على الكمّيةِ الأصليةِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

① **كيمياءُ: في إحدى التجاربِ الكيميائيةِ سُخِّنَ سائلٌ لرفعِ درجةِ حرارتِهِ بنسبةِ 16% لتصبحَ 80°C، أجدُ درجةَ حرارةِ السائلِ T قبلَ الزيادةِ.**

بما أنَّ درجةَ الحرارةِ T زادَتْ بنسبةِ 16%، إذنْ، النسبةُ المئويةُ بعدَ الزيادةِ تساوي 116%

$T = \frac{80}{116\%}$ أقسمُ الكميةَ بعدَ التغيرِ على النسبةِ المئويةِ بعدَ الزيادةِ

$= \frac{80}{1.16}$ أحولُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ

≈ 69 أقسمُ

إذنْ، درجةُ حرارةِ السائلِ قبلَ الزيادةِ 69°C تقريبًا.

أفكرُ

لِمَ نقسمُ على نسبةِ التغيرِ المئويةِ عندَ إيجادِ الكمّيةِ الأصليةِ؟

② **ثلاجاتٌ: أعلنَ متجرٌ للثلّاجاتِ عَنْ خصمٍ نسبتُهُ 20%. إذا كانَ سعرُ ثلاجةٍ بعدَ الخصمِ JD 600، فأجدُ سعرَها P قبلَ الخصمِ.**

بما أنَّ سعرَ الثلاجةِ نقصَ بنسبةِ 20%، إذنْ، النسبةُ المئويةُ بعدَ النقصانِ تساوي 80%

$P = \frac{600}{80\%}$ أقسمُ الكميةَ بعدَ التغيرِ على النسبةِ المئويةِ بعدَ النقصانِ

$= \frac{600}{0.80}$ أحولُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ عشريٍّ

$= 750$ أقسمُ

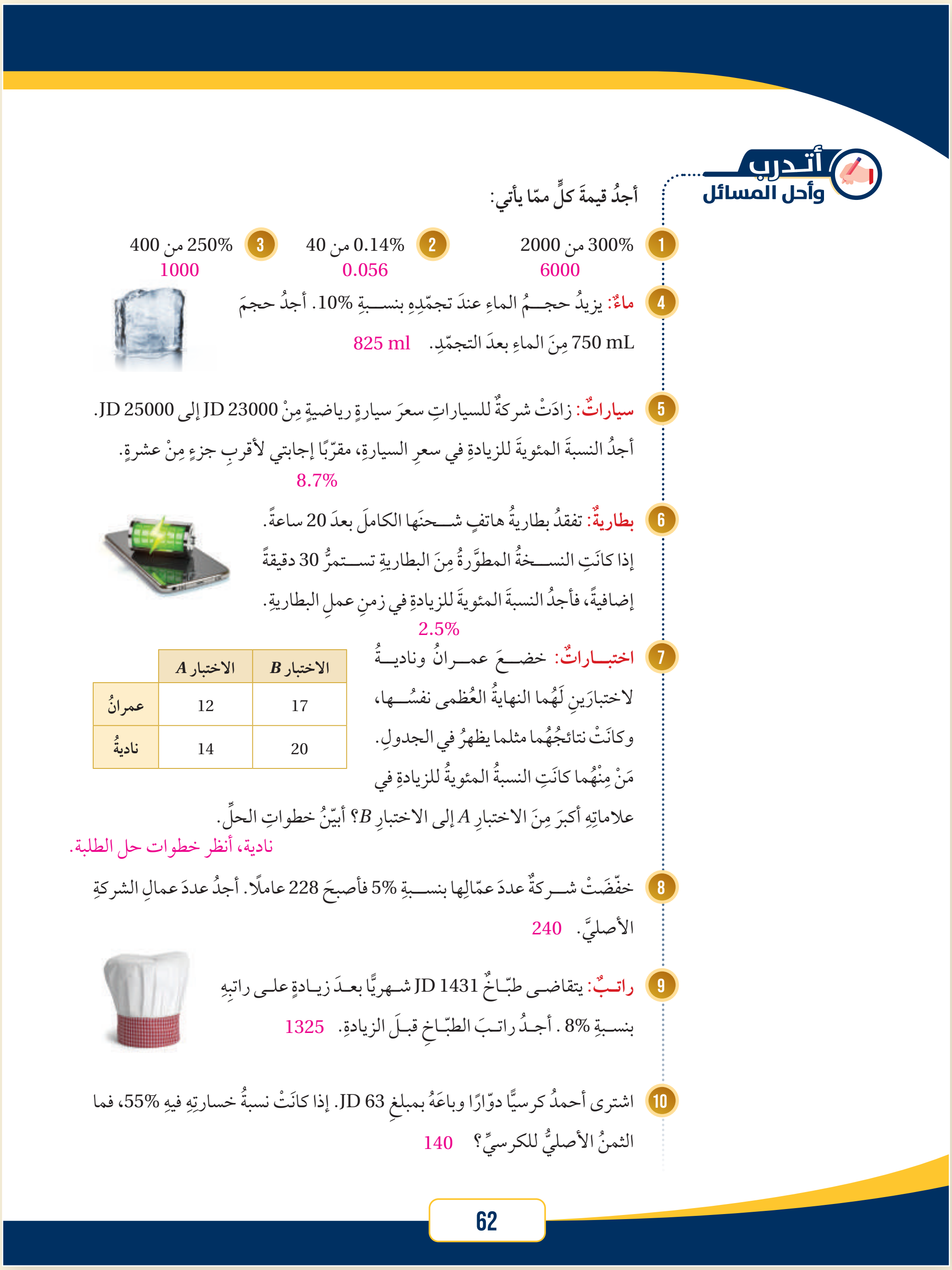
إذنْ، سعرُ الثلاجةَ قبلَ الخصمِ JD 750

أتحققُ من فهمي:

③ **زادَ سعرُ سيارةٍ بنسبةِ 6% ليصبحَ JD 9116. أجدُ سعرَها P قبلَ الزيادةِ.** 8600

④ **في موسمِ التنزيلاتِ، بلغَ سعرُ شاشةِ تلفازٍ JD 500. إذا كانَتْ نسبةُ الخصمِ 7%، فأجدُ ثمنَ الشاشةِ P قبلَ الخصمِ.**
537.6

61



أتدرب وأحل المسائل

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

① 300% من 2000
6000

② 0.14% من 40
0.056

③ 250% من 400
1000

④ **ماءٌ:** يزيدُ حجــمُ الماءِ عندَ تجمّدِهِ بنســبةِ 10%. أجدُ حجمَ 750 mL مِنَ الماءِ بعدَ التجمّدِ. 825 ml

⑤ **سياراتٌ:** زادَتْ شركةٌ للسياراتِ سعرَ سيارةٍ رياضيةٍ مِنْ JD 23000 إلى JD 25000. أجدُ النسبةَ المئويةَ للزيادةِ في سعرِ السيارةِ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.
8.7%

⑥ **بطاريةٌ:** تفقدُ بطاريةُ هاتفٍ شــحنَها الكاملَ بعدَ 20 ساعةً. إذا كانَتِ النســخةُ المطوَّرةُ مِنَ البطاريةِ تســتمرُّ 30 دقيقةً إضافيةً، فأجدُ النسبةَ المئويةَ للزيادةِ في زمنِ عملِ البطاريةِ.
2.5%

⑦ **اختبــاراتٌ:** خضــعَ عمــرانُ ونادية لاختبارَينِ لَهُما النهايةُ العُظمى نفسُــها، وكانَتْ نتائجُهُما مثلما يظهرُ في الجدولِ. مَنْ مِنْهُما كانَتِ النسبةُ المئويةُ للزيادةِ في علاماتِهِ أكبرَ مِنَ الاختبارِ A إلى الاختبارِ B؟ أبيّنُ خطواتِ الحلِّ.

	الاختبار B	الاختبار A
عمرانُ	17	12
ناديةُ	20	14

نادية، أنظر خطوات حل الطلبة.

⑧ خفّضَتْ شــركةٌ عددَ عمّالِها بنســبةِ 5% فأصبحَ 228 عاملًا. أجدُ عددَ عمالِ الشركةِ الأصليَّ. 240

⑨ **راتــبٌ:** يتقاضــى طبّــاخٌ JD 1431 شــهريًّا بعــدَ زيــادةٍ علــى راتبِهِ بنسـبةِ 8% . أجـدُ راتـبَ الطبّـاخِ قبـلَ الزيادةِ. 1325

⑩ اشترى أحمدُ كرسيًّا دوّارًا وباعَهُ بمبلغِ JD 63. إذا كانَتْ نسبةُ خسارتِهِ فيهِ 55%، فما الثمنُ الأصليُّ للكرسيِّ؟ 140

62

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (15–14).
- أرصـد أيَّة أفكار غيـر تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أســتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 10, 13 كتاب التمارين: (1–4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11–13) كتاب التمارين: 2, 4, 5
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13–15) كتاب التمارين: (5–7)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أقسـم الطلبة إلى مجموعـات ثنائيـة، وأزود كلًّا منها **بورقة المصادر 5: نسبة الزيادة/ نسبة النقصان.**
- أطلـب إلـى المجموعات قص البطاقـات، ثم وضعها أمامهم مقلوبة على الطاولة.
- أطلـب إلـى أحـد أفـراد المجموعـة سـحب بطاقة من البطاقات، فإذا كانت البطاقة المسـحوبة برتقالية اللون أطلب إلـى اللاعب/ اللاعبـة زيادة الكميـة التي على البطاقـة بمقدار النسـبة المعطـاة، أما إذا كانـت البطاقة المسـحوبة بيضاء اللون فأطلب إلى اللاعب/ اللاعبة خفض الكمية التي على البطاقة بمقدار النسبة المعطاة.
- إذا كانـت الإجابة صحيحة، يحصل اللاعب/ اللاعبة على نقطة.
- يتبادل أفراد المجموعة الأدوار.
- يستمر اللعب حتى تنتهي البطاقات.
- يفوز من يحصل على أكبر عدد من النقاط.

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

نشاط التكنولوجيا:

- أحفِّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل النسبة المئوية للزيادة والنسبة المئوية للنقصان؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشادات:

- يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.
- أوجِّه الطلبة إلى ضبط خانة نوع المسألة على Random الذي يعني عشوائي، للتنويع بين مسائل النسبة المئوية للزيادة والنسبة المئوية للنقصان.

تنبيه: يحتوي الموقع على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضِّح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حل المسائل.

تعليمات المشروع:

- أذكِّر الطلبة بأنَّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيَّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكُّد أنَّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أجد قيمة كل مما يأتي:**

① 125% من 300 375

② 0.12% من 1500 1.8

③ 270% من 2000 5400

④ اشترت مريم سيارة بمبلغ JD 12500 العام الماضي، كم يصبح سعر السيارة إذا انخفض سعرها هذا العام بنسبة 10%؟ JD 11250

معلومةٌ

يُقاسُ معدّلُ التنفسِ عندَ الإنسانِ بعددِ الأنفاسِ الّتي يأخذُها في الدقيقةِ الواحدةِ، ويعتمدُ ذلكَ على عدةِ عواملَ، منها: عمرُ الشخصِ، وحالتُهُ الصحيةُ، والجهدُ الّذي يبذلُهُ.

معدّل التنفّسِ: إذا كانَ معدّلُ تنفّسِ لؤيٍّ 20 مرةً في الدقيقةِ، فأجيبُ عمّا يأتي:

⑪ أجدُ عددَ مراتِ تنفّسِ لؤيٍّ إذا أصبحَتْ 180% ممّا كانَتْ عليهِ؛ نتيجةَ ممارستِهِ إحدى الرياضاتِ. 36

⑫ نتيجةَ لممارسةِ لؤيٍّ رياضةً أشدَّ أصبحَ معدّلُ تنفّسِهِ 120% مِنْ عددِ مراتِ الرياضةِ الأولِ، أجدُ عددَ مراتِ تنفّسِهِ الجديدَ. 43

⑬ أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

المعنى: زاد الإنتاج عام 2019 بمقدار 19% عنه في عام 2018

إنتاج عام 2019 هو 25 ألف طن تقريبًا.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

⑭ **تحدٍّ:** إذا كانَتْ 38% مِنَ القواريرِ البلاستيكيةِ الّتي يُنتجُها مصنعٌ زرقاءَ اللونِ، والقواريرُ المتبقيةُ وعددُها 7750 قارورةً لونُها بنّيٌّ؛ فأجدُ عددَ القواريرِ الزرقاءِ الّتي يُنتجُها المصنعُ. 4750

⑮ **تبريرٌ:** صمّمَتْ جمانةُ مزهريتَينِ فخاريتَينِ وباعَتْهُما بالسعرِ الموضّحِ في الشكلِ الآتي. تقولُ جمانةُ إنَّ نسبةَ ربحِها في المزهريةِ الأولى أكبرُ مِنْ نسبةِ ربحِها في المزهريةِ الثانيةِ. هَلْ ما تقولُهُ جمانةُ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

المزهريةُ الثانيةُ	المزهريةُ الأولى
سعرُ التكلفةِ JD 18	سعرُ التكلفةِ JD 13
سعرُ البيعِ JD 22.5	سعرُ البيعِ JD 16.7

نعم قولها صحيح، لأن نسبة ربحها في المزهرية الأولى 28%، وفي المزهرية الثانية 25%

⑯ **أكتبُ** كيفَ أجدُ النسبةَ المئويةَ للتغيرِ؟ وبِمَ أفسّرُ معنى النسبةِ الّتي تزيدُ على 100%؟ أنظر إجابات الطلبة.

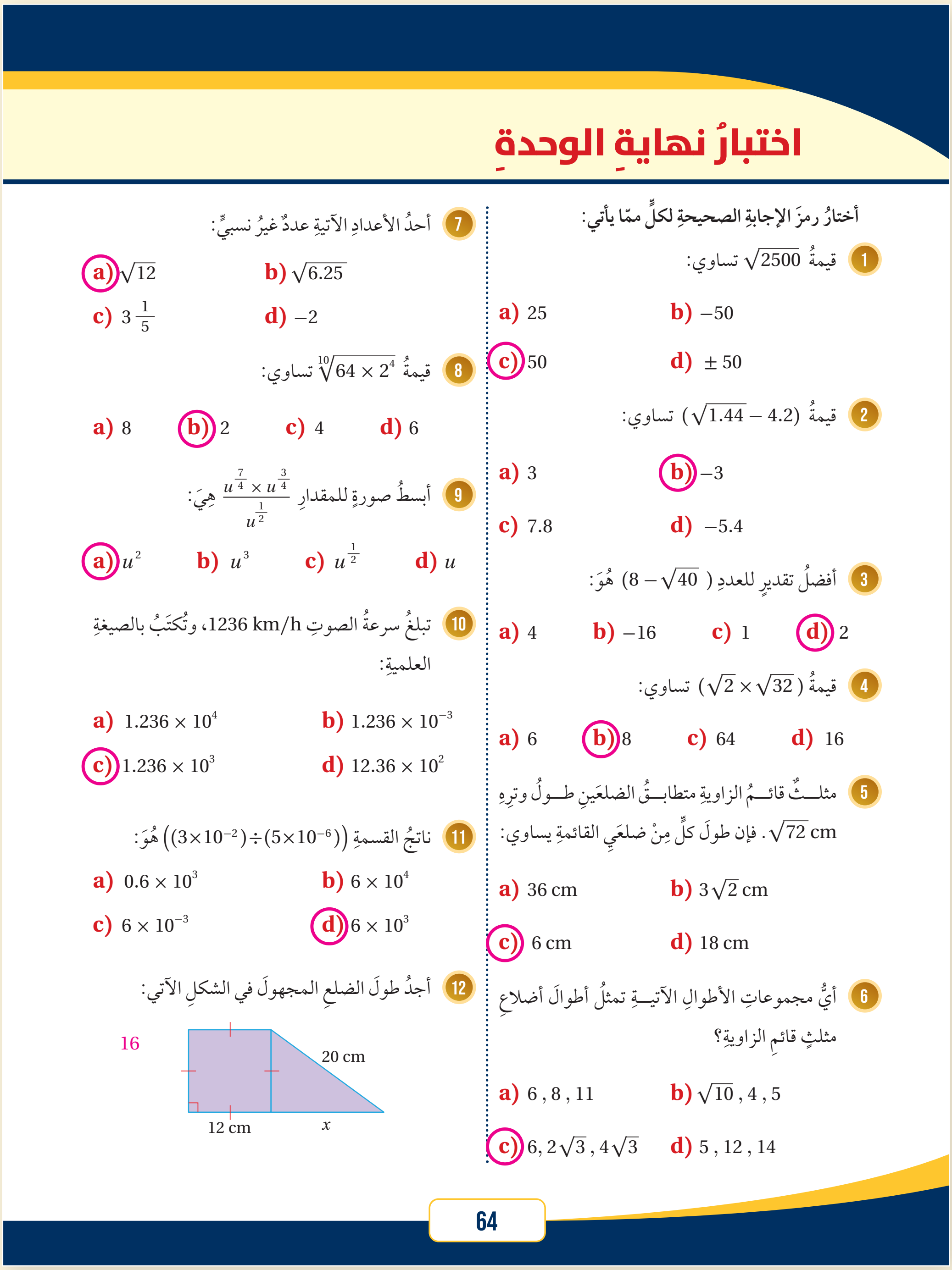
63

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكِّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 11، أُعزِّز الوعي الصحي لدى الطلبة بأهمية ممارسة الرياضة وتأثيرها في صحة القلب.

إرشادات:

- ألفِت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في السؤال 14 (**تحدٍّ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى إيجاد النسبة المئوية لعدد الزجاجات البنّيّة اللون أولًا.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

① قيمةُ $\sqrt{2500}$ تساوي:

a) 25 b) −50 [✓ c) 50] d) ± 50

② قيمةُ $(\sqrt{1.44} - 4.2)$ تساوي:

a) 3 [✓ b) −3] c) 7.8 d) −5.4

③ أفضلُ تقديرٍ للعددِ $(8 - \sqrt{40})$ هُوَ:

a) 4 b) −16 c) 1 [✓ d) 2]

④ قيمةُ $(\sqrt{2} \times \sqrt{32})$ تساوي:

a) 6 [✓ b) 8] c) 64 d) 16

⑤ مثلثٌ قائمُ الزاويةِ متطابقُ الضلعَينِ طولُ وترِهِ $\sqrt{72}$ cm. فإن طولَ كلٍّ مِنْ ضلعَيِ القائمةِ يساوي:

a) 36 cm b) $3\sqrt{2}$ cm [✓ c) 6 cm] d) 18 cm

⑥ أيُّ مجموعاتِ الأطوالِ الآتيةِ تمثلُ أطوالَ أضلاعِ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ؟

a) 6 , 8 , 11 b) $\sqrt{10}$, 4 , 5 [✓ c) 6, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$] d) 5 , 12 , 14

⑦ أحدُ الأعدادِ الآتيةِ عددٌ غيرُ نسبيٍّ:

[✓ a) $\sqrt{12}$] b) $\sqrt{6.25}$ c) $3\frac{1}{5}$ d) −2

⑧ قيمةُ $\sqrt[10]{64 \times 2^4}$ تساوي:

a) 8 [✓ b) 2] c) 4 d) 6

⑨ أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{u^{\frac{7}{4}} \times u^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}}$ هِيَ:

[✓ a) u^2] b) u^3 c) $u^{\frac{1}{2}}$ d) u

⑩ تبلغُ سرعةُ الصوتِ 1236 km/h، وتُكتَبُ بالصيغةِ العلميةِ:

a) 1.236×10^4 b) 1.236×10^{-3} [✓ c) 1.236×10^3] d) 12.36×10^2

⑪ ناتجُ القسمةِ $((3\times10^{-2})\div(5\times10^{-6}))$ هُوَ:

a) 0.6×10^3 b) 6×10^4 c) 6×10^{-3} [✓ d) 6×10^3]

⑫ أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في الشكلِ الآتي:

16

20 cm

12 cm

x

64

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجِّه الطلبةَ إلى (**اختبار نهاية الوحدة**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1–11) فرديًّا.
- أختار بعض الإجابات غير الصحيحة، وأناقشها مع الصف، وأبيّن الخطأ، وأقدّم الصواب.
- أُوزِّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12–20)، وأتجوَّل لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأُقدِّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أُحدِّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 9، أذكّر الطلبة بشروط كتابة المقادير الأسية النسبية بأبسط صورة.
- في السؤال 12، أذكّر الطلبة بأن الإشارات المتساوية تعني أن الأضلاع متساوية في الطول.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

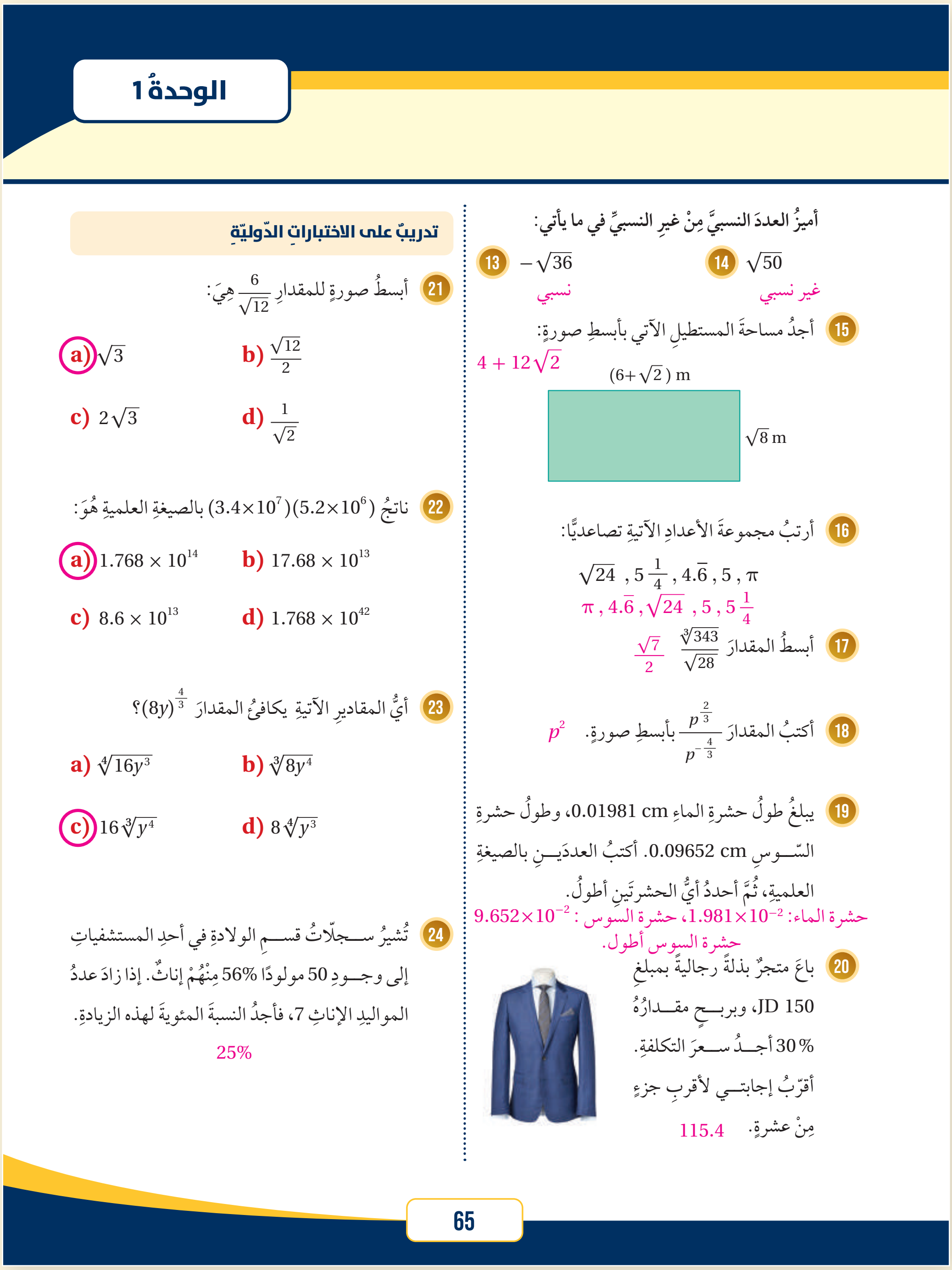
- أعرِّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها بالاستعانة بالمعلومة أدناه، ثم أوجِّههم إلى حل الأسئلة في بند (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقِشهم في إجاباتها على اللوح.

يتقدم طلبة الصفين الرابع والثامن في المدارس الأردنية إلى اختبار (TIMSS) كل أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم، ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأخرى التي يتقدم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.

- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

✓ إرشادات:

- في السؤال 16، أذكّر الطلبة بضرورة تحويل الأعداد النسبية إلى الصيغة العشرية؛ لتسهيل المقارنة بينها.
- في السؤال 19، أذكّر الطلبة أنه عند مقارنة عددين مكتوبين بالصيغة العلمية؛ أقارن أس العدد 10 أولًا، فإذا تساوى الأس، أقارن الجزء العشري.



أميزُ العددَ النسبيَّ مِنْ غيرِ النسبيِّ في ما يأتي:

⑬ $-\sqrt{36}$ نسبي

⑭ $\sqrt{50}$ غير نسبي

⑮ أجدُ مساحةَ المستطيلِ الآتي بأبسطِ صورةٍ:

$4+12\sqrt{2}$

$(6+\sqrt{2})$ m

$\sqrt{8}$ m

⑯ أرتبُ مجموعةَ الأعدادِ الآتيةِ تصاعديًّا:

$\sqrt{24}\ , 5\frac{1}{4} , 4.\overline{6} , 5 , \pi$

$\pi , 4.\overline{6} , \sqrt{24} , 5 , 5\frac{1}{4}$

⑰ أبسطُ المقدارَ $\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt{28}}$ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

⑱ أكتبُ المقدارَ $\frac{p^{\frac{2}{3}}}{p^{-\frac{4}{3}}}$ بأبسطِ صورةٍ. p^2

⑲ يبلغُ طولُ حشرةِ الماءِ 0.01981 cm، وطولُ حشرةِ السّوسِ 0.09652 cm. أكتبُ العددَينِ بالصيغةِ العلميةِ، ثُمَّ أحددُ أيُّ الحشرتَينِ أطولُ.

حشرة الماء: 1.981×10^{-2}، حشرة السوس : 9.652×10^{-2}

حشرة السوس أطول.

⑳ باعَ متجرٌ بذلةً رجاليةً بمبلغِ JD 150، وبربحٍ مقدارُهُ 30% أجدُ سعرَ التكلفةِ. أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 115.4

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

㉑ أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{6}{\sqrt{12}}$ هِيَ:

[✓ a)] $\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{12}}{2}$

c) $2\sqrt{3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

㉒ ناتجُ $(3.4\times10^{7})(5.2\times10^{6})$ بالصيغةِ العلميةِ هُوَ:

[✓ a)] 1.768×10^{14}

b) 17.68×10^{13}

c) 8.6×10^{13}

d) 1.768×10^{42}

㉓ أيُّ المقاديرِ الآتيةِ يكافئُ المقدارَ $(8y)^{\frac{4}{3}}$؟

a) $\sqrt[4]{16y^3}$

b) $\sqrt[3]{8y^4}$

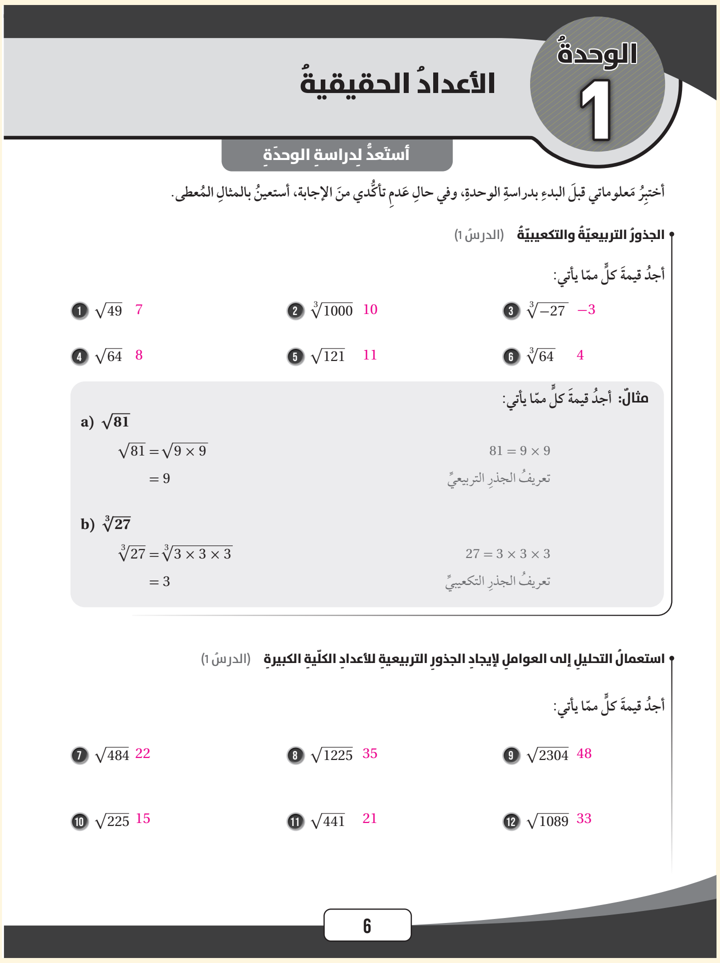
[✓ c)] $16\sqrt[3]{y^4}$

d) $8\sqrt[4]{y^3}$

㉔ تُشيرُ سجلّاتُ قسمِ الولادةِ في أحدِ المستشفياتِ إلى وجودِ 50 مولودًا 56% مِنْهُمْ إناثٌ. إذا زادَ عددُ المواليدِ الإناثِ 7، فأجدُ النسبةَ المئويةَ لهذه الزيادةِ.

25%

كتاب التمارين



الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

الجذورُ التربيعيّةُ والتكعيبيّةُ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $\sqrt{49}$ 7

② $\sqrt[3]{1000}$ 10

③ $\sqrt[3]{-27}$ -3

④ $\sqrt{64}$ 8

⑤ $\sqrt{121}$ 11

⑥ $\sqrt[3]{64}$ 4

مثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $\sqrt{81}$

$\sqrt{81} = \sqrt{9 \times 9}$ — $81 = 9 \times 9$

$= 9$ — تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

b) $\sqrt[3]{27}$

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$ — $27 = 3 \times 3 \times 3$

$= 3$ — تعريفُ الجذرِ التكعيبيِّ

استعمالُ التحليلِ إلى العواملِ لإيجادِ الجذورِ التربيعيةِ للأعدادِ الكلّيةِ الكبيرةِ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

⑦ $\sqrt{484}$ 22

⑧ $\sqrt{1225}$ 35

⑨ $\sqrt{2304}$ 48

⑩ $\sqrt{225}$ 15

⑪ $\sqrt{441}$ 21

⑫ $\sqrt{1089}$ 33

الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مثالٌ: أجدُ قيمةَ $\sqrt{324}$

الخطوةُ ① أحلّلُ العددَ 324 إلى عواملِهِ الأوليةِ:

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

الخطوةُ ② آخذُ عاملًا مِنْ كلِّ تكرارَينِ لَهُ:

324	2	2
162	2	
81	3	3
27	3	
9	3	3
3	3	
1		

الخطوةُ ③ أحسبُ الجذرَ التربيعيَّ.

$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3$ — الجذرُ التربيعيُّ يساوي ناتجَ ضربِ العواملِ التي أُخِذَتْ في الخطوةِ 2

$= 18$ — أضربُ

خاصّيّةُ التوزيعِ (الدرسُ 2)

أستعملُ خاصّيّةَ التوزيعِ لتبسيطِ كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

⑬ $5(a+3)$ $5a+15$

⑭ $3(9-w)$ $27-3w$

⑮ $2(5x+4)$ $10z+8$

⑯ $5(3y+9)$ $15y+45$

⑰ $9(2x+1)$ $18x+9$

⑱ $8(12+x)$ $96+8x$

مثالٌ: أستعملُ خاصّيّةَ التوزيعِ لتبسيطِ كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

a) $4(n+2)$

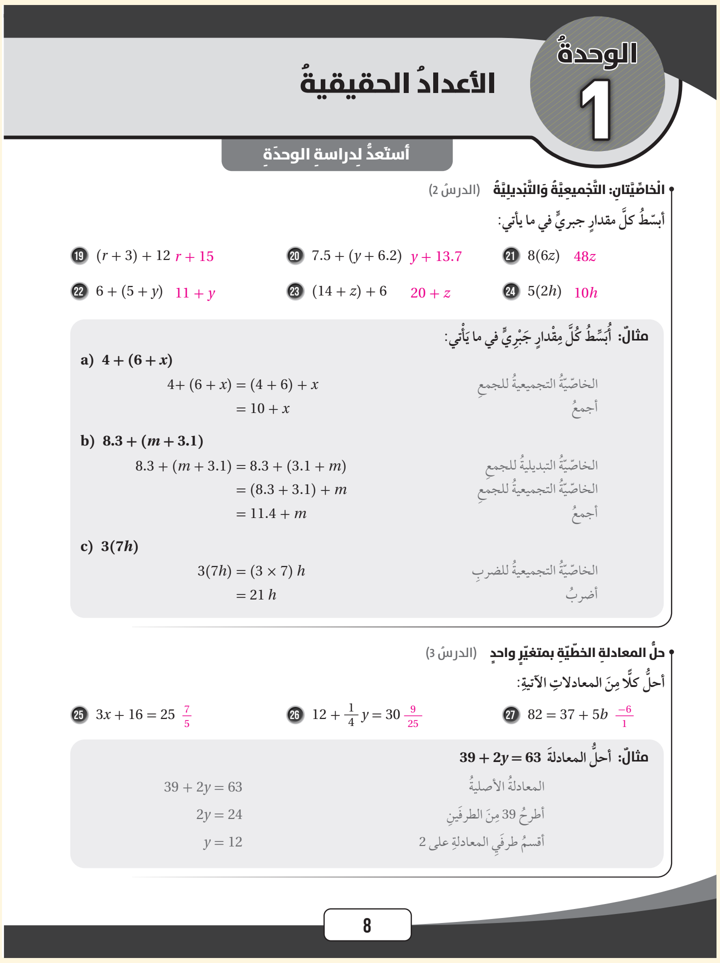
$4(n+2) = 4 \times n + 4 \times 2$ — خاصّيّةُ التوزيعِ

$= 4n + 8$ — أضربُ

b) $6(x-7)$

$6(x-7) = 6 \times x - 6 \times 7$ — خاصّيّةُ التوزيعِ

$= 6x - 42$ — أضربُ



الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

الْخاصِّيَّتانِ: التَّجْميعِيَّةُ وَالتَّبْديلِيَّةُ (الدرسُ 2)

أبسّطُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ في ما يأتي:

⑲ $(r+3)+12$ $r+15$

⑳ $7.5+(y+6.2)$ $y+13.7$

㉑ $8(6z)$ $48z$

㉒ $6+(5+y)$ $11+y$

㉓ $(14+z)+6$ $20+z$

㉔ $5(2h)$ $10h$

مثالٌ: أُبَسِّطُ كُلَّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ في ما يَأْتي:

a) $4+(6+x)$

$4+(6+x) = (4+6)+x$ — الخاصّيّةُ التجميعيةُ للجمعِ

$= 10+x$ — أجمعُ

b) $8.3+(m+3.1)$

$8.3+(m+3.1) = 8.3+(3.1+m)$ — الخاصّيّةُ التبديليةُ للجمعِ

$= (8.3+3.1)+m$ — الخاصّيّةُ التجميعيةُ للجمعِ

$= 11.4+m$ — أجمعُ

c) $3(7h)$

$3(7h) = (3 \times 7)\,h$ — الخاصّيّةُ التجميعيةُ للضربِ

$= 21\,h$ — أضربُ

حلُّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ (الدرسُ 3)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ:

㉕ $3x+16=25$ $\frac{7}{5}$

㉖ $12+\frac{1}{4}y=30$ $\frac{9}{25}$

㉗ $82=37+5b$ $\frac{-6}{1}$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $39+2y=63$

$39+2y=63$ — المعادلةُ الأصليةُ

$2y=24$ — أطرحُ 39 مِنَ الطرفَينِ

$y=12$ — أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 2

الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

كتابةُ الأعدادِ النسبيّةِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ (الدرسُ 4)

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

㉘ $1\frac{2}{5}$ $\frac{7}{5}$

㉙ 0.36 $\frac{9}{25}$

㉚ -6 $\frac{-6}{1}$

㉛ 80% $\frac{4}{5}$

㉜ $2\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4}$

㉝ 0.07 $\frac{7}{100}$

مثالٌ: أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

a) 10.6

$10.6 = 10\frac{6}{10}$ — أحوّلُ الكَسرَ العشريَّ إلى عددٍ كسريٍّ

$= \frac{(10 \times 10)+6}{10}$ — أحوّلُ العددَ الكَسْرِيَّ إلى كسرٍ غيرِ فعلِيٍّ

$= \frac{10+6}{10} = \frac{106}{10}$ — أضربُ وأجمعُ

$= \frac{53}{5}$ — أُبسِّطُ

b) 65%

$65\% = 0.65$ — أحوّلُ النّسبةَ المِئويّةَ إلى كَسْرٍ عشريٍّ

$= \frac{65}{100}$ — أحوّلُ الكَسْرَ العَشْرِيَّ إلى كَسْرٍ فعليٍّ

$= \frac{13}{20}$ — أُبسِّطُ

أتذكّرُ

لِكتابةِ العددِ الكسريِّ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ فإنَّني أضربُ مقامَ الكسرِ في الجزءِ الصَّحيحِ، وأضيفُ الناتجَ إلى البسطِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في بسْطِ الكسرِ.

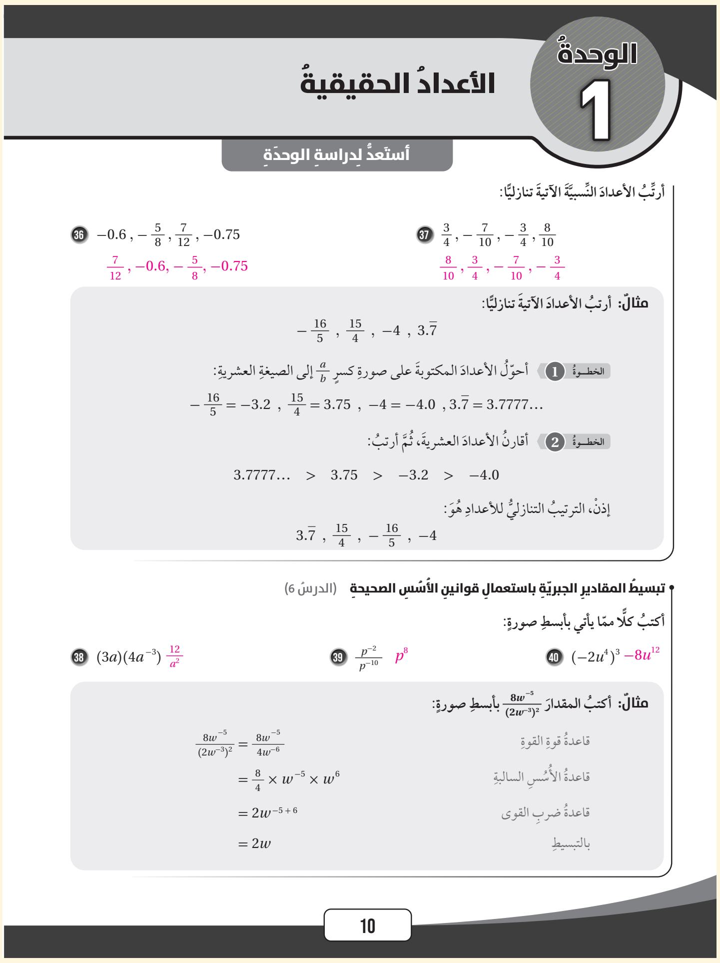
ترتيبُ الأعدادِ النسبيةِ تصاعديًّا وَتنازليًّا (الدرسُ 4)

أرتبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا:

㉞ $-\frac{15}{8}, \frac{16}{3}, -2, 4.8$ $-2, -\frac{15}{8}, 4.8, \frac{16}{3}$

㉟ $0.\overline{6}, -2, \frac{3}{5}, -1$ $-2, -1, \frac{3}{5}, 0.\overline{6}$

كتاب التمارين



الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعِدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيةَ تنازليًّا:

㊱ $-0.6\ ,\ -\frac{5}{8}\ ,\ \frac{7}{12}\ ,\ -0.75$

$\frac{7}{12}\ ,\ -0.6,\ -\frac{5}{8},\ -0.75$

㊲ $\frac{3}{4}\ ,\ -\frac{7}{10}\ ,\ -\frac{3}{4}\ ,\ \frac{8}{10}$

$\frac{8}{10}\ ,\ \frac{3}{4}\ ,\ -\frac{7}{10}\ ,\ -\frac{3}{4}$

مثالٌ: أرتبُ الأعدادَ الآتيةَ تنازليًّا:

$$-\frac{16}{5}\ ,\ \frac{15}{4}\ ,\ -4\ ,\ 3.\overline{7}$$

الخطوةُ 1 أحوّلُ الأعدادَ المكتوبةَ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ إلى الصيغةِ العشريةِ:

$$-\frac{16}{5}=-3.2\ ,\ \frac{15}{4}=3.75\ ,\ -4=-4.0\ ,3.\overline{7}=3.7777\ldots$$

الخطوةُ 2 أقارنُ الأعدادَ العشريةَ، ثُمَّ أرتبُ:

$$3.7777\ldots\ >\ 3.75\ >\ -3.2\ >\ -4.0$$

إذنْ، الترتيبُ التنازليُّ للأعدادِ هُوَ:

$$3.\overline{7}\ ,\ \frac{15}{4}\ ,\ -\frac{16}{5}\ ,\ -4$$

تبسيطُ المقاديرِ الجبريّةِ باستعمالِ قوانينِ الأُسُسِ الصحيحةِ (الدرسُ 6)

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

㊳ $(3a)(4a^{-3})$ $\frac{12}{a^2}$

㊴ $\frac{p^{-2}}{p^{-10}}$ p^8

㊵ $(-2u^4)^3$ $-8u^{12}$

مثالٌ: أكتبُ المقدارَ $\frac{8w^{-5}}{(2w^{-3})^2}$ بأبسطِ صورةٍ:

$\frac{8w^{-5}}{(2w^{-3})^2}=\frac{8w^{-5}}{4w^{-6}}$ قاعدةُ قوةِ القوةِ

$=\frac{8}{4}\times w^{-5}\times w^{6}$ قاعدةُ الأُسُسِ السالبةِ

$=2w^{-5+6}$ قاعدةُ ضربِ القوى

$=2w$ بالتبسيطِ

10

الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعِدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

إيجادُ قِيَمِ المقاديرِ الأُسّيّةِ (الدرسُ 6)

أستعملُ قوانينَ الأُسُسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

㊶ $(2^4)^3$ 4096

㊷ $\frac{5^2}{5^5}$ $\frac{1}{125}$

㊸ $(7-4)^3\times 3^{-8}$ $\frac{1}{243}$

مثالٌ: أستعملُ قوانينَ الأُسُسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $(10^3)^2$

$(10^3)^2=10^{3\times 2}$ قاعدةُ قوةِ القوةِ

$=10^6$ أضربُ الأُسُسَ

$=1000000$ تعريفُ الأُسُسِ

b) $\frac{4^2}{4^5}$

$\frac{4^2}{4^5}=4^{2-5}$ قاعدةُ قسمةِ القوى

$=4^{-3}$ أطرحُ الأُسُسَ

$=\frac{1}{4^3}$ تعريفُ الأُسُسِ السالبةِ

$=\frac{1}{64}$ تعريفُ الأُسُسِ

تحويلُ النسبِ المئويةِ إلى كسورٍ عشريةٍ (الدرسُ 8)

أكتبُ كلَّ نسبةٍ مئويةٍ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

㊹ 18% 0.18

㊺ 91% 0.91

㊻ 2.5% 0.025

㊼ 9% 0.09

㊽ 10% 0.1

㊾ 0.3% 0.003

11

الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعِدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مثالٌ: أكتبُ كلَّ نسبةٍ مئويةٍ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

a) 79%

$79\%=\frac{79}{100}$ أكتبُ النّسبةَ المئوِيّةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ مقامُهُ 100

$=0.79$ أكتبُ الكسرَ العاديَّ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ بتحريكِ الفاصلةِ العشريّةِ منزلتَينِ نحوَ اليسارِ

طريقةٌ بديلةٌ

أحذفُ الرّمزَ (%)، ثُمَّ أقسمُ على 100 بتحريكِ الفاصلةِ العشريّةِ منزلتَينِ نحوَ اليسارِ.

$$79\%=0\,.\,79\,\cancel{\%}=0.79$$

b) 3%

$3\%=\frac{3}{100}$ أكتبُ النّسبةَ المئوِيّةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ مقامُهُ 100

$=0.03$ أكتبُ الكسرَ العاديَّ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ بتحريكِ الفاصلةِ العشريّةِ منزلتَينِ نحوَ اليسارِ

c) 7.5%

$7.5\%=\frac{7.5}{100}$ أكتبُ النّسبةَ المئويّةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ مقامُهُ 100

$=\frac{75}{100}$ أضربُ البسطَ والمقامَ في 10؛ لأحصلَ على عددٍ صحيحٍ في البسطِ

$=0.075$ أكتبُ الكسرَ العاديَّ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ بتحريكِ الفاصلةِ العشريّةِ ثلاثَ منازل نحوَ اليسارِ

12

الوحدةُ 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

أستَعِدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

إيجادُ النسبةِ المئويةِ مِنْ عددٍ (الدرسُ 8)

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنَ النِّسبِ الآتيةِ مِنَ العددِ **1400**:

㊿ 5% 70

(51) 71% 994

(52) 10% 140

(53) 35% 490

(54) 40% 560

أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

(55) 20% مِنْ 50 cm 10 cm

(56) 13% مِنْ 200 mL 26 mL

(57) 1% مِنْ 90 km 0.9 km

(58) 9% مِنْ 5000 mm 450 mm

(59) 2% مِنْ 10 g 0.2 g

(60) 60% مِنْ 150 ton 90 ton

مثالٌ: أجدُ النسبةَ المئويةَ مِنَ العددِ في كلٍّ ممّا يأتي:

a) 12% من 50

أكتبُ النسبةَ المئويةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ أَوْ كسرٍ عشريٍّ، ثُمَّ أضربُ:

$12\%=\frac{12}{100}$ أكتبُ النسبةَ المئويةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ

$\frac{12}{100}\times 50=6$ أضربُ الكسرَ العاديَّ في العددِ

إِذَنْ، 12% مِنْ 50 تُساوي 6

b) 90% من 20

أكتبُ النسبةَ المئويةَ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ أَوْ كسرٍ عشريٍّ، ثُمَّ أضربُ:

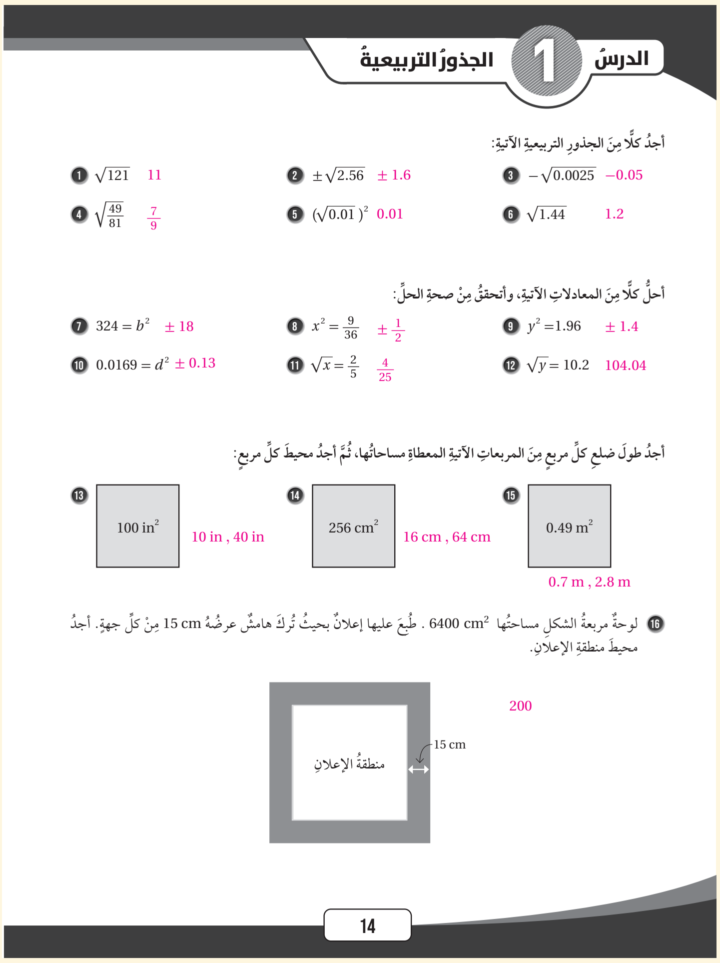
$90\%=0.9$ أكتبُ النسبةَ المئويةَ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ

$0.9\times 20=18$ أضربُ الكسرَ العشريَّ في العددِ

إِذَنْ، 90% مِنْ 20 تُساوي 18

13

كتاب التمارين



الدرسُ 1 الجذورُ التربيعيةُ

أجدُ كلًّا مِنَ الجذورِ التربيعيةِ الآتيةِ:

① $\sqrt{121}$ 11
② $\pm\sqrt{2.56}$ ± 1.6
③ $-\sqrt{0.0025}$ -0.05
④ $\sqrt{\frac{49}{81}}$ $\frac{7}{9}$
⑤ $(\sqrt{0.01})^2$ 0.01
⑥ $\sqrt{1.44}$ 1.2

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

⑦ $324 = b^2$ ± 18
⑧ $x^2 = \frac{9}{36}$ $\pm\frac{1}{2}$
⑨ $y^2 = 1.96$ ± 1.4
⑩ $0.0169 = d^2$ ± 0.13
⑪ $\sqrt{x} = \frac{2}{5}$ $\frac{4}{25}$
⑫ $\sqrt{y} = 10.2$ 104.04

أجدُ طولَ ضلعِ كلِّ مربعٍ مِنَ المربعاتِ الآتيةِ المعطاةِ مساحاتُها، ثُمَّ أجدُ محيطَ كلِّ مربعٍ:

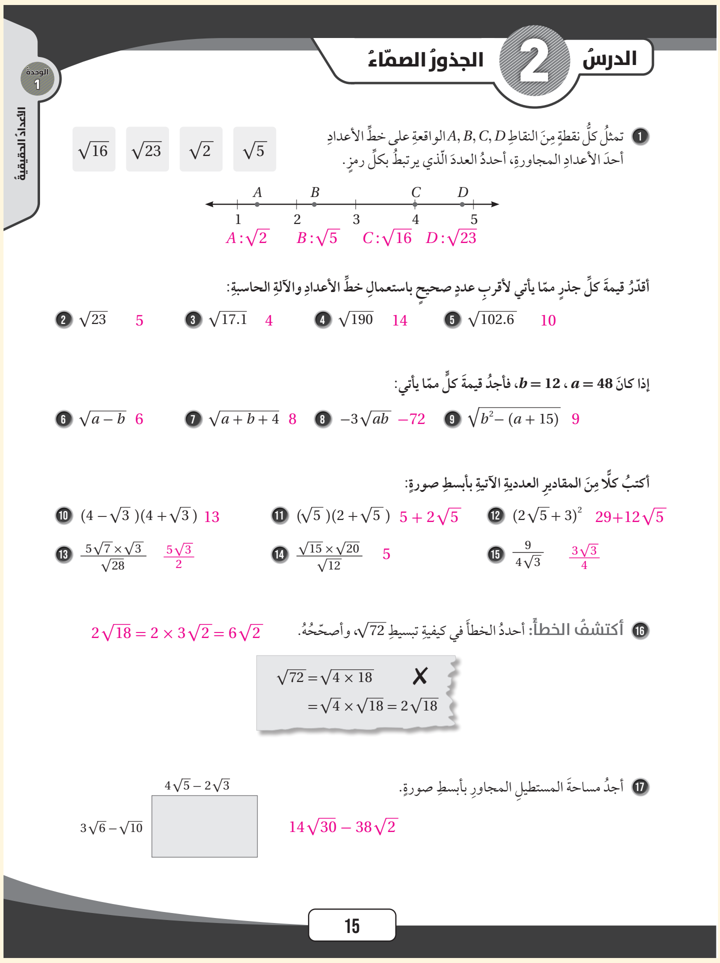
⑬ $100\ in^2$ 10 in , 40 in
⑭ $256\ cm^2$ 16 cm , 64 cm
⑮ $0.49\ m^2$ 0.7 m , 2.8 m

⑯ لوحةٌ مربعةُ الشكلِ مساحتُها $6400\ cm^2$. طُبِعَ عليها إعلانٌ بحيثُ تُرِكَ هامشٌ عرضُهُ 15 cm مِنْ كلِّ جهةٍ. أجدُ محيطَ منطقةِ الإعلانِ.

200

منطقةُ الإعلانِ
15 cm

14



الوحدة 1
الأعدادُ الحقيقيةُ

الدرسُ 2 الجذورُ الصمّاءُ

① تمثلُ كلُّ نقطةٍ مِنَ النقاطِ A, B, C, D الواقعةِ على خطِّ الأعدادِ أحدَ الأعدادِ المجاورةِ، أحددُ العددَ الّذي يرتبطُ بكلِّ رمزٍ.

$\sqrt{16}$ $\sqrt{23}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{5}$

A B C D
1 2 3 4 5

$A:\sqrt{2}$ $B:\sqrt{5}$ $C:\sqrt{16}$ $D:\sqrt{23}$

أقدّرُ قيمةَ كلِّ جذرٍ ممّا يأتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ باستعمالِ خطِّ الأعدادِ والآلةِ الحاسبةِ:

② $\sqrt{23}$ 5
③ $\sqrt{17.1}$ 4
④ $\sqrt{190}$ 14
⑤ $\sqrt{102.6}$ 10

إذا كانَ $a = 48$ ، $b = 12$، فأجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

⑥ $\sqrt{a-b}$ 6
⑦ $\sqrt{a+b+4}$ 8
⑧ $-3\sqrt{ab}$ -72
⑨ $\sqrt{b^2-(a+15)}$ 9

أكتبُ كلًّا مِنَ المقاديرِ العدديةِ الآتيةِ بأبسطِ صورةٍ:

⑩ $(4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3})$ 13
⑪ $(\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$ $5+2\sqrt{5}$
⑫ $(2\sqrt{5}+3)^2$ $29+12\sqrt{5}$
⑬ $\frac{5\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{\sqrt{28}}$ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
⑭ $\frac{\sqrt{15}\times\sqrt{20}}{\sqrt{12}}$ 5
⑮ $\frac{9}{4\sqrt{3}}$ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

⑯ **أكتشفُ الخطأَ:** أحددُ الخطأَ في كيفيةِ تبسيطِ $\sqrt{72}$، وأصحّحُهُ.

$2\sqrt{18} = 2\times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

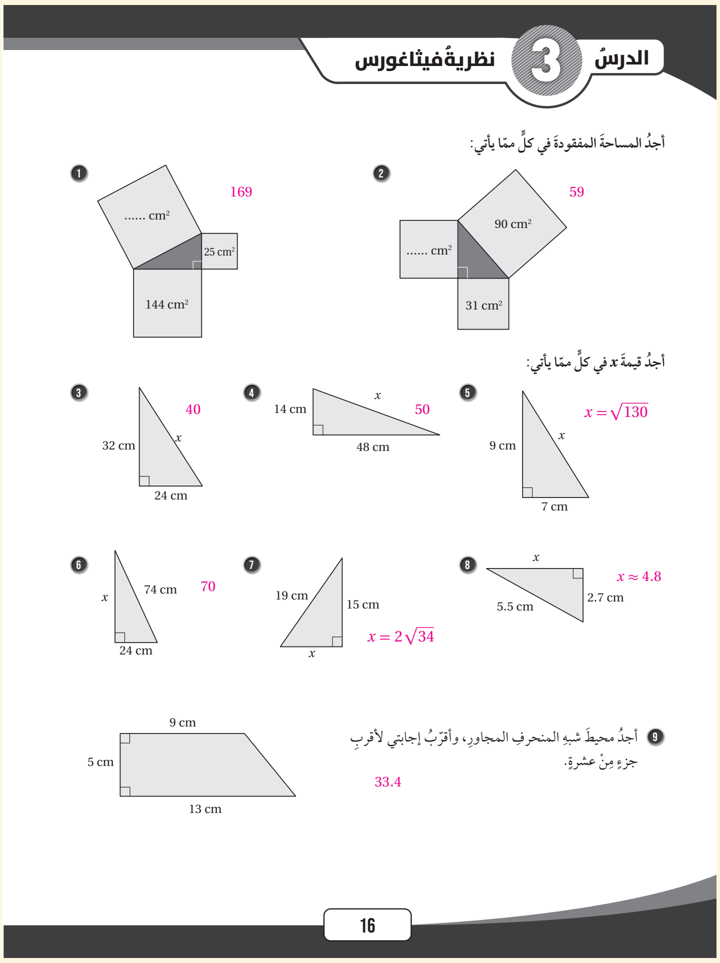
$$\sqrt{72} = \sqrt{4\times 18} \quad ✗$$
$$= \sqrt{4}\times\sqrt{18} = 2\sqrt{18}$$

⑰ أجدُ مساحةَ المستطيلِ المجاورِ بأبسطِ صورةٍ.

$4\sqrt{5}-2\sqrt{3}$
$3\sqrt{6}-\sqrt{10}$

$14\sqrt{30}-38\sqrt{2}$

15



الدرسُ 3 نظريةُ فيثاغورس

أجدُ المساحةَ المفقودةَ في كلٍّ ممّا يأتي:

① ...... cm^2 ، $25\ cm^2$ ، $144\ cm^2$ 169
② ...... cm^2 ، $90\ cm^2$ ، $31\ cm^2$ 59

أجدُ قيمةَ x في كلٍّ ممّا يأتي:

③ 32 cm ، 24 cm ، x 40
④ 14 cm ، 48 cm ، x 50
⑤ 9 cm ، 7 cm ، x $x = \sqrt{130}$
⑥ x ، 74 cm ، 24 cm 70
⑦ 19 cm ، 15 cm ، x $x = 2\sqrt{34}$
⑧ x ، 5.5 cm ، 2.7 cm $x \approx 4.8$

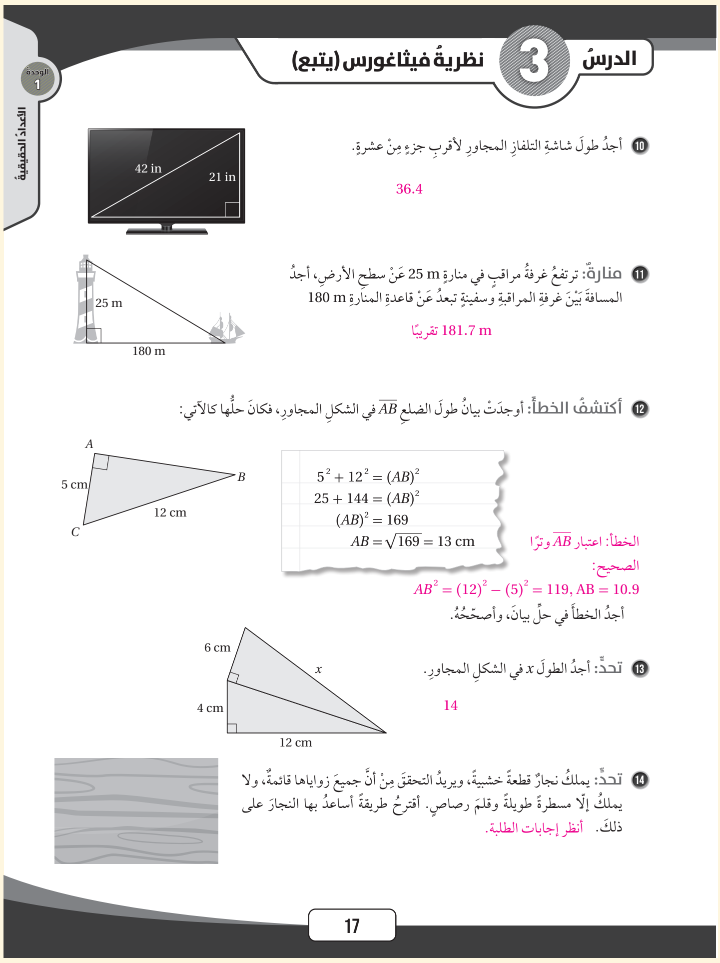
⑨ أجدُ محيطَ شبهِ المنحرفِ المجاورِ، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

9 cm ، 5 cm ، 13 cm

33.4

16

كتاب التمارين



الوحدة 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

الدرسُ 3 نظريةُ فيثاغورس (يتبع)

⑩ أجدُ طولَ شاشةِ التلفازِ المجاورِ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

36.4

⑪ **منارةٌ:** ترتفعُ غرفةُ مراقبٍ في منارةٍ 25 m عَنْ سطحِ الأرضِ، أجدُ المسافةَ بَيْنَ غرفةِ المراقبةِ وسفينةٍ تبعدُ عَنْ قاعدةِ المنارةِ 180 m

181.7 m تقريبًا

⑫ **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَتْ بيانُ طولَ الضلعِ $\overline{AB}$ في الشكلِ المجاورِ، فكانَ حلُّها كالآتي:

$$5^2 + 12^2 = (AB)^2$$
$$25 + 144 = (AB)^2$$
$$(AB)^2 = 169$$
$$AB = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

الخطأ: اعتبار $\overline{AB}$ وترًا

الصحيح:

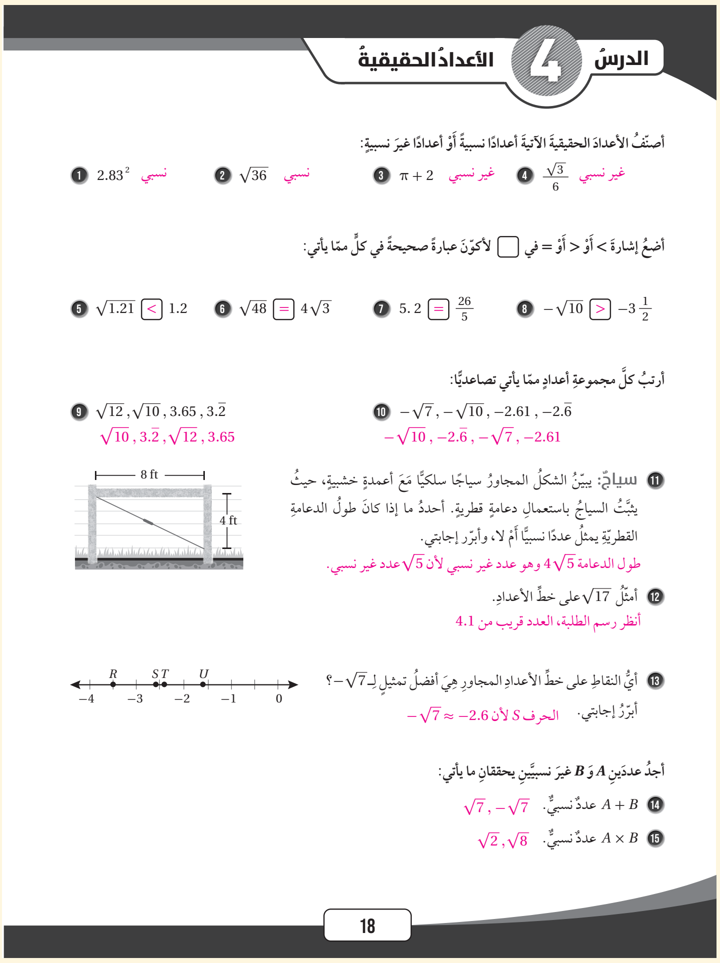
$AB^2 = (12)^2 - (5)^2 = 119, AB = 10.9$

أجدُ الخطأَ في حلِّ بيانَ، وأصحّحُهُ.

⑬ **تحدٍّ:** أجدُ الطولَ x في الشكلِ المجاورِ.

14

⑭ **تحدٍّ:** يملكُ نجارٌ قطعةً خشبيةً، ويريدُ التحققَ مِنْ أنَّ جميعَ زواياها قائمةٌ، ولا يملكُ إلّا مسطرةً طويلةً وقلمَ رصاصٍ. أقترحُ طريقةً أساعدُ بها النجارَ على ذلكَ. أنظر إجابات الطلبة.



الدرسُ 4 الأعدادُ الحقيقيةُ

أصنّفُ الأعدادَ الحقيقيةَ الآتيةَ أعدادًا نسبيةً أَوْ أعدادًا غيرَ نسبيةٍ:

① 2.83^2 نسبي

② $\sqrt{36}$ نسبي

③ $\pi + 2$ غير نسبي

④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ غير نسبي

أضعُ إشارةَ > أَوْ < أَوْ = في ☐ لأكوّنَ عبارةً صحيحةً في كلٍّ ممّا يأتي:

⑤ $\sqrt{1.21}\ \boxed{<}\ 1.2$

⑥ $\sqrt{48}\ \boxed{=}\ 4\sqrt{3}$

⑦ $5.2\ \boxed{=}\ \frac{26}{5}$

⑧ $-\sqrt{10}\ \boxed{>}\ -3\frac{1}{2}$

أرتبُ كلَّ مجموعةِ أعدادٍ ممّا يأتي تصاعديًّا:

⑨ $\sqrt{12}, \sqrt{10}, 3.65, 3.\overline{2}$

$\sqrt{10}, 3.\overline{2}, \sqrt{12}, 3.65$

⑩ $-\sqrt{7}, -\sqrt{10}, -2.61, -2.\overline{6}$

$-\sqrt{10}, -2.\overline{6}, -\sqrt{7}, -2.61$

⑪ **سياجٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ سياجًا سلكيًّا مَعَ أعمدةٍ خشبيةٍ، حيثُ يثبَّتُ السياجُ باستعمالِ دعامةٍ قطريةٍ. أحددُ ما إذا كانَ طولُ الدعامةِ القطريّةِ يمثلُ عددًا نسبيًّا أَمْ لا، وأبرّر إجابتي.

طول الدعامة $4\sqrt{5}$ وهو عدد غير نسبي لأن $\sqrt{5}$ عدد غير نسبي.

⑫ أمثّلُ $\sqrt{17}$ على خطِّ الأعدادِ.

أنظر رسم الطلبة، العدد قريب من 4.1

⑬ أيُّ النقاطِ على خطِّ الأعدادِ المجاورِ هِيَ أفضلُ تمثيلٍ لِـ $-\sqrt{7}$؟

أبرّرُ إجابتي. الحرف S لأن $-\sqrt{7} \approx -2.6$

أجدُ عددَينِ ***A*** وَ ***B*** غيرَ نسبيَّينِ يحققانِ ما يأتي:

⑭ $A + B$ عددٌ نسبيٌّ. $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$

⑮ $A \times B$ عددٌ نسبيٌّ. $\sqrt{2}, \sqrt{8}$

الوحدة 1

الأعدادُ الحقيقيةُ

الدرسُ 5 الأُسُسُ النسبيةُ والجذورُ

أكتبُ الصورةَ الأُسّيةَ في صورةٍ جذريةٍ والصورةَ الجذريةَ في صورةٍ أُسّيةٍ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $\sqrt[5]{x}$ $x^{\frac{1}{5}}$

② $(m)^{\frac{2}{7}}$ $\sqrt[7]{m^2}$

③ $(6b^5)^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[3]{6b^5}$

④ $\sqrt{\frac{100}{y^4}}$ $\left(\frac{100}{y^4}\right)^{\frac{1}{2}}$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي مِنْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ:

⑤ $(-32)^{\frac{3}{5}}$ -8

⑥ $\sqrt[4]{9^2}$ 3

⑦ $\left(\frac{100}{36}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{5}{3}$

⑧ $\left(-\frac{1000}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$ $\frac{25}{4}$

أختارُ الإجابةَ الصحيحةَ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑨ أيٌّ ممّا يأتي يكافئُ $4\sqrt{w^7}$؟

a) $2w^{\frac{2}{7}}$ b) $(2w)^{\frac{2}{7}}$ c) $(4w)^{\frac{7}{2}}$ [✓ d) $4w^{\frac{7}{2}}$]

⑩ قيمةُ $16^{\frac{3}{4}} + 9^{\frac{3}{2}}$ تساوي:

[✓ a) 35] b) 25 c) 11 d) 5

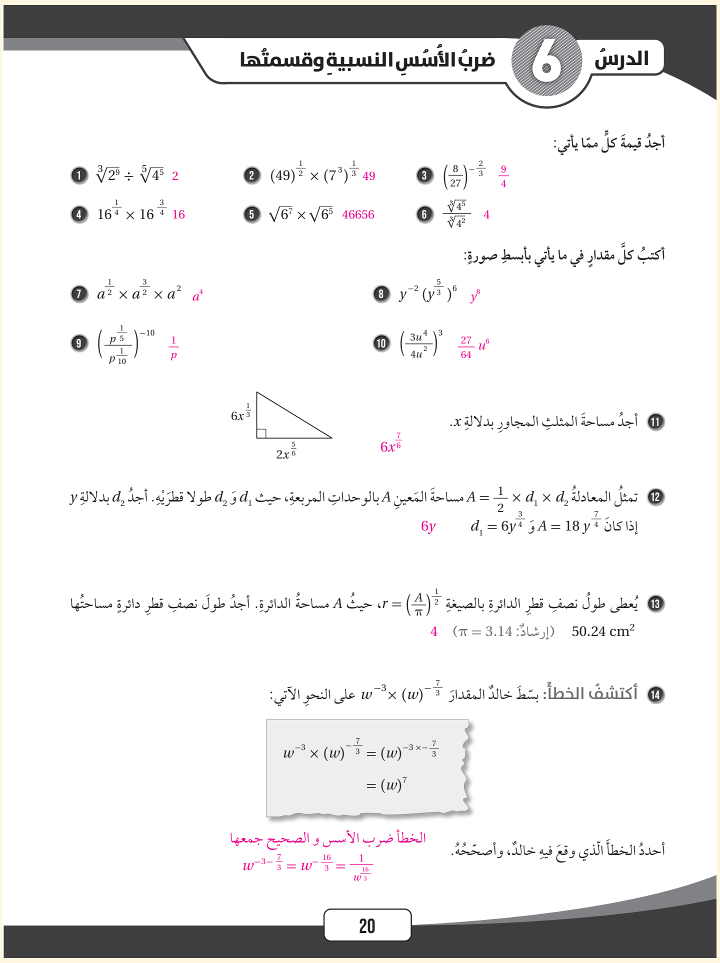
⑪ قيمةُ $\sqrt{102.01}$ تساوي:

a) 10.01 b) 51. 1 [✓ c) 10.1] d) 20.1

⑫ **توفيرٌ:** تُقدَّرُ سرعةُ الماءِ المتدفقِ v بالقدمِ لكلِّ ثانيةٍ باستعمالِ الصّيغةِ $v = 8h^{\frac{1}{2}}$ ، حيثُ h ارتفاعُ البرميلِ بالقدمِ. أجدُ سرعةَ تدفقِ الماءِ مِنْ برميلٍ ارتفاعُهُ 4 أقدامٍ. 16

⑬ **كرةُ قدمٍ:** يُعطى طولُ نصفِ قطرِ الكرةِ r الّتي تحتوي V وحدةً مكعبةً مِنَ الهواءِ بالصيغةِ $r = 0.62V^{\frac{1}{3}}$. أجدُ طولَ نصفِ قطرِ كرةٍ تحتوي $V = 9.261$ وحدةً مكعبةً مِنَ الهواءِ. 1.3 تقريبًا

كتاب التمارين



الدرسُ 6 ضربُ الأُسُسِ النسبيةِ وقسمتُها

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $\sqrt[3]{2^9} \div \sqrt[5]{4^5}$ 2

② $(49)^{\frac{1}{2}} \times (7^3)^{\frac{1}{3}}$ 49

③ $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ $\frac{9}{4}$

④ $16^{\frac{1}{4}} \times 16^{\frac{3}{4}}$ 16

⑤ $\sqrt{6^7} \times \sqrt{6^5}$ 46656

⑥ $\frac{\sqrt[3]{4^5}}{\sqrt[3]{4^2}}$ 4

أكتبُ كلَّ مقدارٍ في ما يأتي بأبسطِ صورةٍ:

⑦ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{2}} \times a^2$ a^4

⑧ $y^{-2}(y^{\frac{5}{3}})^6$ y^8

⑨ $\left(\frac{p^{\frac{1}{5}}}{p^{\frac{1}{10}}}\right)^{-10}$ $\frac{1}{p}$

⑩ $\left(\frac{3u^4}{4u^2}\right)^3$ $\frac{27}{64}u^6$

⑪ أجدُ مساحةَ المثلثِ المجاورِ بدلالةِ x. $6x^{\frac{7}{6}}$

$6x^{\frac{1}{3}}$ ، $2x^{\frac{5}{6}}$

⑫ تمثلُ المعادلةُ $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ مساحةَ المَعينِ A بالوحداتِ المربعةِ، حيث d_1 وَ d_2 طولا قطرَيْهِ. أجدُ d_2 بدلالةِ y إذا كانَ $A = 18\,y^{\frac{7}{4}}$ وَ $d_1 = 6y^{\frac{3}{4}}$ 6y

⑬ يُعطى طولُ نصفِ قطرِ الدائرةِ بالصيغةِ $r = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$، حيثُ A مساحةُ الدائرةِ. أجدُ طولَ نصفِ قطرِ دائرةٍ مساحتُها $50.24\ \text{cm}^2$ (إرشادٌ: $\pi = 3.14$) 4

⑭ **أكتشفُ الخطأَ:** بسّطَ خالدٌ المقدارَ $w^{-3} \times (w)^{-\frac{7}{3}}$ على النحوِ الآتي:

$$w^{-3} \times (w)^{-\frac{7}{3}} = (w)^{-3 \times -\frac{7}{3}}$$
$$= (w)^7$$

أحددُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ خالدٌ، وأصحّحُهُ.

الخطأ ضرب الأسس و الصحيح جمعها

$w^{-3-\frac{7}{3}} = w^{-\frac{16}{3}} = \frac{1}{w^{\frac{16}{3}}}$

20

الدرسُ 7 الصيغةُ العلميةُ

الوحدة 1 الأعدادُ الحقيقيةُ

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ العلميةِ:

① 30780000000 3.078×10^{10}

② 96.43 9.643×10^1

③ 0.47 4.7×10^{-1}

④ 0.0004278 4.278×10^{-4}

⑤ النانومترُ وحدةٌ لقياسِ أطوالٍ صغيرةٍ جدًّا وتساوي 0.000000001 m أكتبُ النانومترَ باستخدامِ الصيغةِ العلميةِ. 1×10^{-9}

أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصيغةِ القياسيةِ:

⑥ 3.97×10^5 397000

⑦ 5.7×10^{-3} 0.0057

⑧ 1.46×10 14.6

⑨ 4.15×10^{-4} 0.000415

⑩ أرتبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا:

8.36×10^{-2} , 2.9×10^4 , 3.2×10^4 , 3.07×10^{-1} , 8.4×10^{-2}

8.36×10^{-2} , 8.4×10^{-2} , 3.07×10^{-1} , 2.9×10^4 , 3.2×10^4

إذا كانَ $q = 6.4 \times 10^7$, $p = 3.2 \times 10^{-5}$ ، فأجدُ ما يأتي بالصيغةِ العلميةِ:

⑪ $p \times q$ 2.048×10^3

⑫ $2q$ 1.28×10^8

⑬ $q \div p$ 2×10^{12}

في ما يأتي أربعةُ أعدادٍ مكتوبةٍ بالصيغةِ العلميةِ:

3.5×10^5 , 1.2×10^3 , 7.3×10^2 , 4.8×10^4

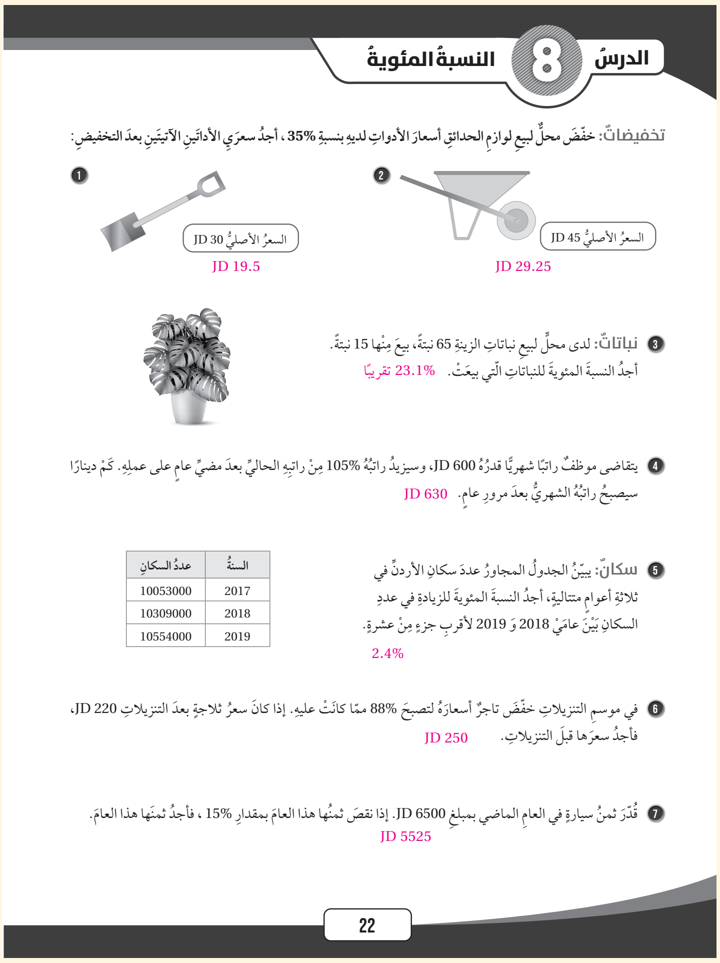
أجدُ بالصيغةِ العلميةِ:

⑭ أكبرَ ناتجِ ضربِ عددَينِ مِنْ هذهِ الأعدادِ. 1.68×10^{10}

⑮ أصغرَ ناتجِ ضربِ عددَينِ مِنْ هذهِ الأعدادِ. 8.76×10^5

⑯ إذا علمْتُ أنَّ سرعةَ الضوءِ 3.0×10^8 m/s تقريبًا، والزمنَ اللازمَ لوصولِ الضوءِ بَيْنَ الأرضِ والقمرِ 1.3 ثانيةً تقريبًا، فأجدُ المسافةَ بَيْنَ الأرضِ والقمرِ بالكيلومترِ، بالصيغةِ القياسيةِ. 390000 km

21



الدرسُ 8 النسبةُ المئويةُ

تخفيضاتٌ: خفّضَ محلٌّ لبيعِ لوازمِ الحدائقِ أسعارَ الأدواتِ لديهِ بنسبةِ 35% ، أجدُ سعرَيِ الأداتَينِ الآتيتَينِ بعدَ التخفيضِ:

① السعرُ الأصليُّ JD 30 — JD 19.5

② السعرُ الأصليُّ JD 45 — JD 29.25

③ **نباتاتٌ:** لدى محلٍّ لبيعِ نباتاتِ الزينةِ 65 نبتةً، بيعَ مِنْها 15 نبتةً. أجدُ النسبةَ المئويةَ للنباتاتِ الّتي بيعَتْ. 23.1% تقريبًا

④ يتقاضى موظفٌ راتبًا شهريًّا قدرُهُ JD 600، وسيزيدُ راتبُهُ 105% مِنْ راتبِهِ الحاليِّ بعدَ مضيِّ عامٍ على عملِهِ. كَمْ دينارًا سيصبحُ راتبُهُ الشهريُّ بعدَ مرورِ عامٍ. JD 630

⑤ **سكانٌ:** يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ سكانِ الأردنِّ في ثلاثةِ أعوامٍ متتاليةٍ، أجدُ النسبةَ المئويةَ للزيادةِ في عددِ السكانِ بَيْنَ عامَيْ 2018 وَ 2019 لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 2.4%

السنةُ	عددُ السكانِ
2017	10053000
2018	10309000
2019	10554000

⑥ في موسمِ التنزيلاتِ خفّضَ تاجرٌ أسعارَهُ لتصبحَ 88% ممّا كانَتْ عليهِ. إذا كانَ سعرُ ثلاجةٍ بعدَ التنزيلاتِ JD 220، فأجدُ سعرَها قبلَ التنزيلاتِ. JD 250

⑦ قُدّرَ ثمنُ سيارةٍ في العامِ الماضي بمبلغِ JD 6500. إذا نقصَ ثمنُها هذا العامَ بمقدارِ 15% ، فأجدُ ثمنَها هذا العامَ. JD 5525

22

الوحدة

2

تحليل المقادير الجبرية

www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة				1
الدرس 1: حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية	• تعرّف قاعدة إيجاد مربع مجموع حدّين. • تعرّف قاعدة إيجاد ناتج ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما. • تعرّف قاعدة إيجاد مربع الفرق بين حدّين.		• ورقة المصادر 6 • قطع جبرية.	4
نشاط مفاهيمي: تحليل المقادير الجبرية	• تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $ax+b$ باستعمال القطع الجبرية. • تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $x^2 + bx$ باستعمال القطع الجبرية.		• قطع جبرية.	1
الدرس 2: التحليل بإخراج العامل المشترك	• تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.	الصورة التحليلية، التحليل، التجميع.	• قطع جبرية.	2
الدرس 3: تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$	• تحليل ثلاثيات الحدود على صورة $x^2 + bx + c$		• ورقة المصادر 7 • قطع جبرية.	2
الدرس 4: حالات خاصة من التحليل	• تحليل مقدار جبري يمثل فرقًا بين مربعين. • تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.	مربع كامل ثلاثي الحدود.	• قطع جبرية.	2
الدرس 5: تبسيط المقادير الجبرية النسبية	• كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.	المقدار الجبري النسبي.	• قطع جبرية.	2
عرض نتائج مشروع الوحدة			• أوراق مقواة متعددة الألوان.	1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				16 حصة

الوحدة 2

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة على ما تعلموه في الصف السابع عن ضرب المقادير الجبريــة؛ لتعرف حالات خاصة لضرب المقادير الجبرية.

وســيتعرف الطلبة مفهوم تحليل المقادير الجبرية وكتابتها بأبســط صورة بطرائق عدة، منها: إخراج العامل المشترك والتجميع، وتحليــل الفرق بين مربعــي حدّين، وتحليل ثلاثي الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$.

إضافة إلى ما سبق سيتعرف الطلبة مفهوم المقدار الجبري النسبي، وكتابة المقادير الجبرية النسبية في أبسط صورة.

الوحدةُ 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

ما أهميّةُ هذهِ الوحدةِ؟

يُستعملُ تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ، فمثلًا يكتبُ المهندسونَ المعماريّونَ النسبةَ بَيْنَ مساحةِ جدرانِ الغرفةِ وحجمِها على صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ، ثُمَّ يستعملونَ التحليلَ؛ لتبسيطِهِ وإيجادِ أقلِّ قيمةٍ لَهُ؛ بهدفِ تقليلِ تكلفةِ تدفئةِ الغرفةِ في فصلِ الشتاءِ.

تعلّمتُ سابقًا:

✓ إجراءَ العملياتِ الحسابيةِ على الحدودِ والمقاديرِ الجبريةِ، وكتابتَها بأبسطِ صورةٍ.

✓ تبسيطَ مقاديرَ عدديةٍ تتضمنُ أُسُسًا باستخدامِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ.

✓ توظيفَ الأسسِ والمقاديرِ الجبريةِ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حالاتٍ خاصةً لضربِ المقاديرِ الجبريةِ.
- تحليلَ مقاديرَ جبريةٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ وتجميعِ الحدودِ.
- تحليلَ الفرقِ بَيْنَ مربّعَيِ حدَّينِ، وتحليلَ ثلاثيِّ حدودٍ على صورةِ $x^2 + bx + c$
- كتابةَ مقاديرَ جبريةٍ نسبيةٍ بأبسطِ صورةٍ.

66

التربط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- جمع الحدود الجبرية وطرحها.
- تبسيط المقاديـر الجبريـة بمتغير واحد باستخدام خصائص العمليات الحسابية.
- تبسـيط المقاديـر الجبريـة بمتغيريـن بتجميـع الحـدود المتشـابهة.
- جمع المقادير الجبرية وطرحها.
- التعبيـر عـن مواقـف حياتيـة بمقاديـر جبرية.

الصف الثامن

- تعرّف قاعدة إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.
- تحليل مقدار جبري معطى على الصورة $ax + b$ أو على صورة $x^2 + bx$ باستعمال القطع الجبرية.
- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل ثلاثيات الحدود على صورة $x^2 + bx + c$
- تحليل مقدار جبري يمثل فرقًا بين مربعين.
- تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.
- كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.

الصف التاسع

- تحليل ثلاثيّة الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$
- تحليـل مجمـوع مكعبيـن والفرق بين مكعبين.
- إجـراء العمليات الحسـابية الأربع على المقادير الجبرية النسبية.
- تبسيط مقادير جبرية نسبية بالتحليل إلى العوامل.

مشروعُ الوحدةِ: القطعُ الجبريةُ

أســتعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشــروعِيَ الخــاصِّ الّذي سأصنعُ فيهِ قطعًا جبريةً، وأستعملُها في تحليلِ المقاديرِ الجبريّةِ.

الأدواتُ اللازمةُ:

أوراقٌ مقــوّاةٌ متعددةُ الألــوانِ (أزرقُ، وأخضــرُ، وأحمرُ، وأصفرُ).

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

أصنعُ القطعَ الجبريةَ

1. أقــصُّ 5 مربعــاتٍ مِــنَ الورقــةِ الزرقــاءِ بمقــاسِ (10 cm × 10 cm)، وأكتبُ x^2 على كلٍّ مِنْها.

2. أقــصُّ 10 مســتطيلاتٍ مِنَ الورقــةِ الخضــراءِ بمقاسِ (3 cm×10 cm)، وأكتــبُ (x) علــى كلٍّ مِنْها، وأقصُّ 10 مستطيلاتٍ بالمقاسِ نفسِهِ مِنَ الورقةِ الحمراءِ، وأكتبُ ($-x$) على كلٍّ مِنْها.

3. أقــصُّ 15 مربعًــا مِــنَ الورقــةِ الصفــراءِ بمقــاسِ 3 cm × 3 cm، وأكتبُ (1) علــى كلٍّ مِنْها، وأقصُّ 15 مربعًا بالمقاسِ نفسِــهِ مِنَ الورقةِ الحمراءِ، وأكتبُ (−1) على كلٍّ مِنْها.

أستعملُ القطعَ الجبريةَ لتمثيلِ مقاديرَ جبريةٍ وتحليلِها:

يســتعملُ كلُّ عضوٍ في المجموعةِ القطــعَ الجبريةَ لتمثيلِ مقدارٍ جبريٍّ، ثُمَّ ينظمُ القطعَ الجبريةَ على شــكلِ مســتطيلٍ، وعندئذٍ يكونُ طولُ المســتطيلِ وعرضُهُ عامِلَي المقدارِ الجبريِّ كما في الشكلِ الآتي:

يحتاجُ تمثيلُ بعضِ المقاديرِ الجبريةِ إلى إضافةِ أزواجٍ صفريةٍ مثلِ ($\boxed{1} + \boxed{-1} = 0$) لإكمالِ تشكيلِ المستطيلِ:

زوجٌ صفريٌّ، لأنَّ: $x + (-x) = 0$

عرضُ النتائجِ:

- يعرضُ كلُّ فردٍ في المجموعةِ أمامَ زملائِهِ في الصفِّ كيفيةَ تحليلِ مقدارٍ جبريٍّ يختارُهُ باستعمالِ القطعِ الجبريةِ.

67

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تمثيل مقدار جبري باستعمال القطع الجبرية.			
2	تحليل مقدار جبري باستعمال القطع الجبرية.			
3	التعاون والعمل بروح الفريق.			
4	إعداد المشروع في الوقت المحدّد.			
5	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
6	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى صنع قطع جبرية، واستعمالها في تحليل المقادير الجبرية في هذه الوحدة، ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على وجود طلبة من مستويات متفاوتة في كل مجموعة، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.
- أوضح للطلبة أنه يجب إنجاز مشروع القطع الجبرية قبل البدء بالوحدة؛ وذلك لاستعمالها في دروس الوحدة.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - يعرض كل فرد في المجموعة أمام زملائه/زميلاتها في الصف كيفية تحليل مقدار جبري يختاره باستعمال القطع الجبرية (تتمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
  - أطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها في أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

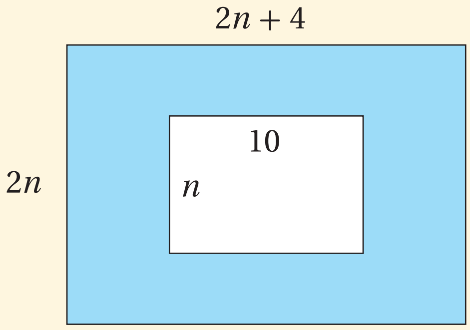
ملاحظاتي

هدف النشاط:

ضرب المقادير الجبرية وتبسيطها.

خطوات العمل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح.
- أطلب إلى المجموعات إيجاد المقدار الجبري الذي يعبر عن كل مما يأتي:
  - » مساحة المستطيل الخارجي بدلالة n.
    $4n^2 + 8n$
  - » مساحة المستطيل الداخلي بدلالة n.
    $10n$
  - » مساحة المنطقة المظلّلة بدلالة n بأبسط صورة. $4n^2 - 2n$



- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط، وأشجعهم على مناقشة إجاباتهم.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل النشاط مع الصف كاملًا.

التكيُّف: إذا واجه الطلبة صعوبة في كتابة مساحة المنطقة المظلّلة بدلالة n بأبسط صورة، أقدّم أمثلة أخرى مشابهة يكون طول وعرض المستطيلين فيها حدودًا جبرية.

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث عن مستطيل تكون مساحته مساوية لمساحة المنطقة المظلّلة.

إجابة ممكنة: الطول $2n$، العرض $2n - 1$

الدرس 1 حالاتٌ خاصةٌ مِنْ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ

فكرةُ الدرسِ

أتعرفُ قواعدَ إيجادِ مربعِ مجموعِ حدَّينِ ومجموعِ حدّينِ في الفرقِ بينَهُما.

أستكشفُ

أيُّ النافذتَينِ مساحتُها أكبرُ؟

تعلمْتُ سابقًا إيجادَ مربعِ مجموعِ حدَّينِ على الصورةِ $(a+b)^2$ عَنْ طريقِ إيجادِ حاصلِ الضربِ $(a+b)(a+b)$، ويمكنُ أيضًا استعمالُ القطعِ الجبريةِ لتمثيلِ $(a+b)^2$ لأيِّ قيمتَينِ a وَ b كما يأتي:

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

إذنْ، ضربُ مجموعِ حدَّينِ في نفسِهِ (مربعُ مجموعِ حدَّينِ) يتبعُ قاعدةً ثابتةً يمكنُ استعمالُها لتسهيلِ عمليةِ الضربِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **مربعُ مجموعِ حدَّينِ**

- **بالكلماتِ:** مربعُ $(a+b)$ يساوي مربعَ a مضافًا إليهِ مِثْلا حاصلِ ضربِ a في b مضافًا إليهِ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مثال 1 أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $(3k+5)^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مربعِ مجموعِ حدَّينِ

$(3k+5)^2 = (3k)^2 + (2 \times 3k \times 5) + (5)^2$ $a = 3k, b = 5$

$= 9k^2 + 30k + 25$ أبسطُ

68

- أسأل الطلبة:
  - » ما العلاقة بين مجموع مساحات المربعات والمستطيلات الصغيرة داخل الشكل، ومساحة المربع الكبير؟ متساوية.
  - » ما العلاقة بين مساحة المربع الكبير بالبعدين الأول والثاني في كل شكل؟ تختلف الإجابات.
  - » أتوصل بمناقشة الطلبة إلى القاعدة الآتية:

مساحة المربع الكبير = مربع البعد الأول+ 2 × البعد الأول + مربع البعد الثاني

نتاجات الدرس:

- تعرف قواعد إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.
- إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.

نتاجات التعلم القبلي:

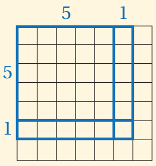
- إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية.
- كتابة مقادير جبرية بأبسط صورة.
- التعبير عن مواقف حياتية بمقادير جبرية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

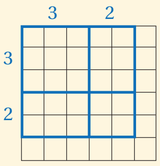
أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

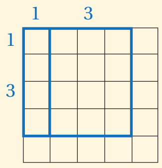
- أقسّم الطلبة مجموعات، وأزود كل مجموعة بورقة **المصادر 6: شبكة مربعات.**
- أطلب إلى المجموعات رسم مربعات بحيث يتكون طول ضلع كل منها من جزأين، مثل:



البعد الأول 5
البعد الثاني 1



البعد الأول 3
البعد الثاني 2



البعد الأول 1
البعد الثاني 3

- أطلب إلى الطلبة إيجاد مساحات المربعات والمستطيلات الصغيرة داخل الشكل، وإيجاد مجموع هذه المساحات.
- أطلب إلى الطلبة إيجاد مساحة المربع الكبير.

ملاحظاتي

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ما شكل كل نافذة؟ النافذة A على شكل مربع، والنافذة B على شكل مستطيل.
  - » ما مساحة النافذة A؟ x^2
  - » ما مساحة النافذة B؟ $(x+2)(x-2)$
  - » كيف أحدد أي المساحتين أكبر؟
  - » أي المساحتين أكبر؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.
- لا يقل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطّئ أحدًا، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه/ أعززها كما عززت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أناقش مفهوم مربع مجموع حدين بالاستعانة بالقطع الجبرية التي صممها الطلبة في مشروع الوحدة؛ لمساعدة الطلبة على فهم استنتاج قاعدة مربع مجموع حدين.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت قاعدة مربع مجموع حدين.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم أنه قد يكون أي من a و b أو كلاهما حدًّا جبريًّا مكونًا من معامل وقسم رمزي كما في الفرع 1 من المثال 1

✓ إرشادات:

- أذكر الطلبة بما درسوه سابقًا عن مفهوم كل من: الحد الجبري، والمقدار الجبري.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكر الطلبة بقاعدة قوة القوة، وذلك لكتابة $(y^2)^2$ بأبسط صورة.

الوحدةُ 2

② $(y^2+3)^2$

مربعِ مجموعِ حدَّين $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$a=y^2, b=3$ $(y^2+3)^2 = (y^2)^2+(2\times y^2\times 3)+3^2$

أبسطُ $= y^4+6y^2+9$

أتحققُ من فهمي:

③ $(2c+10)^2$ $4c^2+40c+100$

④ $(d^2+4)^2$ d^4+8d^2+16

توجدُ أيضًا قاعدةٌ لإيجادِ $(a-b)^2$، ويمكنُ إيجادُها بكتابةِ $(a-b)$ على صورةِ $a+(-b)$ ثُمَّ استعمالِ قاعدةِ $(a+b)^2$:

مربعُ مجموعِ حدَّين $(a-b)^2 = [a+(-b)]^2 = (a)^2+2(a)(-b)+(b)^2$

أبسطُ $= a^2-2ab+b^2$

مفهومٌ أساسيٌّ **مربعُ الفرقِ بَيْنَ حدَّين**

- **بالكلماتِ:** مربعُ $(a-b)$ يساوي مربعَ a مطروحًا منهُ مِثْلا حاصلِ ضربِ a في b مضافًا إليهِ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

مثال 2 أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $(2h-z)^2$

مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّين $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$a=2h, b=z$ $(2h-z)^2 = (2h)^2-(2\times 2h\times z)+(z)^2$

أبسطُ $= 4h^2-4hz+z^2$

② $(6-5y^3)^2$

مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّين $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$a=6, b=5y^3$ $(6-5y^3)^2 = (6)^2-(2\times6\times5y^3)+(5y^3)^2$

أبسطُ $= 36-60y^3+25y^6$

69

أخطاء شائعة:

قد يظنّ بعض الطلبة أن $(x+a)^2 = x^2+a^2$؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش الطلبة في مفهوم مربع الفرق بين حدّين، بالاستعانة بقاعدة مربع مجموع حدّين بوضع $-b$ بدلًا من b للحصول على قاعدة مربع الفرق بين حدّين؛ لمساعدة الطلبة على فهم استنتاج قاعدة الفرق بين حدّين.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت قاعدة مربع الفرق بين حدّين.
- أناقش الطلبة في حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: أذكّر الطلبة بأولويات العمليات الحسابية.

تنبيه:

قد يظنّ بعض الطلبة أن $(x-a)^2 = x^2-a^2$؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

مثال 3

- أناقش الطلبة في قاعدة ناتج ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما؛ بالاستعانة بالقطع الجبرية التي صممها الطلبة في مشروع الوحدة.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت قاعدة ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما.
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

أخطاء شائعة:

قد يظنّ بعض الطلبة أن $(x-a)(x+a) = x^2+a^2$؛ لذا يمكنني توضيح هذا الخطأ بمثال عددي.

مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال مربع مجموع حدين ومربع الفرق بين حدين ومجموع حدين في الفرق بينهما في كثير من المواقف الحياتية.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم قراءة مثال 4 ومناقشة حله، ثم أكلف مندوبًا عن إحدى المجموعات بحل المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

أتحققُ من فهمي:

③ $(7t^2-1)^2$ $49t^4-14t^2+1$

④ $(x^3-4y^2)^2$ $x^6-8x^3y^2+16y^4$

يتبعُ ناتجُ ضربِ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما $(a-b)(a+b)$ قاعدةً ثابتةً يمكنُ اكتشافُها واستعمالُها في إيجادِ ناتجِ الضربِ بسهولةٍ:

$$(a+b)(a-b) = a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) = a^2 + (-b^2)$$

مفهومٌ أساسيٌّ — ضربُ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما

- **بالكلماتِ:** ناتجُ ضربِ $(a+b)(a-b)$ يساوي مربعَ a مطروحًا مِنْهُ مربعُ b.
- **بالرموزِ:** $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

مثال 3

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $(c+3)(c-3)$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ ضربِ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما

$(c+3)(c-3) = (c)^2-3^2$ أعوضُ $a=c, b=3$

$= c^2-9$ أبسطُ

② $(4x^2+d^5)(4x^2-d^5)$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ مربعِ مجموعِ حدَّينِ

$(4x^2+d^5)(4x^2-d^5) = (4x^2)^2-(d^5)^2$ $a=4x^2, b=d^5$

$= 16x^4-d^{10}$ أبسطُ

70

أتحققُ من فهمي:

④ $(x^3 + 3h^7)(x^3 - 3h^7)$ $x^6 - 9h^{14}$

③ $(6w + d^4)(6w - d^4)$ $36w^2 - d^8$

تُستعملُ قوانينُ (مربعِ مجموعِ حدَّينِ) وَ(مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّينِ) وَ(مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما) في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ.

مثال 4: منَ الحياة

خياطةٌ: قطعةُ قُماشٍ مربعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها y سنتيمترًا، إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 1 cm بمحاذاةِ حوافِها الأربعِ، فأجدُ المساحةَ المتبقيةَ وسطَ قطعةِ القُماشِ بدلالةِ y.

الْخُطْوَةُ 1 أحددُ طولَ ضلعِ قطعةِ القماشِ المتبقيةِ في الوسطِ بعدَ القصِّ.

طولُ قطعةِ القماشِ الأصليةِ y سنتيمترًا قُصَّ منها 1 cm بمحاذاةِ حوافِها الأربعِ.

إذنْ، أصبحَ طولُ الضلعِ $(y–2)$ سنتيمترًا.

الْخُطْوَةُ 2 أحسبُ المساحةَ.

$A = s^2$ مساحةِ المربعِ

$= (y–2)^2$ أعوضُ $s = y - 2$

$(a–b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ قانونُ مربعِ الفرقِ بَيْنَ حدَّينِ

$(y–2)^2 = y^2 - (2 \times y \times 2) + 2^2$ أعوضُ $a = y, b = 2$

$= y^2 - 4y + 4$ أبسطُ

إذنْ، المساحةُ المتبقيةُ في الوسطِ مِنَ القماشِ بدلالةِ y هِيَ $(y^2 - 4y + 4)\ \text{cm}^2$

أتحققُ من فهمي:

نجارةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ أبعادَ لوحٍ خشبيٍّ مربعِ الشكلِ طولُ ضلعِهِ x سنتيمترًا. إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 3 cm من حافتَيِ اللوحِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ، فأحسبُ مساحةَ المربعِ المتبقي مِنَ اللوحِ بدلالةِ x. $(x–3)^2 = x^2 - 6x + 9\ \text{cm}^2$

إرشادات:

- أذكّر الطلبة أنه عند استخدام أي من قواعد الضرب في هذا الدرس فإن كلًّا من a و b أو أي منهما قد يكون متغيرًا، أو عددًا أو حدًّا جبريًّا.
- أذكّر الطلبة بأهمية كتابة وحدات القياس بعد إيجاد المطلوب من المسألة؛ فمثلًا: في المثال 4 يجب كتابة وحدة المساحة cm^2

تنويع التعليم:

في المثال 4، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في إيجاد تفسير للمسائل الحياتية، والتعبير عن الطول المتبقي بعد القص، لذا أقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، مع التنويه بضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل؛ ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة.

مثال 5

- أوضح للطلبة إمكانية استعمال ضرب المقادير الجبرية التي تعلموها في هذا الدرس في إجراء بعض الحسابات الذهنية بسهولة.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 5 على اللوح، وأبيّن أهمية استعمال قاعدة مربع مجموع عددين في إيجاد مربع العدد 71 ذهنيًّا.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–10) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفِّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل (16–18).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

يمكنُ استعمالُ قواعدِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ لإجراءِ بعضِ الحساباتِ الذهنيةِ بسهولةٍ.

مثال 5

أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① 71^2

أكتبُ 71^2 على صورةِ مربعِ مجموعِ حدَّينِ $71^2 = (70+1)^2$

مربعُ مجموعِ حدَّينِ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

أعوّضُ $a = 70, b = 1$ $(70+1)^2 = 70^2 + (2\times70\times1) + 1^2$

أضربُ $= 4900 + 140 + 1$

أجمعُ $= 5041$

إذنْ، $71^2 = 5041$

أتحققُ من فهمي:

② 52^2 $(50+2)^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$

③ 49^2 $(50-1)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

① $(w+2)^2$ $w^2 + 4w + 4$

② $(x-11)^2$ $x^2 - 22x + 121$

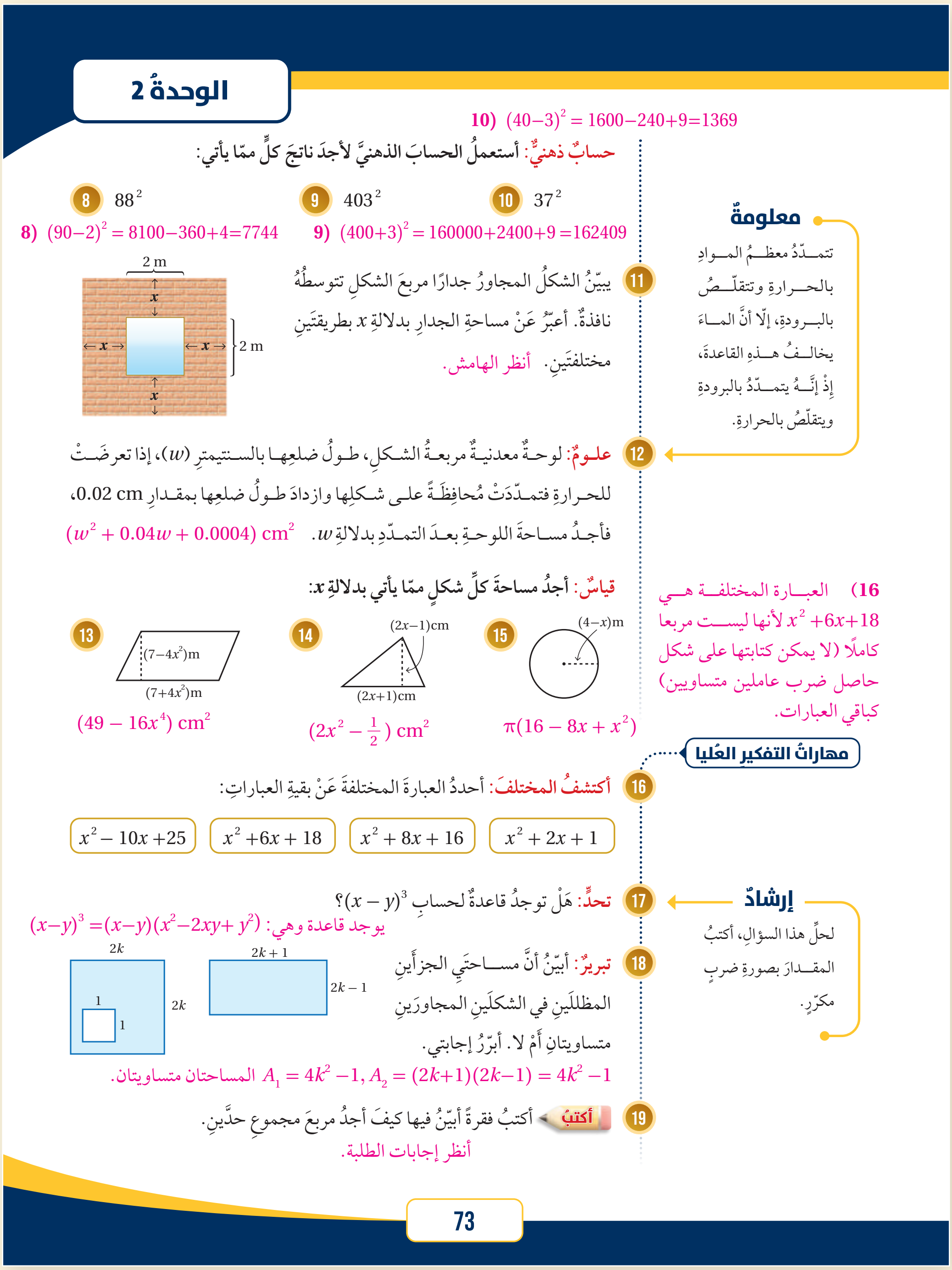
③ $(4m^3 - 5y)^2$ $16\,m^6 - 40m^3\,y + 25y^2$

④ $(w^2 - 7)(w^2 - 7)$ $w^4 - 14w^2 + 49$

⑤ $(5a+4)(5a-4)$ $25a^2 - 16$

⑥ $(x^2 + 7y^4)(x^2 - 7y^4)$ $x^4 - 49y^8$

⑦ **هندسةٌ:** بركةُ سباحةٍ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها بالمترِ $(3x+6)$ وعرضُها بالمترِ $(3x-6)$، أجدُ مساحتَها بدلالةِ x وبأبسطِ صورةٍ.
$9x^2 - 36\text{ m}^2$



الوحدةُ 2

10) $(40-3)^2 = 1600-240+9=1369$

حسابٌ ذهنيٌّ: أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

⑧ 88^2 ⑨ 403^2 ⑩ 37^2

8) $(90-2)^2 = 8100-360+4=7744$ 9) $(400+3)^2 = 160000+2400+9 =162409$

معلومةٌ

تتمدّدُ معظمُ الموادِ بالحرارةِ وتتقلّصُ بالبرودةِ، إلّا أنَّ الماءَ يخالفُ هذهِ القاعدةَ، إذْ إنَّهُ يتمدّدُ بالبرودةِ ويتقلّصُ بالحرارةِ.

⑪ يبيّنُ الشكلُ المجاورُ جدارًا مربعَ الشكلِ تتوسطُهُ نافذةٌ. أعبّرُ عَنْ مساحةِ الجدارِ بدلالةِ x بطريقتَينِ مختلفتَينِ. أنظر الهامش.

⑫ **علومٌ:** لوحةٌ معدنيةٌ مربعةُ الشكلِ، طولُ ضلعِها بالسنتيمترِ (w)، إذا تعرضَتْ للحرارةِ فتمدّدَتْ مُحافِظَةً على شكلِها وازدادَ طولُ ضلعِها بمقدارِ 0.02 cm، فأجدُ مساحةَ اللوحةِ بعدَ التمدّدِ بدلالةِ w. $(w^2 + 0.04w + 0.0004)\ \text{cm}^2$

قياسٌ: أجدُ مساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي بدلالةِ x:

⑬ $(7-4x^2)$m، $(7+4x^2)$m — $(49 - 16x^4)\ \text{cm}^2$

⑭ $(2x-1)$cm، $(2x+1)$cm — $(2x^2 - \frac{1}{2})\ \text{cm}^2$

⑮ $(4-x)$m — $\pi(16 - 8x + x^2)$

16) العبارة المختلفة هي $x^2 +6x+18$ لأنها ليست مربعا كاملًا (لا يمكن كتابتها على شكل حاصل ضرب عاملين متساويين) كباقي العبارات.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

⑯ **أكتشفُ المختلفَ:** أحددُ العبارةَ المختلفةَ عَنْ بقيةِ العباراتِ:

$x^2 + 2x + 1$ $x^2 + 8x + 16$ $x^2 +6x + 18$ $x^2 - 10x +25$

إرشادٌ

لحلِّ هذا السؤالِ، أكتبُ المقدارَ بصورةِ ضربٍ مكرّرٍ.

⑰ **تحدٍّ:** هَلْ توجدُ قاعدةٌ لحسابِ $(x - y)^3$؟

يوجد قاعدة وهي: $(x-y)^3 =(x-y)(x^2-2xy+ y^2)$

⑱ **تبريرٌ:** أبيّنُ أنَّ مساحتَي الجزأَينِ المظلّلَينِ في الشكلَينِ المجاورَينِ متساويتانِ أمْ لا. أبرّرُ إجابتي.

$A_1 = 4k^2 -1, A_2 = (2k+1)(2k-1) = 4k^2 -1$ المساحتان متساويتان.

⑲ **أكتبُ** أكتبُ فقرةً أبيّنُ فيها كيفَ أجدُ مربعَ مجموعِ حدَّينِ.

أنظر إجابات الطلبة.

73

إجابة (أتدرب وأحل المسائل):

11) المساحة المطلوبة $(2x+2)^2-4$

الطريقة (1) فك القوس ثم التحليل بإخراج العامل المشترك:

$$(2x+2)^2 -4 = 4x^2 +8x+ 4-4 = 4x^2 +8x = 4x(x+2)\ \text{m}^2$$

الطريقة (2) تحليل فرق بين مربعين.

$$(2x+2)^2 -4 = (2x+2-2)(2x+2+2) = 4x(x+2)\ \text{m}^2$$

المفاهيم العابرة للمواد

في السؤال 16 أؤكد أهمية التحليل وتقديم الأدلة والبراهين، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد. أطلب إلى الطلبة توظيف ما تعلموه خلال الدرس لاكتشاف العبارة المختلفة، مع تقديم التبرير المناسب لذلك.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (11–13) كتاب التمارين: (1–14)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11–15) كتاب التمارين: (10–16)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14–18) كتاب التمارين: (15–17)

إرشادات:

- في المسائل العددية (8-10) أؤكد أهمية الحساب الذهني في الحياة اليومية، وأهمية استخدام قواعد ضرب المقادير الجبرية في تسهيل حساب مربعات الأعداد القريبة من مضاعفات 10
- في السؤال 12، ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق المعلومة الواردة في هامش السؤال؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق الإرشاد الوارد في هامش السؤال 17؛ لما له من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الآتي:

« أستخدم قاعدة مربع مجموع حدين في إثبات العلاقتين الآتيتين.

① $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$$(a^2+b^2+2ab)+(a^2+b^2-2ab)$$
$$=(a^2+b^2+a^2+b^2)+(2ab-2ab)$$
$$=2(a^2+b^2)$$

② $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$$(a+b+c)^2=((a+b)+c)^2$$
$$=(a+b)^2+c^2+2((a+b)\times c)$$
$$=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

تعليمات المشروع

- أوجّه الطلبة إلى استعمال القطع الجبرية التي صنعوها في هذا الدرس أينما لزم.

✓ **إرشـاد:** يمكن اســتبدال الرموز على القطع الجبرية بكتابة a, b أو أي رمز آخر بدلًا من x حسب الحاجة.

6 الختام

- أوجـّه الطلبـة إلى بنـد (**أكتب**) للتأكد من فهمهـم موضوع الدرس، وأطلب إلـى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:

« **أجد ناتج كل مما يأتي:**

① $(x+5)^2$ $x^2+10x+25$

② $(2a+3)^2$ $4a^2+12a+9$

③ $(6-y)^2$ $36-12y+y^2$

④ $(3m-1)^2$ $9m^2-6m+1$

ملاحظاتي

نشاط مفاهيمي

نشاطٌ مفاهيميٌّ تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

الهدفُ: أحللُ مقدارًا جبريًّا معطًى على صورةِ $ax + b$ أَوِ الصورةِ $x^2 + bx$ باستعمالِ القطعِ الجبريةِ.

عندَ ضربِ عددَينِ أَوْ أكثرَ فإنَّ كلًّا مِنْهُما يُسمّى عاملًا لناتجِ الضربِ.

في بعضِ الأحيانِ، يكونُ ناتجُ الضربِ معلومًا والمطلوبُ إيجادَ العواملِ، وتُسمَى هذهِ العمليةُ **التحليلَ**. يمكنُ استعمالُ القطعِ الجبريةِ لتحليلِ المقاديرِ الجبريةِ.

نشاطٌ 1 أستعملُ القطعَ الجبريةَ لتحليلِ المقدارِ $2x + 6$

الْخُطْوَةُ 1 أمثلُ المقدارَ $2x + 6$ باستعمالِ قطعٍ جبريةٍ:

الْخُطْوَةُ 2 أرتبُ القطعَ الجبريةَ على هيئةِ مستطيلٍ.

ألاحظُ أنَّ طولَ المستطيلِ $(x+3)$ وعرضَهُ (2) ومساحتَهُ $(2x+6)$.

إذنْ، $2x + 6 = (2)(x + 3)$

نشاطٌ 2 أستعملُ القطعَ الجبريةَ لتحليلِ المقدارِ $x^2 + 5x$

الْخُطْوَةُ 1 أستعملُ القطعَ الجبريةَ لتمثيلِ المقدارِ $x^2 + 5x$

الْخُطْوَةُ 2 أرتبُ القطعَ الجبريةَ على هيئةِ مستطيلٍ.

ألاحظُ أنَّ طولَ المستطيلِ $(x + 5)$ وعرضَهُ (x) ومساحتَهُ $(x^2 + 5x)$

إذنْ، $x^2 + 5x = x\,(x + 5)$

أتدربُ: أستخدمُ القطعَ الجبريةَ لتحليلِ كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

في الأسئلة (1 – 4) أنظر تمثيل الطلبة بالقطع الجبرية.

① $5x + 5$ ② $2x + 8$ ③ $x^2 + 7x$ ④ $x^2 + 4x$

هدف النشاط:

تحليـل مقدار جبـري على الصـورة $ax + b$ أو الصورة $x^2 + bx$

المصادر والأدوات:

قطع جبرية.

خطوات العمل:

- أذكّـر الطلبة بمفهـوم التحليـل، وأوضح ذلـك بأمثلة عددية، مثل:

$$12 = 3 \times 4,\ \ 15 = 5 \times 3$$

- أوزّع الطلبـة إلـى مجموعـات ثنائيـة، ثـم أزوّد كل مجموعة بالأدوات اللازمة.
- أوضـح للمجموعـات الهـدف مـن النشـاط، وهـو استعمال القطع الجبرية لتحليل المقادير الجبرية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات تنفيذ خطوات النشاطين 1 و2، وأقدّم لهم الدعم اللازم.
- أطلـب إلـى أفـراد المجموعـات حل الأسـئلة في بند (**أتدرب**)، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

إرشادات:

- أوضّـح للطلبـة أن طول ضلـع القطعة الصفـراء وحدة واحدة، وطـول القطعة الخضراء x وحدة وعرضها وحدة واحدة.
- أذكّر الطلبة بأن المقدار الجبري يمثل مساحة المستطيل، وأن طول المستطيل وعرضه يمثلان عاملَي المقدار الجبري.

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.

نتاجات التعلم القبلي:

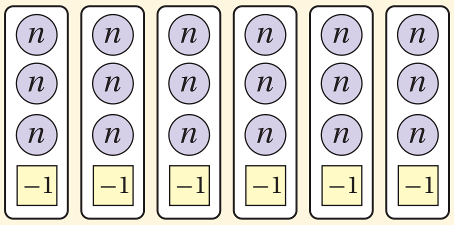
- إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية.
- كتابة المقادير الجبرية بأبسط صورة.
- توظيف المقادير الجبرية في حل مسائل حياتية.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأزوّد كل مجموعة بـ18 قطعة جبرية تحمل كل منها الرمز n، و6 قطع تحمل كل منها العدد -1
- أطلب إلى الطلبة توزيع القطع الجبرية إلى مجموعات فيها العدد نفسه من كل نوع من القطع الجبرية.
- أتوصل معهم إلى أنه يمكن توزيع القطع الجبرية إلى 6 مجموعات كما في الشكل الآتي:



- أناقش الطلبة في التعبير الجبري الذي يصف توزيع القطع، وأتوصل معهم إلى المعادلة الآتية:

$$18n - 6 = 6(3n - 1)$$

الدرس 2 التحليلُ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

فكرةُ الدرسِ

أحللُ مقاديرَ جبريةً بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ.

المصطلحاتُ

الصورةُ التحليليةُ، التحليلُ، التجميعُ.

أستكشفُ

شاشةُ تلفازٍ مستطيلةُ الشكلِ، مساحتُها $2x^2 + 60x$ سنتيمترًا مربعًا، وعرضُها $2x$ سنتيمترًا، ما طولُها بدلالةِ x؟

كتابةُ الحدِّ الجبريِّ **بالصورةِ التحليليةِ** (factored form) تعني كتابتَهُ على صورةِ حاصلِ ضربِ أعدادٍ أوليةٍ ومتغيراتٍ كلٌّ مِنْها مرفوعٌ للأُسِّ 1 ، وعندَ كتابةِ الحدِّ الجبريِّ بالصورةِ التحليليةِ فإنَّنا نقولُ إنَّهُ حُلِّلَ **تحليلًا كاملًا**.

$18x^3 = \mathbf{6} \times 3 \times x \times x^2$

ليسَ مكتوبًا بالصورةِ التحليليةِ
(ليسَ تحليلًا كاملًا)

$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$

مكتوبٌ بالصورةِ التحليليةِ
(تحليلٌ كاملٌ)

تعلمْتُ سابقًا أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ (ع. م. أ) لعددَينِ أوْ أكثرَ يساوي ناتجَ ضربِ العواملِ الأوليةِ المشتركةِ بينَها، ويمكنُ أيضًا إيجادُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدَّينِ جبريَّينِ أوْ أكثرَ بطريقةٍ مشابهةٍ.

مثال 1

أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدَّينِ الجبريَّينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $12y^2, 18y$

أكتبُ كلَّ حدٍّ بالصورةِ التحليليةِ

$12y^2 = 3 \times 2 \times 2 \times y \times y$

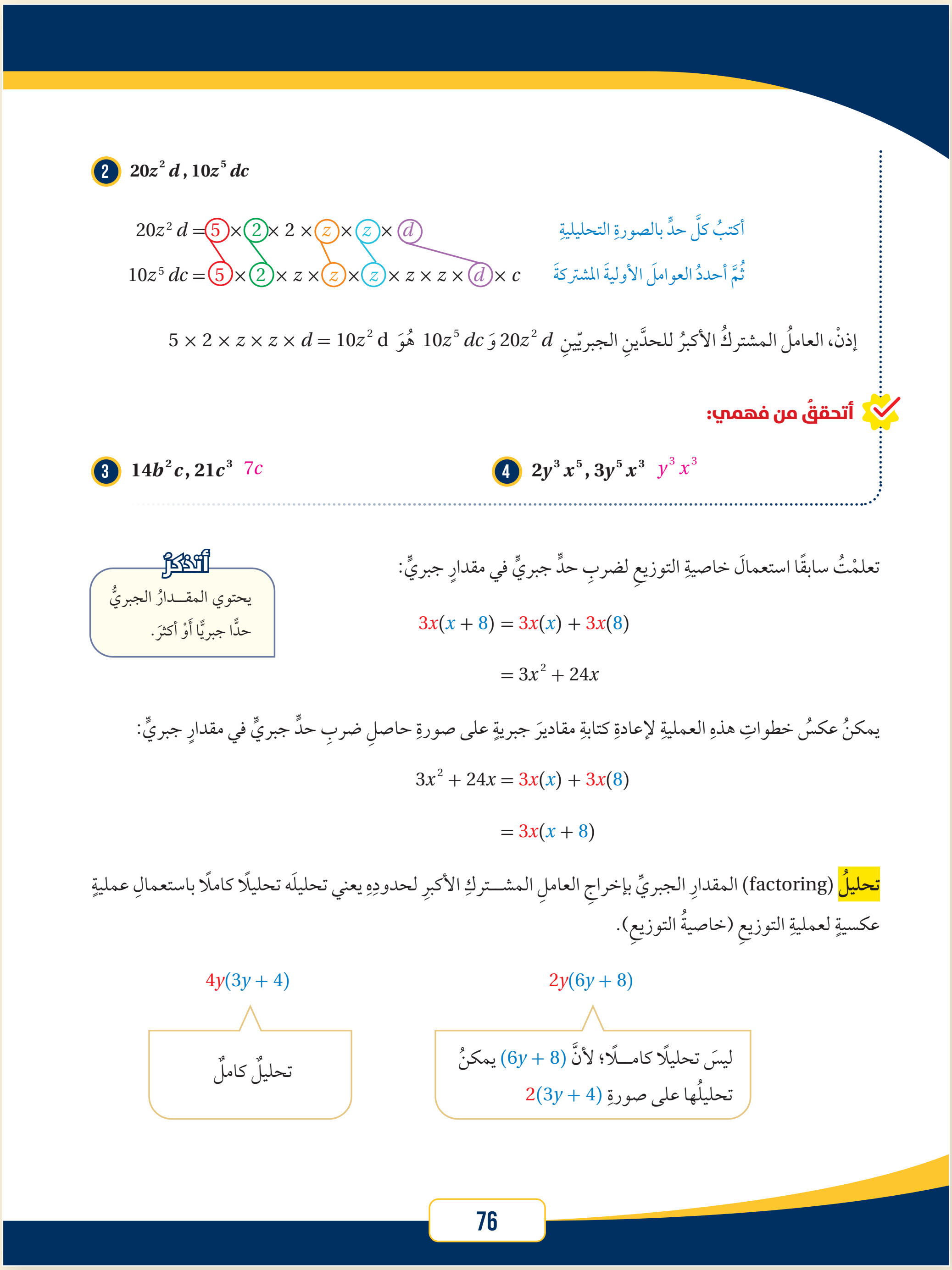
ثُمَّ أحددُ العواملَ الأوليةَ المشتركةَ

$18y = 3 \times 3 \times 2 \times y$

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ للحدَّينِ الجبريَّينِ $12y^2$ وَ $18y$ هُوَ: $3 \times 2 \times y = 6y$

إرشادات:

- يمكن أن تكون القطع الجبرية قصاصات من الورق تحمل الحرف n، والعدد -1
- يمكن توزيع القطع الجبرية إلى مجموعتين في كل منهما 9 قطع تحمل الرمز n وثلاث قطع تحمل العدد -1 . تصبح المعادلة $18n - 6 = 2(9n - 3)$
- أطلب إلى المجموعات التحقق من إجاباتهم بضرب المقادير الجبرية الناتجة من توزيع القطع الجبرية.



② $20z^2d, 10z^5dc$

أكتبُ كلَّ حدٍّ بالصورةِ التحليليةِ

ثُمَّ أحددُ العواملَ الأوليةَ المشتركةَ

$$20z^2d = 5 \times 2 \times 2 \times z \times z \times d$$

$$10z^5dc = 5 \times 2 \times z \times z \times z \times z \times z \times d \times c$$

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ للحدَّينِ الجبريّينِ $20z^2d$ وَ $10z^5dc$ هُوَ $5 \times 2 \times z \times z \times d = 10z^2d$

أتحققُ من فهمي:

③ $14b^2c, 21c^3$ $7c$

④ $2y^3x^5, 3y^5x^3$ y^3x^3

أتذكرُ

يحتوي المقدارُ الجبريُّ حدًّا جبريًّا أوْ أكثرَ.

تعلمْتُ سابقًا استعمالَ خاصيةِ التوزيعِ لضربِ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ:

$$3x(x+8) = 3x(x) + 3x(8)$$

$$= 3x^2 + 24x$$

يمكنُ عكسُ خطواتِ هذهِ العمليةِ لإعادةِ كتابةِ مقاديرَ جبريةٍ على صورةِ حاصلِ ضربِ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ:

$$3x^2 + 24x = 3x(x) + 3x(8)$$

$$= 3x(x+8)$$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدودِهِ يعني تحليلَه تحليلًا كاملًا باستعمالِ عمليةٍ عكسيةٍ لعمليةِ التوزيعِ (خاصيةُ التوزيعِ). (factoring)

$2y(6y+8)$

ليسَ تحليلًا كاملًا؛ لأنَّ $(6y+8)$ يمكنُ تحليلُها على صورةِ $2(3y+4)$

$4y(3y+4)$

تحليلٌ كاملٌ

76

✓ إرشاد: يفضل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة (تحديد العوامل الأولية المشتركة)؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تمييز العوامل المشتركة، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » لماذا تتطور شاشات التلفاز؟ التطور ضروري لمواكبة تطورات العصر.
  - » كيف كانت الشاشات قديمًا؟ وكيف أصبحت؟ كانت الشاشات تبثّ صورًا بالأسود والأبيض، وتستقبل البث عن طريق شبكات استقبال معدنية، ثم تطورت إلى شاشات ذكية تستقبل البثّ من الصحون اللاقطة أو الإنترنت وتبث صورًا ملونة.
  - » كيف أجد طول مستطيل إذا علمت مساحته وعرضه؟ أقسم المساحة على العرض.
  - » كيف أجد الطول بأبسط صورة؟ تختلف الإجابات.
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بكيفية إيجاد (ع. م. أ) لعددين أو أكثر بتحليل الأعداد إلى عواملها الأولية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.

مثال: أجد العامل المشترك الأكبر للأعداد 12, 18, 30

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

- ع. م. أ للأعداد 12, 18, 30 هو: 6 = 3 × 2
- أناقش مع الطلبة مفهوم الصورة التحليلية للحد الجبري، وأوضّح لهم أن كتابة الحد الجبري بالصورة التحليلية يسمى التحليل الكامل للحد الجبري.
- أعطي الطلبة أمثلة على حدود جبرية محللة تحليلًا كاملًا، وأمثلة أخرى على حدود جبرية ليست محللة تحليلًا كاملًا.
- أناقش حل مثال 1 مع الطلبة على اللوح، مع الاستفادة من فكرة ع. م. أ للأعداد.

تعزيز اللغة ودعمها:

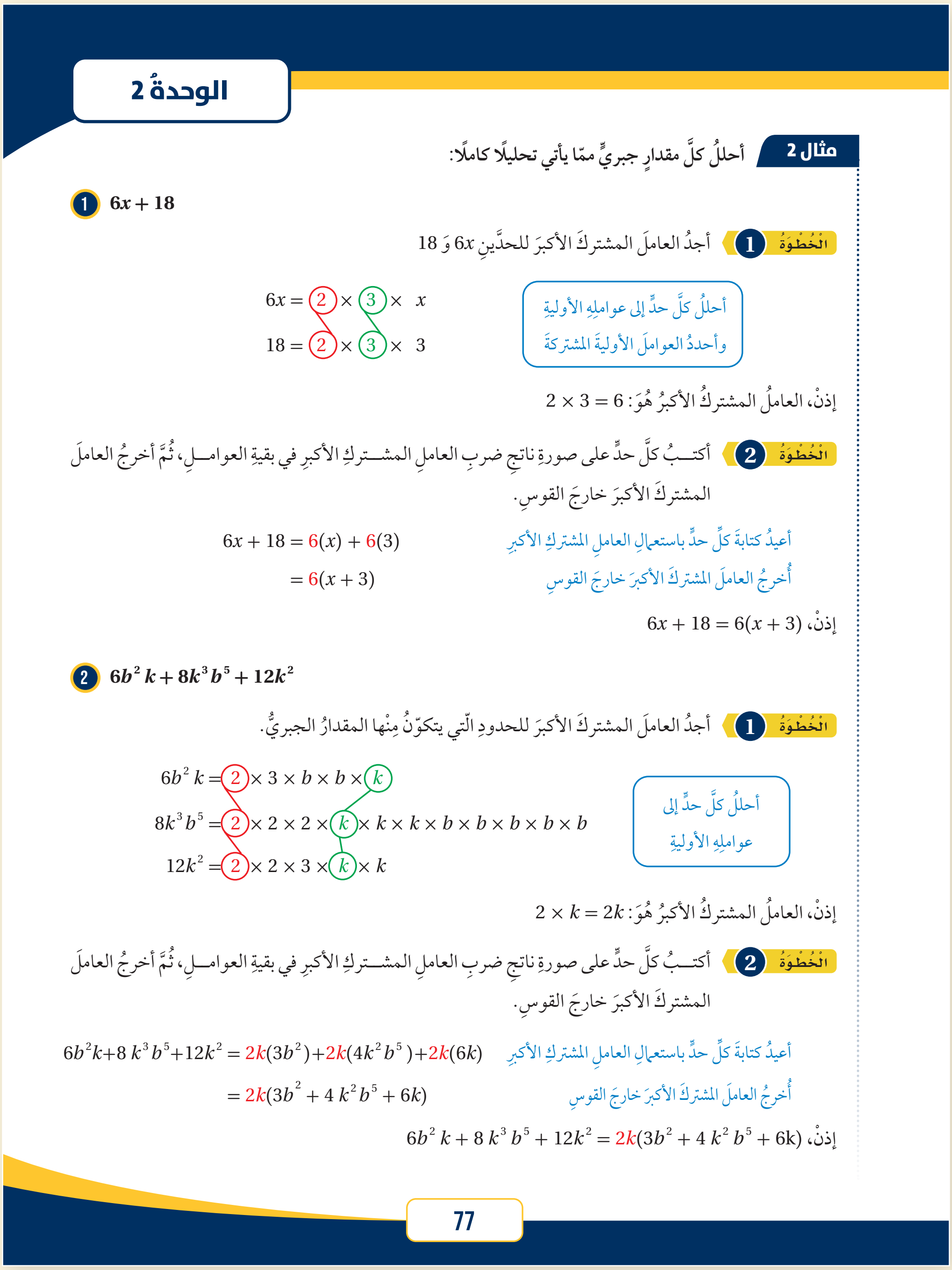
أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ مـن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيـة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أذكـر الطلبـة بخاصّيّـة التوزيع لضرب حـد جبري في مقدار جبري، وأعطيهم أمثلة على ذلك.
- أناقـش الطلبـة فـي مفهـوم تحليـل المقـدار الجبري تحليـلًا كامـلًا بإخـراج العامـل المشـترك الأكبر بين حـدوده، وأوضّـح لهـم أنهـا عمليـة عكسـية لعملية استعمال خاصية التوزيع لضرب حد جبري في مقدار جبري.
- أعطـي الطلبـة أمثلـة على مقادير جبريـة محللة تحليلًا كاملًا، وأمثلة أخرى على مقادير جبرية ليسـت محللة تحليلًا كاملًا.
- أناقـش حـل مثـال 2 مـع الطلبـة علـى اللـوح، باتباع خطوات الحل كما وردت في المثال.
- إن لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة فـي مزيد مـن الأمثلة؛ للتحقّـق من إتقانهـم مهـارة تحليـل المقاديـر الجبرية تحليلًا كاملًا.



الوحدةُ 2

مثال 2 أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

① $6x + 18$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدَّينِ $6x$ وَ 18

$$6x = 2 \times 3 \times x$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

أحللُ كلَّ حدٍّ إلى عواملِهِ الأوليةِ وأحددُ العواملَ الأوليةَ المشتركةَ

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ هُوَ: $2 \times 3 = 6$

الْخُطْوَةُ 2 أكتـبُ كلَّ حدٍّ على صورةِ ناتجِ ضربِ العاملِ المشـتركِ الأكبرِ في بقيةِ العوامـلِ، ثُمَّ أخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ.

$$6x + 18 = 6(x) + 6(3)$$ أعيدُ كتابةَ كلِّ حدٍّ باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$$= 6(x + 3)$$ أُخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ

إذنْ، $6x + 18 = 6(x + 3)$

② $6b^2 k + 8k^3 b^5 + 12k^2$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المقدارُ الجبريُّ.

$$6b^2 k = 2 \times 3 \times b \times b \times k$$
$$8k^3 b^5 = 2 \times 2 \times 2 \times k \times k \times k \times b \times b \times b \times b \times b$$
$$12k^2 = 2 \times 2 \times 3 \times k \times k$$

أحللُ كلَّ حدٍّ إلى عواملِهِ الأوليةِ

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ هُوَ: $2 \times k = 2k$

الْخُطْوَةُ 2 أكتـبُ كلَّ حدٍّ على صورةِ ناتجِ ضربِ العاملِ المشـتركِ الأكبرِ في بقيةِ العوامـلِ، ثُمَّ أخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ.

$$6b^2k+8k^3b^5+12k^2 = 2k(3b^2)+2k(4k^2b^5)+2k(6k)$$ أعيدُ كتابةَ كلِّ حدٍّ باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$$= 2k(3b^2 + 4k^2b^5 + 6k)$$ أُخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ

إذنْ، $6b^2 k + 8k^3 b^5 + 12k^2 = 2k(3b^2 + 4k^2 b^5 + 6k)$

77

أتحققُ من فهمي:

③ $20y + 12$ $4(5y + 3)$

④ $7d^2 - 5d$ $d(7d - 5)$

⑤ $3r^2c^3 + 6r^5 + 21r^7$ $3r^2(c^3 + 2r^3 + 7r^5)$

⑥ $2 - 16x + 8y$ $2(1 - 8x + 4y)$

يمكـنُ أيضًـا تحليـلُ بعـضِ المقاديـرِ الجبريـةِ الّتـي تحتـوي أربعـةَ حـدودٍ جبريـةٍ أَوْ أكثـرَ باسـتعمالِ طريقـةِ **التجميـعِ** (grouping)، وذلـكَ بتجميـعِ الحـدودِ الّتـي توجـدُ عوامـلُ مشـتركةٌ بينَهـا، ويمكـنُ أَنْ تكـونَ هـذهِ العوامـلُ المشـتركةُ مقاديـرَ جبريـةً (ليسَـتْ حـدودًا فحسـبُ).

مفهومٌ أساسيٌّ — التحليلُ بتجميعِ الحدودِ

- **بالكلماتِ:** يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ بالتجميعِ إذا تحققَتْ فيهِ الشروطُ الآتيةُ جميعُها:
  - إذا احتوى أربعةَ حدودٍ أَوْ أكثرَ.
  - إذا احتوى عواملَ مشتركةً بَيْنَ الحدودِ يمكنُ تجميعُها معًا.
  - إذا احتوى عاملَينِ مشتركَينِ متساويَينِ كانَ أحدَهُما نظيرًا جمعيًّا (معكوسًا) للآخرِ.
- **بالرموزِ:**

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= x(a + b) + y(a + b) \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

مثال 3

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

① $5ab + 10a + 7b + 14$

$5ab + 10a + 7b + 14 = (5ab + 10a) + (7b + 14)$ أُجمِّعُ الحدودَ ذاتَ العواملِ المشتركةِ

$= 5a(b + 2) + 7(b + 2)$ أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$= (b + 2)(5a + 7)$ أخرجُ $(b + 2)$ عاملًا مشتركًا

78

إرشادات:

- يفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة (**تحديد العوامل الأولية المشتركة**)؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تمييز العوامل المشتركة، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.
- أوجّه الطلبة إلى تنظيم الحل؛ لما لذلك من أهمية في تحديد العامل المشترك الأكبر تحديدًا صحيحًا.

مثال 3

- أسأل الطلبة السؤال الآتي:

» إذا احتوى مقدار جبري أربعة حدود فأكثر، ووُجد عامل مشترك بين حدّين من حدوده وعامل مشترك آخر بين الحدود الباقية، فهل يمكن تحليل المقدار بإخراج العامل المشترك؟ تختلف الإجابات.

- أناقش مفهوم التحليل بتجميع الحدود، وأحدد لهم شروط تحليل المقدار الجبري بالتجميع الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**).
- أناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تحليل المقدار الجبري الآتي بالتجميع:

$$a^2xy - a^3 - x^2y + ax$$

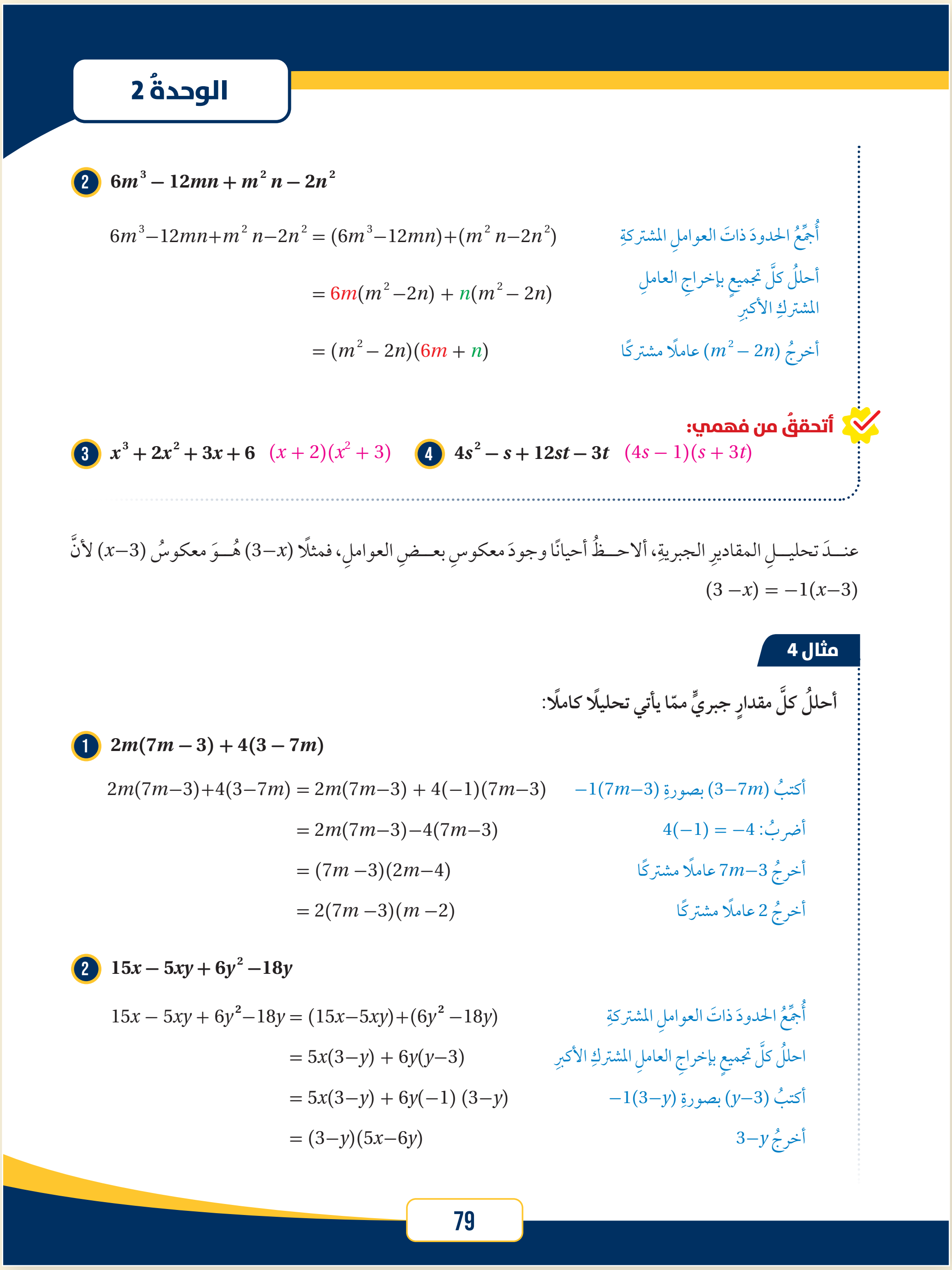
مثال 4

- أناقش مع الطلبة فكرة وجود عاملين أحدهما معكوس الآخر عند تحليل بعض المقادير الجبرية مثل: $(x-3), (3-x), (z-3y), (3y-z)$، وأوضح لهم ذلك من خلال إخراج -1 عاملًا مشتركًا.
- أناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

تنويع التعليم

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين تحليل المقدار الجبري الآتي بطريقتين مختلفتين:

$$8xy + 16y + 6x + 12$$



② $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$

أُجمِّعُ الحدودَ ذاتَ العواملِ المشتركةِ	$6m^3-12mn+m^2n-2n^2 = (6m^3-12mn)+(m^2n-2n^2)$
أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	$= 6m(m^2-2n) + n(m^2-2n)$
أخرجُ (m^2-2n) عاملًا مشتركًا	$= (m^2-2n)(6m+n)$

أتحققُ من فهمي:

③ $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ $(x+2)(x^2+3)$

④ $4s^2 - s + 12st - 3t$ $(4s-1)(s+3t)$

عندَ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ، ألاحظُ أحيانًا وجودَ معكوسِ بعضِ العواملِ، فمثلًا $(3-x)$ هُوَ معكوسُ $(x-3)$ لأنَّ $(3-x) = -1(x-3)$

مثال 4

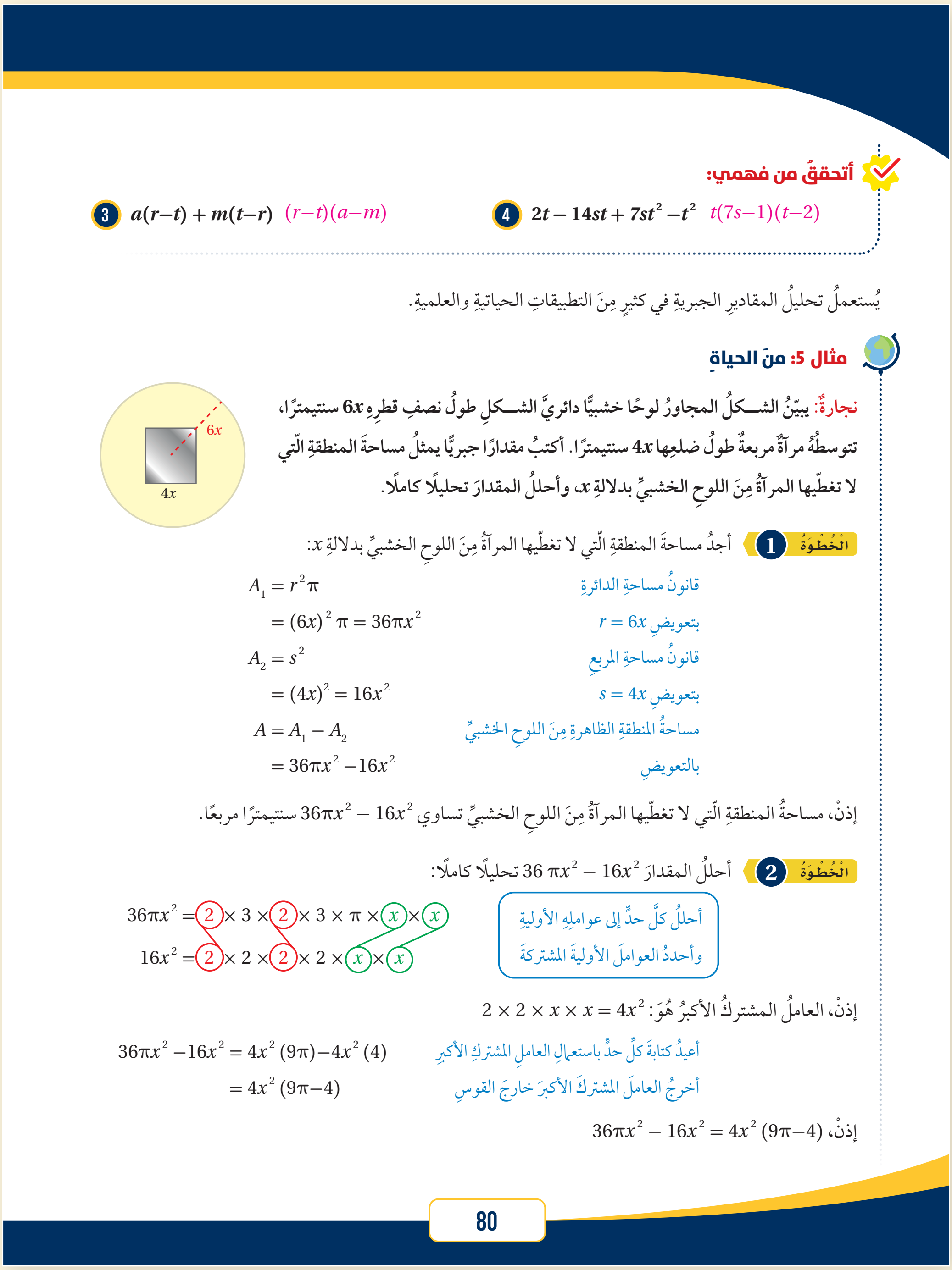
أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

① $2m(7m-3) + 4(3-7m)$

أكتبُ $(3-7m)$ بصورةِ $-1(7m-3)$	$2m(7m-3)+4(3-7m) = 2m(7m-3) + 4(-1)(7m-3)$
أضربُ: $4(-1) = -4$	$= 2m(7m-3)-4(7m-3)$
أخرجُ $7m-3$ عاملًا مشتركًا	$= (7m-3)(2m-4)$
أخرجُ 2 عاملًا مشتركًا	$= 2(7m-3)(m-2)$

② $15x - 5xy + 6y^2 - 18y$

أُجمِّعُ الحدودَ ذاتَ العواملِ المشتركةِ	$15x - 5xy + 6y^2 - 18y = (15x-5xy)+(6y^2-18y)$
احللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	$= 5x(3-y) + 6y(y-3)$
أكتبُ $(y-3)$ بصورةِ $-1(3-y)$	$= 5x(3-y) + 6y(-1)(3-y)$
أخرجُ $3-y$	$= (3-y)(5x-6y)$



أتحققُ من فهمي:

③ $a(r-t)+m(t-r)$ $(r-t)(a-m)$

④ $2t-14st+7st^2-t^2$ $t(7s-1)(t-2)$

يُستعملُ تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ.

مثال 5: مِنَ الحياةِ

نجارةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ لوحًا خشبيًّا دائريَّ الشكلِ طولُ نصفِ قطرِهِ $6x$ سنتيمترًا، تتوسطُهُ مرآةٌ مربعةٌ طولُ ضلعِها $4x$ سنتيمترًا. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ المنطقةِ الّتي لا تغطّيها المرآةُ مِنَ اللوحِ الخشبيِّ بدلالةِ x، وأحللُ المقدارَ تحليلًا كاملًا.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ مساحةَ المنطقةِ الّتي لا تغطّيها المرآةُ مِنَ اللوحِ الخشبيِّ بدلالةِ x:

$A_1 = r^2\pi$ قانونُ مساحةِ الدائرةِ

$= (6x)^2\,\pi = 36\pi x^2$ بتعويضِ $r = 6x$

$A_2 = s^2$ قانونُ مساحةِ المربعِ

$= (4x)^2 = 16x^2$ بتعويضِ $s = 4x$

$A = A_1 - A_2$ مساحةُ المنطقةِ الظاهرةِ مِنَ اللوحِ الخشبيِّ

$= 36\pi x^2 - 16x^2$ بالتعويضِ

إذنْ، مساحةُ المنطقةِ الّتي لا تغطّيها المرآةُ مِنَ اللوحِ الخشبيِّ تساوي $36\pi x^2 - 16x^2$ سنتيمترًا مربعًا.

الْخُطْوَةُ 2 أحللُ المقدارَ $36\,\pi x^2 - 16x^2$ تحليلًا كاملًا:

$$36\pi x^2 = \enclose{circle}{2} \times 3 \times \enclose{circle}{2} \times 3 \times \pi \times \enclose{circle}{x} \times \enclose{circle}{x}$$

$$16x^2 = \enclose{circle}{2} \times 2 \times \enclose{circle}{2} \times 2 \times \enclose{circle}{x} \times \enclose{circle}{x}$$

أحللُ كلَّ حدٍّ إلى عواملِهِ الأوليةِ وأحددُ العواملَ الأوليةَ المشتركةَ

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ هُوَ: $2 \times 2 \times x \times x = 4x^2$

$36\pi x^2 - 16x^2 = 4x^2(9\pi) - 4x^2(4)$ أعيدُ كتابةَ كلِّ حدٍّ باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$= 4x^2(9\pi - 4)$ أخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ خارجَ القوسِ

إذنْ، $36\pi x^2 - 16x^2 = 4x^2(9\pi - 4)$

80

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة بعدم التحليل تحليلًا كاملًا، ولعلاج ذلك أسأل الطلبة: (هل بقي عوامل مشتركة بين الحدين داخل الأقواس أم لا؟).

  أمثلة: $6x^2+18x = 6(x^2+3x),\ 6x^2+18x = 2x(3x+9)$

- قد يخطأ بعض الطلبة باستخدام خاصيّة التوزيع استخدامًا غير صحيح، ولعلاج ذلك أبيّن الخطأ بمثال عددي، ثم أكتب التوزيع الصحيح.

مثال 5: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أوضّح لهم أنّ المطلوب هو كتابة مقدار جبري لمساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد مساحة المنطقة التي لا تغطيها المرآة من اللوح الخشبي بدلالة x.
- أطلب إلى طالب آخر/ طالبة أخرى تحليل المقدار الذي وجده زميله/ وجدته زميلتها في الخطوة السابقة.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بقانوني: مساحة الدائرة، ومساحة المربع.
- ألفت انتباه الطلبة إلى ترك الإجابة بدلالة π.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19-1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل (26 – 24).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 21 كتاب التمارين: (1–12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, 22, 24 كتاب التمارين: 13, 14
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (23–26) كتاب التمارين: (13–15)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» **يتكون المستطيل المجاور من أربعة أجزاء بمساحات $12x^2, -3x, -20x, 5$**

$-3x$	$12x^2$
5	$-20x$

① أكتب بُعدي المستطيل بدلالة x.

② أكتب مســاحة المستطيل على شكل مقدار جبري، ثم أحلّه بإخراج العامل المشترك الأكبر.

③ أقارن إجابتيَّ في 1، 2.

الوحدةُ 2

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ قطعةَ أرضٍ مربعةَ الشكلِ، يتوسطُها حوضُ قمحٍ دائريُّ الشكلِ يُروى بمرشٍّ دوّارٍ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ المنطقةِ غيرِ المزروعةِ بالقمحِ بدلالةِ x، وأحلِّلُ المقدارَ تحليلًا كاملًا. $4x^2 - \pi x^2 = x^2(4 - \pi)$

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدَّينِ الجبريَّينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $12a, 16ab$ $4a$

② $8a, 12b$ 4

③ $10x^6y^3, 45xy^7$ $5xy^3$

④ $12d^2w^2r^5, 4w^3d^{10}$ $4d^2w^2$

⑤ $n^3s^5r^5, 6ns^3r^7$ ns^3r^5

⑥ $5k^8w^3h^2, 11k^2h^4$ k^2h^2

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

⑦ $6r^2-10r$ $2r(3r-5)$

⑧ ab^2-2ab $ab(b-2)$

⑨ $12n^2m-8nm^3$ $4nm(3n-2m^2)$

⑩ $15wx-10wy^2$ $5w(3x-2y^2)$

⑪ $4t^2+2t-12tu$ $2t(2t+1-6u)$

⑫ $12p+24q-6$ $6(2p+4q-1)$

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

⑬ $y-2y^2-18y+9$ $(1-2y)(y+9)$

⑭ $48ab-90a+32b-60$ $2(3a+2)(8b-15)$

⑮ **طاقةٌ بديلةٌ:** ركّبَ أحمدُ خلايا شمسيةً على سطحِ منزلِهِ، فإذا علمْتُ أنَّ مساحةَ اللوحِ الشمسيِّ $6y(y-4)+10(4-y)$ وحدةً مربعةً، وطولَهُ $(4-y)$، فأجدُ عرضَهُ بدلالةِ y. $10-6y=2(5-3y)$

أكملُ التحليلَ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑯ $12y-32=\overset{4}{\ldots\ldots}(3y-8)$

⑰ $18c-6=\overset{6}{\ldots\ldots}(\overset{3c}{\ldots\ldots}-1)$

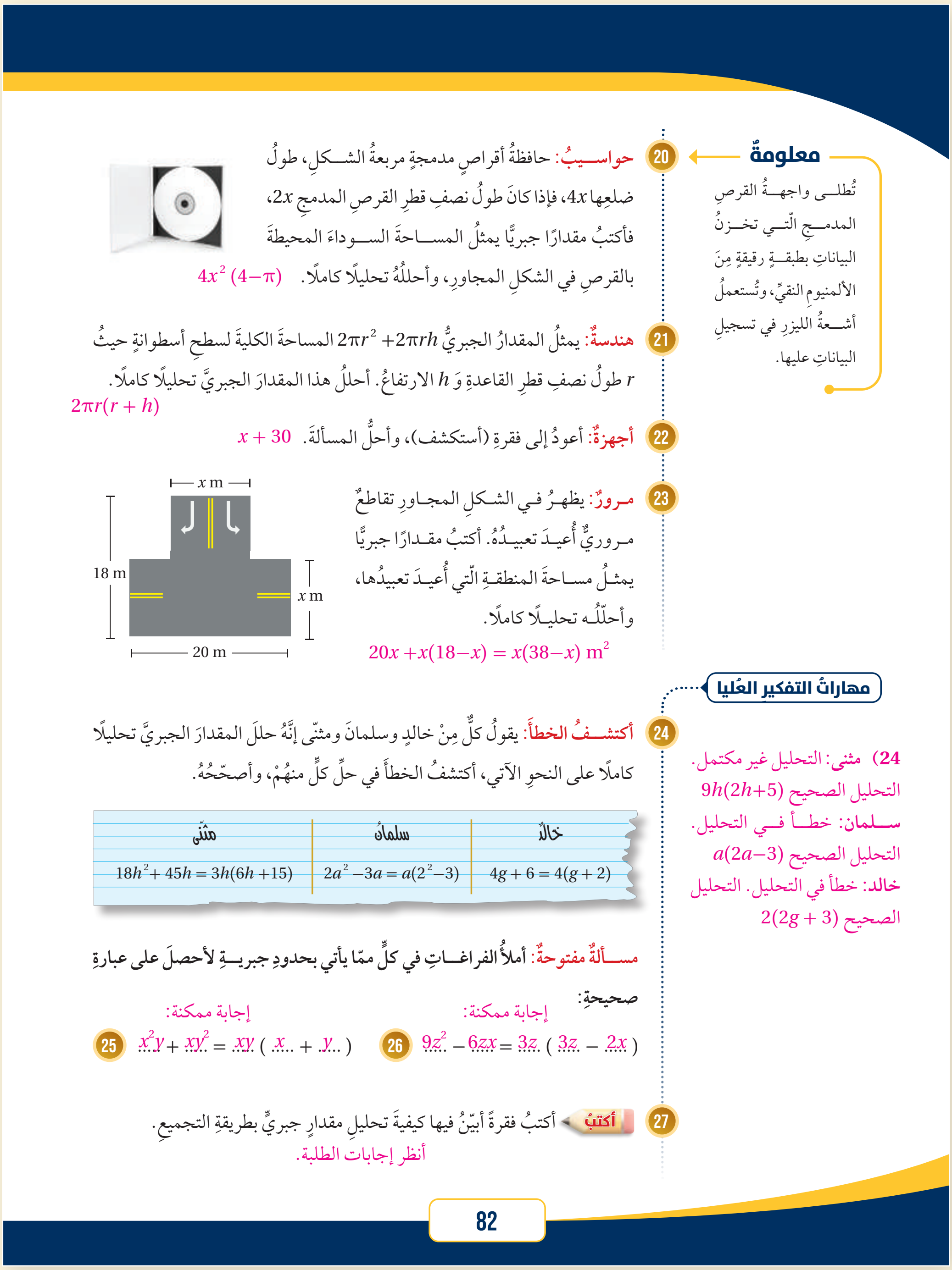
⑱ $t^2+t=\overset{t}{\ldots\ldots}(\overset{t}{\ldots\ldots}+1)$

⑲ $2a^2+ab=\overset{a}{\ldots\ldots}(2a+\overset{b}{\ldots\ldots})$

81

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثمــا وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في السؤال 15 أوضح للطلبة أهمية الطاقة البديلة في استغلال مصادر الطبيعة والتوفير والحفاظ على البيئة.



معلومةٌ

تُطلى واجهةُ القرصِ المدمجِ الّتي تخزنُ البياناتِ بطبقةٍ رقيقةٍ مِنَ الألمنيومِ النقيِّ، وتُستعملُ أشعةُ الليزرِ في تسجيلِ البياناتِ عليها.

20 **حواسيبُ:** حافظةُ أقراصٍ مدمجةٍ مربعةُ الشكلِ، طولُ ضلعِها $4x$، فإذا كانَ طولُ نصفِ قطرِ القرصِ المدمجِ $2x$، فأكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ المساحةَ السوداءَ المحيطةَ بالقرصِ في الشكلِ المجاورِ، وأحلِّلُهُ تحليلًا كاملًا. $4x^2(4-\pi)$

21 **هندسةٌ:** يمثلُ المقدارُ الجبريُّ $2\pi r^2+2\pi rh$ المساحةَ الكليةَ لسطحِ أسطوانةٍ حيثُ r طولُ نصفِ قطرِ القاعدةِ وَ h الارتفاعُ. أحلِّلُ هذا المقدارَ الجبريَّ تحليلًا كاملًا. $2\pi r(r+h)$

22 **أجهزةٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشف)، وأحلُّ المسألةَ. $x+30$

23 **مرورٌ:** يظهرُ في الشكلِ المجاورِ تقاطعٌ مروريٌّ أُعيدَ تعبيدُهُ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ المنطقةِ الّتي أُعيدَ تعبيدُها، وأحلِّلُه تحليلًا كاملًا.

$20x+x(18-x)=x(38-x)\ \text{m}^2$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

24 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ كلٌّ مِنْ خالدٍ وسلمانَ ومثنّى إنَّهُ حللَ المقدارَ الجبريَّ تحليلًا كاملًا على النحوِ الآتي، أكتشفُ الخطأَ في حلِّ كلٍّ منهُمْ، وأصحّحُهُ.

خالدٌ	سلمانُ	مثنّى
$4g+6=4(g+2)$	$2a^2-3a=a(2^2-3)$	$18h^2+45h=3h(6h+15)$

24) **مثنى:** التحليل غير مكتمل. التحليل الصحيح $9h(2h+5)$
سلمان: خطأ في التحليل. التحليل الصحيح $a(2a-3)$
خالد: خطأ في التحليل. التحليل الصحيح $2(2g+3)$

مسألةٌ مفتوحةٌ: أملأُ الفراغاتِ في كلٍّ ممّا يأتي بحدودٍ جبريةٍ لأحصلَ على عبارةٍ صحيحةٍ:

26 إجابة ممكنة: $9z^2-6zx=3z\,(3z-2x)$

25 إجابة ممكنة: $x^2y+xy^2=xy\,(x+y)$

27 **أكتبُ** أكتبُ فقرةً أبيّنُ فيها كيفيةَ تحليلِ مقدارٍ جبريٍّ بطريقةِ التجميعِ.
أنظر إجابات الطلبة.

82

إرشاد: في السؤال 20، ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق المعلومة الواردة في هامش السؤال؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

إرشاد: في السؤال 24 (**أكتشف الخطأ**)، أؤكد أهمية التحليل وتقديم الأدلة والبراهين، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد. أطلب إلى الطلبة توظيف ما تعلموه خلال الدرس لاكتشاف الخطأ الذي وقع فيه كل منهم، مع تقديم التبرير المناسب لذلك.

نشاط التكنولوجيا:

- أُحفِّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحليل المقادير الجبرية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات تحليل مقادير مثل $2x+8$، و x^2+5x باستخدام القطع الجبرية كما في (نشاط مفاهيمي 9 صفحة 74) من كتاب الطالب.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه أسئلة لهم، مثل:

» **أحلل كلًّا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك:**

① $40x-16y$ $\quad 8(5x-2y)$

② $7n^2-14n$ $\quad 7n(n-2)$

③ $4y^2z+8y^2z^2-4y^2z^3$ $\quad 4y^2z(1+2z-z^2)$

④ $mn-2m-2+n$ $\quad (n-2)(m+1)$

⑤ $2vu-8u+3v-12$ $\quad (v-4)(2u+3)$

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- تحليل ثلاثيات الحدود على صورة $x^2 + bx + c$

نتاجات التعلم القبلي:

- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل مقادير جبرية بالتجميع.
- استعمال خاصّيّة التوزيع في ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكوّن من حدّين.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأزود كل مجموعة **بورقة المصادر 7: أحوط المختلف.**
- أطلب إلى المجموعات تحويط المقدار الجبري المختلف في كل مجموعة من المجموعات في الورقة.
- أناقش إجابات المجموعات، وأطلب إليهم تبريرها، وأبيّن لهم أن المقدار الجبري المختلف هو المقدار الذي حُلّل تحليلًا كاملًا في كل مجموعة.

الدرسُ 3 تحليلُ ثلاثياتِ الحدودِ $x^2 + bx + c$

فكرةُ الدرسِ

أحللُ ثلاثياتِ حدودٍ على صورةِ $x^2 + bx + c$

أستكشفُ

لدى عمرانَ بيتٌ زجاجيٌّ للزراعةِ يغطي منطقةً مستطيلةَ الشكلِ، مساحتُها $x^2 + 5x + 6$ مترًا مربعًا وعرضُها $(x + 2)$ مترًا. ما طولُ المنطقةِ الّتي يغطّيها البيتُ الزجاجيُّ؟

عندَ ضربِ مقدارَينِ جبريَّينِ، فإنَّ كلًّا منهُما يكونُ عاملًا لناتجِ الضربِ.

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3) &= x^2 + 3x + 2x + 2 \times 3 && \text{خاصيةُ التوزيعِ}\\ &= x^2 + (3+2)x + 2 \times 3 && \text{بتجميعِ الحدَّينِ المتشابهَينِ}\\ &= x^2 + (5)x + 6 && \text{بالتبسيطِ}\end{aligned}$$

ألاحظُ النمطَ الآتيَ في عمليةِ الضربِ السابقةِ:

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3) &= x^2 + (3+2)x + (2 \times 3)\\ (x+m)(x+n) &= x^2 + (n+m)x + mn\\ &= x^2 + \underbrace{(m+n)x}_{} + \underbrace{mn}_{}\\ &= x^2 + \quad bx \quad + \; c && b = m + n \text{ and } c = mn\end{aligned}$$

إذنْ، معاملُ الحدِّ الأوسطِ يساوي مجموعَ m وَ n، وَالحدُّ الأخيرُ يساوي ناتجَ ضربِ m وَ n .

ويمكنُ استعمالُ هذا النمطِ لتحليلِ بعضِ المقاديرِ الجبريةِ التي على صورةِ $x^2 + bx + c$

مفهومٌ أساسيٌّ تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ $x^2 + bx + c$

- **بالكلماتِ:** لتحليلِ ثلاثيةِ حدودٍ على صورةِ $x^2 + bx + c$ أجدُ عددَينِ صحيحَينِ m وَ n مجموعُهُما يساوي (b)، وحاصلُ ضربِهِما يساوي (c)، ثُمَّ أكتبُ $x^2 + bx + c$ على صورةِ $(x + n)$ $(x+m)$.
- **بالرموزِ:** $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ حيثُ $m \times n = c$ ، $m + n = b$

83

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ما البيت الزجاجي المخصص للزراعة؟ بيت يتخذ شكل الخيمة، مكوّن من قضبان حديدية يغطيها زجاج شفاف قوي.
  - » ما استخدامات البيت الزجاجي؟ يستخدم لحفظ درجة حرارة تناسب المزروعات، وتمرير الشمس لها لتنمو بشكل جيد. عادة ما يستخدَم في الأجواء الباردة.
  - » كيف أجد طول مستطيل إذا علمت مساحته وعرضه؟ أقسم المساحة على العرض.
  - » ما طول المنطقة التي يغطيها البيت الزجاجي؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أطلب إلى الطلبة ضرب مقدارين جبريين مثل: $(x + 2)(x + 3)$.
- أكتب m و n بدلًا من العددين 2 و 3 على الترتيب، وأطلب إلى الطلبة ملاحظة النمط في عملية الضرب، كما في فقرة الشرح التي تسبق المثال 1.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن معامل الحد الأوسط في المقدار الجبري على الصورة $x^2 +bx +c$ هو مجموع m و n، والحد الأخير يساوي ناتج ضرب m و n، وأنه يمكن استعمال هذا النمط لتحليل المقدار الجبري على الصورة $x^2 +bx +c$.
- أوضح للطلبة أن عملية تحليل ثلاثية الحدود $x^2 +bx +c$ عملية عكسية لضرب مقدارين جبريين ثنائيّي الحدود على الصورة: $(x + m)(x + n)$ وأن $b = m+n, c = m\times n$
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت تحليل ثلاثية الحدود على الصورة $x^2 + bx +c$
- أناقش الطلبة في الحالة الأولى من تحليل ثلاثي الحدود $x^2 + bx +c$، وهي عندما تكون c موجبة، و b موجبة أيضًا، وأوضّح لهم أن إشارة كل من m و n في هذه الحالة تكون موجبة.
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

ملاحظاتي

✓ إرشادات:

- أؤكد باستمرار أن إشارتي كل من m, n مرتبطتين بإشارتي c و b.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة التحليل بضرب العاملين.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش الطلبة في الحالة الثانية من تحليل ثلاثي الحدود $x^2 +bx +c$، وهي عندما تكون c موجبة، و b سالبة، وأوضّح لهم أن إشارة كل من m و n في هذه الحالة تكون سالبة.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشاد: أؤكد ضرورة التحقق من صحة التحليل بضرب العاملين.

إذا كانَتْ إشارةُ c موجبةً في ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$، فيكونُ لِـ m وَ n الإشارةُ نفسُها. ويعتمدُ تحديدُ إشارةِ كلٍّ مِنْ m وَ n (موجبةً أَوْ سالبةً) على إشارةِ b، فإذا كانَتْ إشارةُ b موجبةً فإنَّ إشارتَهُما موجبةٌ، وإذا كانَتْ إشارةُ b سالبةً، فإنَّ إشارتَهُما سالبةٌ.

مثال 1

أحللُ $x^2 + 7x + 12$

بما أنَّ $b = 7, c = 12$ فيجبُ إيجادُ عددَيْنِ موجبَيْنِ مجموعُهُما 7 وحاصلُ ضربِهِما 12

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيهِ أزواجَ عواملِ العددِ 12 الموجبةِ، وأحددُ العاملَيْنِ اللَّذَيْنِ مجموعُهُما 7

أزواجُ عواملِ العددِ 12 الموجبةُ	1 , 12	2 , 6	3 , 4
مجموعُ العاملَيْنِ	13	8	7

العاملانِ الصحيحانِ

أكتبُ القاعدةَ $x^2 + 7x + 12 = (x + m)(x + n)$

أعوضُ $m = 3, n = 4$ $= (x +3)(x + 4)$

أتحققُ: أتحققُ مِنْ صحةِ التحليلِ بضربِ العاملَيْنِ:

خاصيةُ التوزيعِ $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 12$

بالتبسيطِ $= x^2 + 7x + 12$ ✓

أتحققُ من فهمي:

① $x^2 + 11x + 10$ $(x + 1)(x + 10)$

② $x^2 + 9x + 14$ $(x + 7)(x + 2)$

إذا كانَتْ c موجبةً، وَ b سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$ ، فانَّ لكلٍّ مِنْ m وَ n إشارةً سالبةً.

84

الوحدةُ 2

مثال 2 أحلّلُ $x^2-10x+16$

في ثلاثيِّ الحدودِ المُعطى $b=-10, c=16$، وهذا يعني أنَّ $m+n$ سالبةٌ وَ nm موجبةٌ. إذنْ، يجبُ أنْ تكونَ إشارةُ كلٍّ مِنْ n وَ m سالبةً. أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيهِ أزواجَ عواملِ العددِ 16 السالبةَ، وأحددُ زوجَ العواملِ الّذي مجموعُهُ -10

العاملانِ الصحيحانِ

أزواجُ عواملِ العددِ 16 السالبةُ	$-1, -16$	$-2, -8$	$-4, -4$
مجموعُ العاملَينِ	-17	-10	-8

أكتبُ القاعدةَ $x^2-10x+16=(x+m)(x+n)$

أعوضُ $m=-2, n=-8$ $=(x-2)(x-8)$

أتحققُ: أتحققُ مِنْ صحةِ التحليلِ بضربِ العاملَينِ:

خاصيةُ التوزيعِ $(x-2)(x-8)=x^2-2x-8x+16$

بالتبسيطِ $=x^2-10x+16$ ✓

أتحققُ من فهمي:

① y^2-5y+6 $(y-2)(y-3)$

② $x^2-11x+30$ $(x-5)(x-6)$

إذا كانَتْ إشارةُ c سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c، فإنَّ لِكلٍّ مِنْ m وَ n إشارتَينِ مختلفتَينِ.

مثال 3 أحلّلُ x^2+x-20

في ثلاثيِّ الحدودَ المُعطى $b=1, c=-20$، وهذا يعني أنَّ إشارةَ $m+n$ موجبةٌ وَإشارةَ nm سالبةٌ. إذنْ، يجبُ أنْ تكونَ إشارةُ n أوْ m سالبةً، وليسَ كلتاهُما. أنشئُ قائمةً منظمةً مِنْ أزواجِ عواملِ العددِ (-20) مختلفةَ الإشارةِ، وأحددُ زوجَ العواملِ الّذي مجموعُهُ 1

العاملانِ الصحيحانِ

أزواجُ عواملِ العددِ (-20) مختلفةُ الإشارةِ	$-4, 5$	$4, -5$	$-2, 10$	$2, -10$	$-1, 20$	$1, -20$
مجموعُ العاملَينِ	1	-1	8	-8	19	-19

85

مثال 3

- أوضح للطلبة نمطًا مختلفًا من التحليل، وهي الحالة الثالثة من تحليل ثلاثي الحدود x^2+bx+c، وهي عندما تكون c سالبة، وأوضّح لهم أن لكل من m و n إشارتين مختلفتين في هذه الحالة.
- أناقش حل المثال 3 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة أنه إذا توصلوا للعددين m, n في التحليل $(x+m)(x+n)$ فلا داعي لإكمال باقي عوامل العدد c كما في جداول الأمثلة.
- أذكّر الطلبة أن التخمين المدروس يساعد على إيجاد قيمتَي m, n بسرعة.

أخطاء شائعة: في المثال 3، قد يظن بعض الطلبة أن زوج العوامل $4, -5$ هو نفسه زوج العوامل $-4, 5$ لأن حاصل ضرب زوجي العوامل هو -20؛ لذا أبين لهم أن مجموع زوجي العاملين مختلف، وألفت انتباههم إلى ضرورة كتابة جميع أزواج العوامل المحتملة في هذه الحالة، ولضمان ذلك، أكتب زوج العوامل، فإذا لم يحققا المطلوب أعكس إشارتيهما وأختبرهما.

مثال 4: من الحياة

- أوضـح للطلبـة أهميـة تحليـل مقـدار جبـري ثلاثـي الحدود على الصورة $x^2 + bx + c$ في إيجاد طول أو عرض مستطيل علمت مساحته.
- أطلـب إلى أحد الطلبة قـراءة المثال 4، ثم أوضّح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد طول المرآة بدلالة x.
- أطلـب إلـى طالب آخـر/ طالبـة أخرى إيجـاد محيط المرآة بدلالة x.

تنبيـه: قـد يلتبس على الطلبــة أهمية ترتيب العاملين في التحليل؛ لــذا، أذكّرهم أن كلا التحليلين $(x+m)(x+n), (x+n)(x+m)$ صحيح.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّـه الطلبـة إلـى بند (**أتـدرّب وأحل المسـائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–18) ضمن مجموعات ثنائيـة داخـل الغرفـة الصفية؛ فهـذه المسـائل تحديدًا ترتبـط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلة الدرس، وهي تُسـتعمَل خاصـةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسـها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحـد الطلبـة مِمَّنْ تمكَّـن/ تمكَّنت من حل المسـألة؛ لمناقشـة استراتيجيته/ اسـتراتيجيتها في حل المسألة على اللـوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تسـاؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

$x^2 + x - 20 = (x + m)(x + n)$ أكتبُ القاعدةَ

$= (x - 4)(x + 5)$ أعوضُ $m = -4, n = 5$

أتحققُ: أتحققُ مِنْ صحةِ التحليلِ بضربِ العاملَينِ:

$(x - 4)(x + 5) = x^2 + 5x - 4x - 20$ خاصيةُ التوزيعِ

$= x^2 + x - 20$ ✓ بالتبسيطِ

أتحققُ من فهمي:

① $x^2 + 2x - 8$ $(x + 4)(x - 2)$

② $x^2 - x - 42$ $(x - 7)(x + 6)$

يُستعملُ التحليلُ لإيجادِ مقدارٍ جبريٍّ يمثلُ طولَ أَوْ عرضَ مستطيلٍ مساحتُهُ معطاةٌ على صورةِ ثلاثيِّ حدودٍ $x^2 + bx + c$، حيثُ يمثلُ الطولُ والعرضُ عاملَيْ ثلاثيِّ الحدودِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

يمثلُ ثلاثيُّ الحدودِ $x^2 + 9x + 18$ مساحةَ مرآةٍ مستطيلةِ الشكلِ بالمترِ المربعِ. إذا كانَ عرضُ المرآةِ $(x + 3)$ مترًا، فأجدُ كلًّا مِنْ طولِها ومحيطِها بدلالةِ x.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ طولَ المرآةِ بدلالةِ x .

يمثلُ عرضُ المرآةِ $(x + 3)$ أحدَ عاملَيْ $x^2 + 9x + 18$ إذنْ $m = 3$

أبحثُ عَنْ قيمةِ n الّتي ناتجُ ضربِها في 3 يساوي 18 وناتجُ جمعِها إلى العددِ 3 يساوي 9

إذنْ، $n = 6$، والمقدارُ الجبريُّ الّذي يمثلُ طولَ المرآةِ هُوَ $(x + 6)$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ محيطَ المرآةِ بدلالةِ x .

$P = 2l + 2w$ قانونُ محيطِ المستطيلِ

$= 2(x + 6) + 2(x + 3)$ أعوضُ: $l = (x + 6), w = (x + 3)$

$= 2x + 12 + 2x + 6$ خاصيةُ التوزيعِ

$= 4x + 18$ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

إذنْ، محيطُ المرآةِ يساوي $(4x + 18)$ مترًا.

أتحققُ من فهمي:

يمثلُ ثلاثيُّ الحدودِ $x^2 - 25x + 100$ مساحةَ بابٍ مستطيلِ الشكلِ بالمترِ المربعِ. إذا كانَ طولُ البابِ $(x - 5)$ مترًا، فأجدُ كلًّا مِنْ عرضِهِ ومحيطِهِ بدلالةِ x

العرض $(x-20)$، المحيط $(4x-50)$

أتدرب وأحل المسائل

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

① $x^2 + 2x - 24$ $(x+6)(x-4)$

② $y^2 + 3y - 10$ $(y+5)(y-2)$

③ $x^2 + 29x + 100$ $(x+4)(x+25)$

④ $w^2 - 6w + 8$ $(w-2)(w-4)$

⑤ $-10q + q^2 + 21$ $(q-7)(q-3)$

⑥ $y^2 + 20y + 100$ $(y+10)^2$

⑦ $a^2 + 5a + 6$ $(a+2)(a+3)$

⑧ $w^2 - 9w - 10$ $(w-10)(w+1)$

⑨ $x^2 + x - 30$ $(x+6)(x-5)$

⑩ $13y + 30 + y^2$ $(y+3)(y+10)$

⑪ $w^2 + 11w + 18$ $(w+2)(w+9)$

⑫ $t^2 - t - 90$ $(t-10)(t+9)$

⑬ $f^2 + 22f + 21$ $(f+1)(f+21)$

⑭ $h^2 - h - 72$ $(h-9)(h+8)$

⑮ $m^2 - 18m + 81$ $(m-9)^2$

يمثلُ كلُّ ثلاثيِّ حدودٍ ممّا يأتي مساحةَ مستطيلٍ بالمترِ المربعِ. أجدُ مقدارَينِ جبريَّينِ يمثلانِ طولًا وعرضًا ممكنَينِ لكلِّ مستطيلٍ.

⑯ $x^2 + x - 72$ $(x+9), (x-8)$

⑰ $x^2 - 8x - 9$ $(x-9), (x+1)$

⑱ $x^2 + 2x - 48$ $(x+8), (x-6)$

إرشادٌ

أولًا: أخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الثلاثةِ، ثُمَّ أحللُ.

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

⑲ $3x^3y + 18x^2y - 21xy$ $3xy(x+7)(x-1)$

⑳ $2x^3 - 2x^2 - 4x$ $2x(x-2)(x+1)$

㉑ $2x^3 - 4x^2 - 6x$ $2x(x-3)(x+1)$

㉒ $5x^3y - 35x^2y + 50xy$ $5xy(x-5)(x-2)$

㉓ $3x^3 + 12x^2 + 9x$ $3x(x+3)(x+1)$

㉔ $4x^3 - 8x^2 - 12x$ $4x(x-3)(x+1)$

إرشاد: في الأسئلة (19 – 24) أوجّه الطلبة إلى قراءة الإرشاد المتعلق بها بإخراج العامل المشترك أولًا، وعدّ ذلك بمثابة نهج لتحليل ثلاثيات الحدود المشابهة.

إرشاد: في السؤالين 5 و 13، ألفت انتباه الطلبة إلى أهمية ترتيب حدود المقدار الجبري قبل البدء بتحليله.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (27 – 31).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 31 ,(19–24) كتاب التمارين: (1–9)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 31 ,26 ,25 كتاب التمارين: (10–15)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (27–31) كتاب التمارين: (15–17)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» **أحلل المقدار الآتي:**

$$(4x-5)^2 + 3(4x-5) - 70$$

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بمسائل تحليل المقادير الجبرية؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى المجموعات تحليل ثلاثيات حدود مثل: $x^2 + 3x + 2$ أو $x^2 - 3x + 2$ باستعمال القطع الجبرية، وذلك بتكوين مستطيل يكون كل بُعد من بُعديه عاملًا من عوامل ثلاثي الحدود.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلل كلًّا مما يأتي:**

1. $x^2 + 8x + 7$ $(x+7)(x+1)$
2. $x^2 + 5x + 4$ $(x+4)(x+1)$
3. $x^2 - 7x + 12$ $(x-3)(x-4)$
4. $x^2 - 7x + 10$ $(x-5)(x-2)$
5. $x^2 + 2x - 8$ $(x+4)(x-2)$
6. $x^2 - 2x - 24$ $(x+4)(x-6)$

إرشادٌ

مؤسسةُ الحسينِ للسرطانِ مكرّسةٌ لمكافحةِ مرضِ السرطانِ، وتتضمنُ مهامُّها: جمعَ التبرعاتِ، وحشدَ الجهودِ لمكافحةِ السرطانِ، وتنفيذَ برامجِ الوقايةِ مِنْهُ، والكشفَ المبكرَ عَنْهُ.

25 **صحةٌ:** تقومُ مؤسسةُ الحسينِ للسرطانِ بحملةٍ توعيةٍ بأهميةِ الفحصِ المبكرِ للسرطانِ، عَنْ طريقِ لوحاتٍ إعلانيةٍ مستطيلةِ الشكلِ على الطّرقاتِ. إذا كانَتْ مساحةُ إحدى هذهِ اللوحاتِ $(x^2 + 14x + 48)$ مترًا مربعًا وعرضُها $(x + 6)$ مترًا، فأجدُ طولَ اللوحةِ ومحيطَها بدلالةِ (x). الطول $(x+8)$، المحيط $(4x + 28)$

26 **ورقٌ صحيٌّ:** علبةُ ورقٍ صحيٍّ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، حجمُهُ $x^3 + 5x^2 + 4x$ سنتيمترًا مكعبًا. أجدُ قياسًا ممكنًا لكلٍّ مِنْ طولِ العلبةِ وعرضِها وارتفاعِها بدلالةِ x.

الطول $(x + 4)$، العرض $(x+1)$، الارتفاع x

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أجدُ 3 قيمٍ ممكنةٍ للعددِ الصحيحِ m في كلٍّ ممّا يأتي، بحيثُ يكونُ ثلاثيُّ الحدودِ قابلًا للتحليلِ، ثُمَّ أحللُهُ:

27 $x^2 + mx - 15$ قيم ممكنة $m = -2, 2, 14$

28 $x^2 - 7x + m$ قيم ممكنة $m = 6, 12, -18$

أنظر تحليل الطلبة.

إرشادٌ

يمكنُني فكُّ الأقواسِ ثُمَّ التحليلُ، ويمكنُني أيضًا فرضُ أَنَّ $y = x - 3$ وإتمامُ الحلِّ.

29 **تحدٍّ:** أحللُ المقدارَ $(x-3)^2 - 2(x-3) - 8$ بفرض $y = x - 3$

$y^2 - 2y - 8 = (y-4)(y+2) = (x-7)(x-1)$

30 **تحدٍّ:** في الشكلِ المجاورِ مستطيلٌ بُعداهُ $x+a, x+b$، قُسِّمَ إلى أربعةِ أجزاءٍ مساحةُ اثنَينِ منها x^2 و6 وحداتٍ مربعةٍ، أبيّنُ أنّهُ توجدُ قيمتانِ ممكنتانِ لكلٍّ مِنْ a وَ b.

	x^2
6	

30) $a = 2, b = 3, (x+2)(x+3)$
$a = 1, b = 6, (x+1)(x+6)$

31 **أكتشفُ الخطأَ:** حلَلَ كلٌّ مِنْ آدمَ وماريا العبارةَ $y^2+6y-16$ على النحوِ الآتي:

آدمُ	ماريا
$y^2 + 6y - 16 = (y-2)(y+8)$	$y^2 + 6y - 16 = (y+2)(y-8)$

مَنْ منهُما إجابتُهُ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

تحليل آدم صحيح. أبحث عن عددين حاصل ضربهما -16 ومجموعهما 6 وهما $-2, 8$

32 **أكتبُ** كيفَ أحددُ قيمةَ كلٍّ مِنْ m وَ n عندَ تحليلِ y^2-3y-4 على صورةِ $(y + m)(y + n)$؟ أبحث عن عددين حاصل ضربهما -4 ومجموعهما -3 وهما $-4, 1$

88

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 25 أؤكد أهمية مؤسسة الحسين للسرطان لمكافحة السرطان، وضرورة توفير الدعم لها للاستمرار في تقديم خدماتها.

إرشادات:

- في سؤال 29 أوجّه الطلبة لقراءة الإرشاد وحل السؤال بطريقتين، وتأكيد أهمية استخدام التعويض كطريقة جديدة من طرق التحليل.
- في سؤال 31 يمكن تعرّف الإجابة الصحيحة بضرب العاملين والحصول على ثلاثي الحدود الأصلي.

الدرسُ 4 حالاتٌ خاصةٌ مِنَ التحليلِ

فكرةُ الدرسِ

- أحللُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ فرقًا بَيْنَ مربعَينِ.
- أحللُ مربعًا كاملًا ثلاثيَّ الحدودِ.

المصطلحاتُ

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ .

أستكشفُ

يُستعملُ المقدارُ الجبريُّ $\frac{1}{2}dv^2 - \frac{1}{2}du^2$ لحسابِ الفرقِ بَيْنَ قيمتَيِ الضغطِ الجويِّ فوقَ جناحِ الطائرةِ وأسفلَهُ، حيثُ d هِيَ كثافةُ الهواءِ وَ v سرعةُ الهواءِ فوقَ الجناحِ وَ u سرعةُ الهواءِ أسفلَهُ. كيفَ أحللُ هذا المقدارَ الجبريَّ تحليلًا كاملًا؟

تعلمْتُ سابقًا كيفيةَ ضربِ مقدارَينِ جبريَّينِ على صورةِ $(a-b)(a+b)$، حيثُ يكونُ الناتجُ دائمًا فرقًا بينَ مربعَينِ على صورةِ a^2-b^2 . ولتحليلِ الفرقِ بَيْنَ مربعَينِ يمكنُ اتباعُ خطواتٍ عكسيةٍ لعمليةِ ضربِ مجموعِ حدَّينِ في الفرقِ بينَهُما.

تحليلٌ

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

تبسيطٌ

مفهومٌ أساسيٌّ **تحليلُ الفرقِ بَيْنَ مربعَينِ**

- **بالكلماتِ:** الفرقُ بَيْنَ مربعَيْ حدَّينِ يساوي ناتجَ ضربِ مجموعِ الحدَّينِ في الفرقِ بينَهُما.
- **بالرموزِ:** $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

مثال 1 أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

① $x^2 - 25$

$x^2 - 25 = x^2 - 5^2$ أكتبُ المقدارَ على صورةِ $a^2 - b^2$

$= (x-5)(x+5)$ أحللُ الفرقَ بَيْنَ مربعَينِ

② $4y^2 - 9z^2$

$4y^2 - 9z^2 = (2y)^2 - (3z)^2$ أكتبُ المقدارَ على صورةِ $a^2 - b^2$

$= (2y-3z)(2y+3z)$ أحللُ الفرقَ بَيْنَ مربعَينِ

89

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- تحليل مقدار جبري يمثل فرقًا بين مربعين.
- تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.

نتاجات التعلم القبلي:

- استعمال خاصّيّة التوزيع في ضرب مقدارين جبريين.
- تحليل مقادير جبرية بإخراج العامل المشترك الأكبر.
- تحليل مقادير جبرية بالتجميع.
- تحليل ثلاثي حدود على الصورة $x^2 + bx + c$

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أرسم الشكل المجاور على اللوح، ثم أطلب إلى الطلبة رسمه على دفاترهم.

×		
	x^2	$-3x$
	$3x$	-9

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ ما يأتي:
  - » تعبئة الخانات الفارغة بحيث يكون ناتج الضرب كما في الجدول. أفقي $x, -3$، رأسي $x, 3$
  - » جمع الحدود الجبرية داخل الجدول (مساحة المستطيل الأزرق)، وكتابتها بأبسط صورة. $x^2 - 9$
  - » كتابة مساحة المستطيل الأزرق على شكل حاصل ضرب عاملين جبريين (تحليل المقدار الجبري). $(x+3)(x-3)$
- أسأل الطلبة السؤال الآتي:
  - » هل توجد علاقة بين العاملين في تحليل المقدار الجبري الذي يمثل مساحة المستطيل الأزرق؟ نعم، توجد، الإشارة بين الحدّين في القوس الثاني عكس الإشارة بين الحدّين في القوس الأول.

2 الاستكشاف

- أُوجِّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » بماذا يتميز الطيران عن غيره من وسائل النقل؟ باختصار المسافات، وسرعة الوصول إلى الجهة المطلوبة.
  - » ما الذي يجعل الطائرة تطير؟ وجود فرق في ضغط الهواء فوق جناح الطائرة وأسفله.
  - » هل يمكن تحليل المقدار الجبري في السؤال؟ تختلف الإجابات.
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أناقش الطلبة بمضمون الفقرة الأولى من الدرس، وأبيّن لهم أن تحليل المقدار $a^2 - b^2$ عملية عكسية لإيجاد ناتج الضرب $(a-b)(a+b)$؛ لأن $(a- b)\ (a+b) = a^2 - b^2$.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت تحليل الفرق بين مربعين.
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: في الفرع 2 من المثال 1، ألفت انتباه الطلبة إلى أنّ: $a^2 = 4y^2, b^2 = 9z^2$

أتحققُ من فهمي:

③ $x^2 - 100$ — $(x-10)(x+10)$

④ $100y^2 - 36$ — $(10y-6)(10y+6)$

⑤ $81d^2 - 49r^2$ — $(9d-7r)(9d+7r)$

⑥ $64c^2 - 1$ — $(8c-1)(8c+1)$

يحتاجُ تحليلُ بعضِ المقاديرِ الجبريةِ إلى إجراءِ خطوتَينِ، مثلِ إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ للحدودِ جميعِها، ثُمَّ تحليلِ ما تبقّى مِنَ المقدارِ باستعمالِ قاعدةِ تحليلِ الفرقِ بَيْنَ مربعَينِ.

مثال 2

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

① $27xy^3 - 3xy$

أحللُ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $27xy^3 - 3xy = 3xy\,(9y^2 - 1)$

أحللُ المقدارَ $9y^2-1$ كفرقٍ بَيْنَ مربعَينِ: $= 3xy\,(3y-1)(3y+1)$

② $y^4 - 1$

أكتبُ المقدارَ على صورةِ $a^2 - b^2$: $y^4 - 1 = (y^2)^2 - (1)^2$

أحللُ الفرقَ بَيْنَ مربعَينِ: $= (y^2 - 1)(y^2 + 1)$

أحللُ المقدارَ $y^2 - 1$ كفرقٍ بَيْنَ مربعَينِ: $= (y-1)(y+1)(y^2+1)$

③ $2b^2 - 18 + ab^2 - 9a$

أجمعُ الحدودَ ذاتَ العاملِ المشتركِ: $2b^2 - 18 + ab^2 - 9a = (2b^2 - 18) + (ab^2 - 9a)$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ: $= 2(b^2 - 9) + a(b^2 - 9)$

أخرجُ المقدارَ $(b^2 - 9)$ عاملًا مشتركًا: $= (b^2 - 9)(2 + a)$

أحللُ المقدارَ $(b^2 - 9)$ كفرقٍ بَيْنَ مربعَينِ: $= (b-3)(b+3)(2+a)$

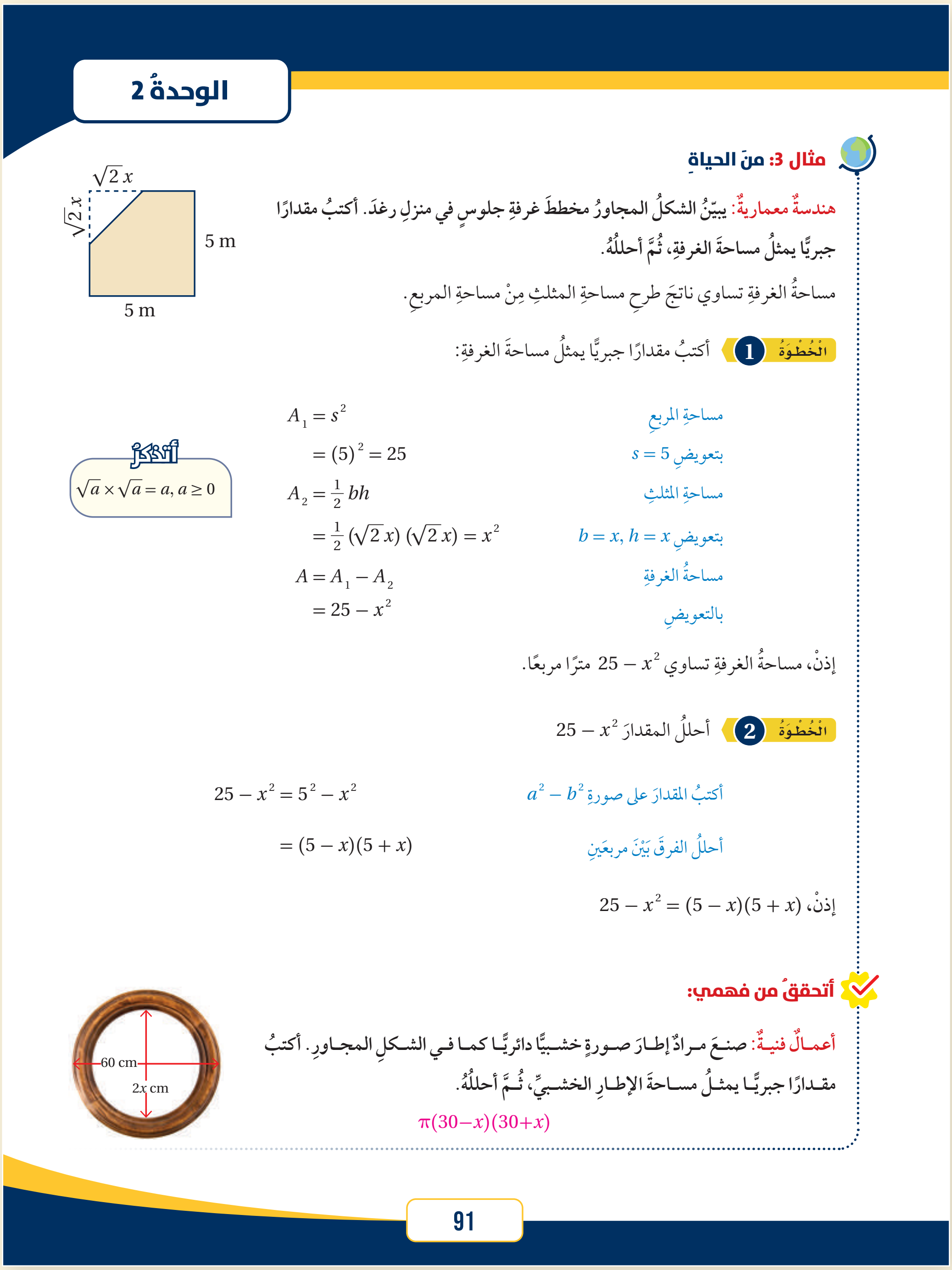
أتحققُ من فهمي:

④ $b^4 - c^4$ — $(b-c)(b+c)(b^2+c^2)$

⑤ $6w^3 - 24w$ — $6w(w-2)(w+2)$

⑥ $4m^4 - 9m^2 + 8m^2k - 18k$ — $(2m-3)(2m+3)(m^2+2k)$

90



مثال 3: منَ الحياةِ

هندسةٌ معماريةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مخططَ غرفةِ جلوسٍ في منزلِ رغدَ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ الغرفةِ، ثُمَّ أحللُهُ.

مساحةُ الغرفةِ تساوي ناتجَ طرحِ مساحةِ المثلثِ مِنْ مساحةِ المربعِ.

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ الغرفةِ:

مساحةِ المربعِ	$A_1 = s^2$
بتعويضِ $s = 5$	$= (5)^2 = 25$
مساحةِ المثلثِ	$A_2 = \frac{1}{2}bh$
بتعويضِ $b = x, h = x$	$= \frac{1}{2}(\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x) = x^2$
مساحةُ الغرفةِ	$A = A_1 - A_2$
بالتعويضِ	$= 25 - x^2$

أتذكرُ

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a, a \geq 0$

إذنْ، مساحةُ الغرفةِ تساوي $25 - x^2$ مترًا مربعًا.

الْخُطْوَةُ 2 أحللُ المقدارَ $25 - x^2$

أكتبُ المقدارَ على صورةِ $a^2 - b^2$	$25 - x^2 = 5^2 - x^2$
أحللُ الفرقَ بَيْنَ مربعَيْنِ	$= (5 - x)(5 + x)$

إذنْ، $25 - x^2 = (5 - x)(5 + x)$

أتحققُ من فهمي:

أعمالٌ فنيةٌ: صنعَ مرادٌ إطارَ صورةٍ خشبيًّا دائريًّا كما في الشكلِ المجاورِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ مساحةَ الإطارِ الخشبيِّ، ثُمَّ أحللُهُ.

$\pi(30-x)(30+x)$

91

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ مـن اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 مـن المثال 2، وأوضّح لهـم أهميـة إخـراج العامل المشـترك الأكبـر بوصفه أول إجـراء أقوم به عنـد تحليل مقدار جبري على هذه الصورة.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 2 مـن المثال 2، وأوضّح لهم أننا نحتاج إلى تحليل الفرق بين مربعين على أكثر من خطوة.
- أناقش الطلبة في حـل الفرع 3 مثـال 2، وأوضّح لهم أننـا نحتاج إلى التحليل أولًا، ثم إلى تحليل الفرق بين مربعين.

إرشادات:

- أبيّن للطلبة أن بعض المسـائل قد تحتوي حدودًا مثل x^6, y^8 على نمط الفرع 2
- أذكّر الطلبة بشروط التحليل بالتجميع؛ لمساعدتهم على حل الفرع 3 من المثال.

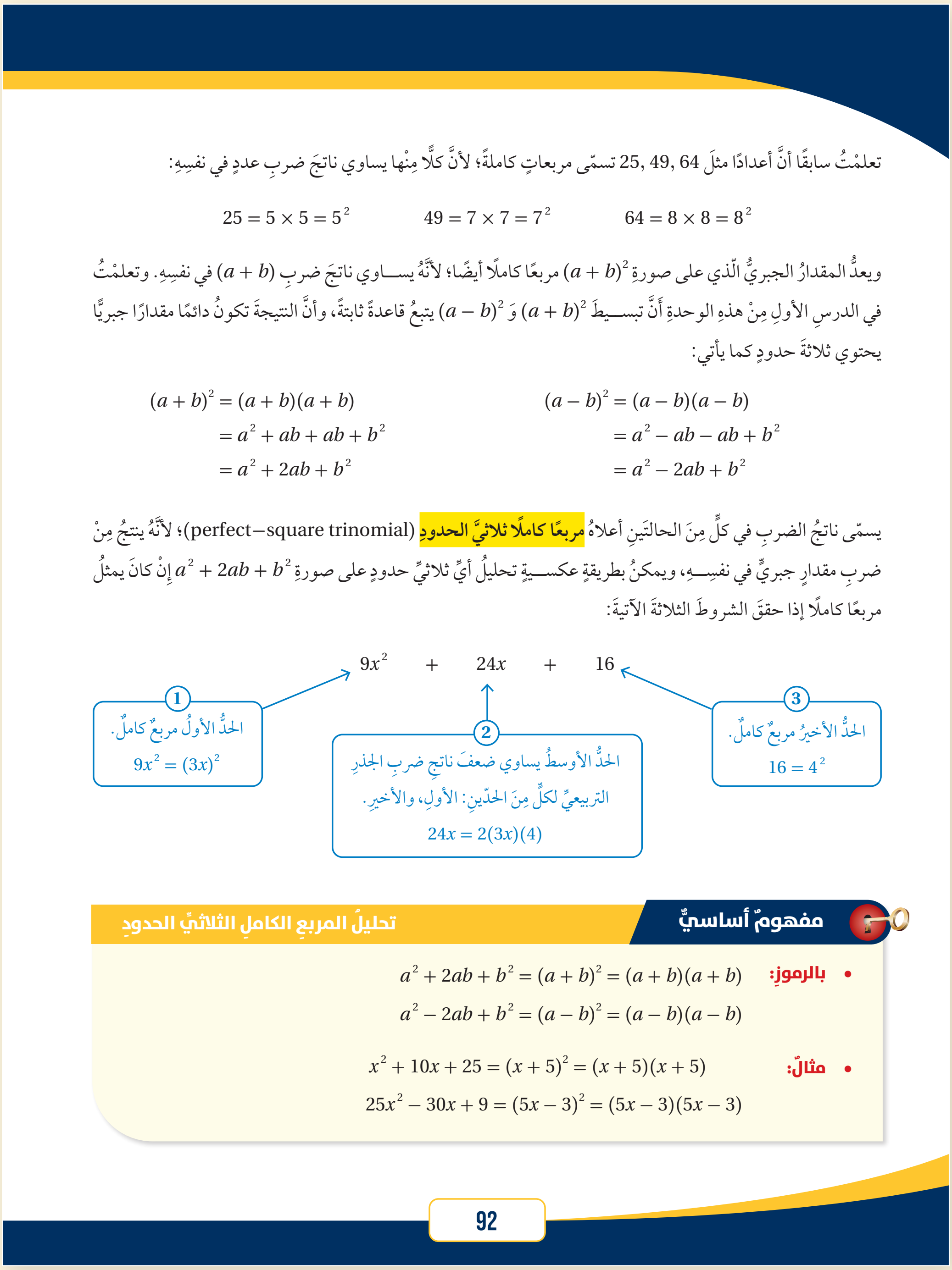
مثال 3: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أوضّح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى أحد الطلبة كتابة المقدار الجبري الذي يمثل مساحة الغرفة.
- أطلب إلى طالب آخر/ طالبة أخرى تحليل المقدار الذي يمثل مساحة الغرفة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (أتذكّر)، وأبيّن لهم أهمية هذه القاعدة في حل كثير من المسائل الرياضية.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميّزين كتابة مسألة حياتية على تحليل الفرق بين مربعين.



تعلمْتُ سابقًا أنَّ أعدادًا مثلَ 64 ,49 ,25 تسمّى مربعاتٍ كاملةً؛ لأنَّ كلًّا مِنْها يساوي ناتجَ ضربِ عددٍ في نفسِهِ:

$$25 = 5 \times 5 = 5^2 \qquad 49 = 7 \times 7 = 7^2 \qquad 64 = 8 \times 8 = 8^2$$

ويعدُّ المقدارُ الجبريُّ الّذي على صورةِ $(a + b)^2$ مربعًا كاملًا أيضًا؛ لأنَّهُ يساوي ناتجَ ضربِ $(a + b)$ في نفسِهِ. وتعلمْتُ في الدرسِ الأولِ مِنْ هذهِ الوحدةِ أنَّ تبسيطَ $(a + b)^2$ وَ $(a - b)^2$ يتبعُ قاعدةً ثابتةً، وأنَّ النتيجةَ تكونُ دائمًا مقدارًا جبريًّا يحتوي ثلاثةَ حدودٍ كما يأتي:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2+ab+ab+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b)\\ &= a^2-ab-ab+b^2\\ &= a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$

يسمّى ناتجُ الضربِ في كلٍّ مِنَ الحالتَينِ أعلاهُ **مربعًا كاملًا ثلاثيَّ الحدودِ** (perfect–square trinomial)؛ لأنَّهُ ينتجُ مِنْ ضربِ مقدارٍ جبريٍّ في نفسِهِ، ويمكنُ بطريقةٍ عكسيةٍ تحليلُ أيِّ ثلاثيِّ حدودٍ على صورةِ $a^2 + 2ab + b^2$ إنْ كانَ يمثلُ مربعًا كاملًا إذا حققَ الشروطَ الثلاثةَ الآتيةَ:

$$9x^2 \quad + \quad 24x \quad + \quad 16$$

① الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ. $9x^2 = (3x)^2$

② الحدُّ الأوسطُ يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلٍّ مِنَ الحدّينِ: الأولِ، والأخيرِ. $24x = 2(3x)(4)$

③ الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ. $16 = 4^2$

مفهومٌ أساسيٌّ: تحليلُ المربعِ الكاملِ الثلاثيِّ الحدودِ

- **بالرموز:** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$
- **مثال:** $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$
  $25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2 = (5x - 3)(5x - 3)$

مثال 4

أحددُ ما إذا كانَتْ كلُّ ثلاثيّةِ حدودٍ ممّا يأتي تمثلُ مربعًا كاملًا أَمْ لا، وإذا كانَتْ تمثلُهُ فأحللُها:

① x^2+6x+9

- هلِ الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم
- هلِ الحدُّ الأوسطُ يساوي $2 \times x \times 3$؟ نعم؛ لأنَّ $6x = 2(x)(3)$
- هلِ الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم؛ لأنَّ $9 = 3^2$

بما أنَّ الشروطَ جميعَها متحققةٌ، فإنَّ $x^2 + 6x + 9$ تشكلُ مربعًا كاملًا.

أكتبُ بصورةِ $a^2 + 2ab + b^2$ $x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2$

أحللُ $= (x+3)^2 = (x+3)(x+3)$

② $x^2+2x+16$

- هلِ الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم
- هلِ الحدُّ الأوسطُ يساوي $2 \times x \times 4$؟ لا؛ لأنَّ $2x \neq 2(x)(4)$
- هلِ الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ نعم؛ لأنَّ $16 = 4^2$

بما أنَّ الشرطَ الثانيَ غيرُ متحققٍ، فإنَّ $x^2 + 2x + 16$ ليسَتْ مربعًا كاملًا، ولا يمكنُ تحليلُهُ.

أتحققُ من فهمي:

⑤ $x^2+10x+\frac{1}{25}$ ليست مربعًا كاملًا، ولا يمكن تحليلها.

④ $4x^2-12x+9$ مربع كامل $(2x-3)^2$

③ $x^2-24x+144$ مربع كامل $(x-12)^2$

حينَ لا تُساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ مِنَ الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثُمَّ اختيارَ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ بحسبِ الترتيبِ المبيّنِ في الجدولِ الآتي:

مثال 4

- أذكّر الطلبة بمفهوم المربع الكامل في الأعداد مثل: $16, 25, 36, \ldots$، وفي المقادير والحدود الجبرية مثل: $x^2, 9y^4, (a-b)^2, (a+b)^2, \ldots$
- أوضح للطلبة مفهوم المربع الكامل ثلاثي الحدود، وأركز على المعلومات الواردة في الصناديق المرتبطة بالحدود الثلاثة.
- أناقش الطلبة في القاعدة الوارد ذكرها في صندوق (**مفهوم أساسي**) التي بيّنت تحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 4 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أطلب إلى الطلبة قراءة ملخص طرق التحليل، ثم أطلب إلى عدد منهم التعبير عنه بلغتهم الخاصة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أنه إذا كان الحد الثابت في ثلاثي الحدود سالبًا فإن ثلاثي الحدود لا يشكل مربعًا كاملًا.

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة بعدم تحليل المقادير الجبرية تحليلًا كاملًا مثل: $4x^2 - 16y^2 = (2x+4y)(2x-4y)$، ولعلاج ذلك أسأل الطلبة بصورة مستمرة عن وجود عوامل مشتركة بين الحدود داخل الأقواس أم لا.
- قد يحلل بعض الطلبة المقادير الجبرية تحليلًا غير صحيح، ولعلاج ذلك أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة التحليل بضرب عاملي التحليل للحصول على ثلاثي الحدود الأصلي.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–22) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

ملخصُ المفهومِ

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
2 أَوْ أكثرُ	إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	
2	الفرقُ بَيْنَ مربعَينِ	$a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b)$
3	مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
	$x^2 + bx + c$	$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m + n = b$ and $mn = c$
4 أَوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

أتدرب وأحل المسائل

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

① $u^2 - 64$ $(u-8)(u+8)$

② $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25}$ $(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5})(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5})$

③ $36y^2 - 1$ $(6y-1)(6y+1)$

④ $v^4 - 625r^2$ $(v^2-25r)(v^2+25r)$

⑤ $a^2 - w^2z^2$ $(a-wz)(a+wz)$

⑥ $-16y^2 + 49$ $(7-4y)(7+4y)$

أتذكرُ

أتذكرُ أنَّ:

$a^2-b^2 = -b^2 + a^2$

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

⑦ $ab^2 - 100a$ $a(b-10)(b+10)$

⑧ $x - x^3$ $x(1-x)(1+x)$

⑨ $12b^3 + 2b^2 - 192b - 32$ $2(6b+1)(b-4)(b+4)$

⑩ $d^3 - 5d^2 - 100d + 500$ $(d-5)(d-10)(d+10)$

أحددُ أنَّ كلَّ ثلاثيةِ حدودٍ ممّا يأتي تمثلُ مربعًا كاملًا أَمْ لا، وإذا كانَتْ تمثلُهُ فأحللُها:

⑪ $w^2 - 18w + 81$ مربع كامل $(w-9)^2$

⑫ $x^2 + 2x - 1$ ليس مربعا كاملًا

⑬ $y^2 + 8y + 16$ مربع كامل $(y+4)^2$

⑭ $9x^2 - 30x + 10$ ليس مربعا كاملًا

مهارات التفكير العليا

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (25 – 27).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 23, 26 كتاب التمارين: (1–15)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 24, 25, 26 كتاب التمارين: (13–19)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24–27) كتاب التمارين: (20–24)

الوحدةُ 2

معلومةٌ

درجةُ الانصهارِ هِيَ درجةُ الحرارةِ الّتي تتحوّلُ عندَها المادّةُ مِنَ الحالــةِ الصلبةِ إلى الحالةِ السائلةِ، ودرجةُ انصهارِ النحاسِ 1085°C

أحللُ كلًّا ممّا يأتي:

15 $3t^3 + 24t^2 + 48t$
$3t(t + 4)^2$

16 $50g^2 + 40g + 8$
$2(5g + 2)^2$

17 $27g^2 - 90g + 75$
$3(3g - 5)^2$

18 $18y^2 - 48y + 32$
$2(3y - 4)^2$

19 $5x^2 - 60x + 180$
$5(x - 6)^2$

20 $16r^3 - 48r^2 + 36r$
$4r(2r - 3)^2$

21 $12x^2 - 84x + 147$
$3(2x - 7)^2$

22 $4x^2 - 80x + 400$
$4(x - 10)^2$

23 **نحاسٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ صفيحةً مِنَ النحاسِ قبلَ صهرِها وتحويلِها إلى مستطيلٍ لَهُ المساحةُ نفسُها، أجدُ قياسَينِ ممكنَينِ لطولِ المستطيلِ وعرضِهِ بدلالةِ y .
$(7y - 2), (7y + 4)$

24 يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مخططًا لمستودعَيْ تخزينٍ متجاورَينِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ الفرقَ بَيْنَ حجمَيِ المستودعَينِ، ثُمَّ أحللُهُ. $x(4 - x)(4 + x)$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

25 **تحدٍّ:** مثلثٌ قائمُ الزاويةِ مساحتُهُ $16 - 9y^2$ وحدةً مربعةً. أجدُ قياسَينِ ممكنَينِ لطولِ قاعدتِهِ وارتفاعِهِ بدلالةِ y. $2(3y - 4), (3y + 4)$

26 **أكتشفُ الخطأَ:** حللَ إبراهيمُ المقدارَ $n^2 - 64$ تحليلًا كاملًا على النحوِ الآتي:

$$n^2 - 64 = n^2 - 8^2$$
$$= (n-8)^2$$ ✗

هَلْ إجابتُهُ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
غير صحيحة؛ لأن المقدار فرق بين مربعين. التحليل الصحيح $(n-8)(n+8)$

27 **تبريرٌ:** أصفُ طريقتَينِ لتبسيطِ $(2x-5)^2 - (x-4)^2$، وأبيّنُ أيُّ الطريقتَينِ أسهلُ، مبررًا إجابتي. أنظر الهامش.

28 **أكتبُ** أكتبُ طريقةَ تحليلِ فرقٍ بَيْنَ مربعَينِ. أنظر إجابات الطلبة.

95

إرشادات:

- في سؤال 23 أسأل الطلبة عن أهمية النحاس في الحياة اليومية وعن سبب صهره.
- في السؤال 24 أوضح للطلبة أهمية رسم مخطط قبل البدء بتنفيذ البناء، وهذا ما هو معمول به في بناء العمارات والجسور وصناعة السيارات.

إجابة أتدرب وأحل المسائل:

27) الطريقة الأولى تحليل فرق بين مربعين:

$$\big((2x-5)-(x-4)\big)\big((2x-5)+(x-4)\big)$$
$$= (x-1)(3x-9) = 3(x-1)(x-3)$$

الطريقة الثانية فك الأقواس ثم التحليل:

$$4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 8x + 16) = 3x^2 - 12x + 9$$
$$= 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x-1)(x-3)$$

الطريقة الأولى أسهل؛ لأنها تختصر الوقت، وتتجنب فك الأقواس؛ فتكون نسبة الخطأ فيها أقل.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة الإثرائية الآتية:

» **أحلل كلًّا مما يأتي:**

1 $9x^4 - 37x^2y^2 + 4y^4$

$(3x^2 - 2y^2 - 5xy)(3x^2 - 2y^2 + 5xy)$

2 $4x^4 - 21x^2y^2 + 9y^4$

$(2x^2 - 3y^2 - 3xy)(2x^2 - 3y^2 + 3xy)$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات تحليل مقادير جبرية باستخدام القطع الجبرية كما يأتي:
- تحليل فرق بين مربعين مثل $x^2 - 16$. يمكن الاستعانة بنماذج شبيهة بالنموذج صفحة 70 من كتاب الطالب.
- تحليل ثلاثيات حدود مثل $x^2 + 10x + 25$ أو $x^2 - 6x + 9$ بتكوين مربع، بحيث يكون طول ضلع المربع الناتج أحد العاملين المتساويين لتحليل ثلاثي الحدود.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلل كلًّا مما يأتي:**

3 $m^2 - 16$ $(m-4)(m+4)$

4 $4x^2 - 9y^2$ $(2x-3y)(2x+3y)$

5 $x^3 - 25xr^2$ $x(x-5r)(x+5r)$

6 $w^2 - 18w + 81$ $(w-9)^2$

7 $2y^2 + 16y + 32$ $2(y+4)^2$

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- كتابة مقادير جبرية نسبية بأبسط صورة.

نتاجات التعلم القبلي:

- إجراء العمليات الحسابية الأربع على الكسور.
- كتابة الكسور بأبسط صورة.
- تحليل العبارات الجبرية.
- ضرب المقادير الجبرية وتبسيطها.
- تبسيط مقادير أسية باستخدام قوانين الأسس.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أكتب النص الآتي على اللوح:

  » حوضان للسباحة كل منهما على شكل متوازي مستطيلات، حجم الأول $10x^2y^6$ وحدة مكعبة، وحجم الثاني $20x^4y^3$ وحدة مكعبة.

- أطلب إلى الطلبة كتابة نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني. $\frac{10x^2y^6}{20x^4y^3}$
- أطلب إلى الطلبة كتابة النسبة بين حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني بأبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. $\frac{y^3}{2x^2}$

الدرسُ 5 تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ مقاديرَ جبريةً نسبيةً في أبسطِ صورةٍ.

المصطلحاتُ

المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ.

أستكشفُ

يمثلُ المقدارُ الجبريُّ $x^3 + 5x^2 + 4x$ حجمَ حجرِ بناءٍ عازلٍ للحرارةِ بالسنتيمترِ المكعبِ. إذا كانَتْ مساحةُ قاعدةِ الحجرِ $(x^2 + x)$ سنتيمترًا مربعًا، فأجدُ ارتفاعَهُ بدلالةِ x.

المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ (rational algebraic expression) هُوَ كسرٌ بسطُهُ ومقامُهُ مقدارانِ جبريّانِ.

$\frac{3a-2}{a^2+6a+8}$ $\frac{6xy^4}{5y}$ $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

مقاديرُ جبريةٌ نسبيةٌ

يكونُ المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العاملُ المشتركُ الأكبرُ لكلٍّ مِنْ بسطِهِ ومقامِهِ يساوي 1

مثال 1 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $\frac{-5x^2y^3}{20x^4y}$

العاملُ المشتركُ الأكبرُ للبسطِ والمقامِ يساوي $(5x^2y)$

$$\frac{-5x^2y^3}{20x^4y} = \frac{(5x^2y)(-y^2)}{(5x^2y)(4x^2)}$$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(5x^2y)$

$$= \frac{\cancel{(5x^2y)}(-y^2)}{\cancel{(5x^2y)}(4x^2)}$$

أبسطُ

$$= \frac{-y^2}{4x^2}$$

أتحققُ من فهمي:

② $\frac{35yz^2}{14y^2z}$ $\frac{5z}{2y}$

③ $\frac{14a^3b^2}{42ab^3}$ $\frac{a^2}{3b}$

96

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - ماذا يعني عازل للحرارة؟ لا يسمح بانتقال درجة الحرارة بين الجو الخارجي وداخل البناء.
  - ما شكل الحجر؟ متوازي مستطيلات.
  - ما صيغة حساب حجم متوازي مستطيلات؟
    الحجم = الطول × العرض × الارتفاع = مساحة القاعدة × الارتفاع
  - كيف أجد ارتفاع متوازي مستطيلات؟ أقسم حجمه على مساحة قاعدته.
  - ما ارتفاع الحجر بدلالة x؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أقدم للطلبة مفهوم المقدار الجبري النسبي مع الأمثلة، وأسترشد بما ورد في الفقرة الأولى من الدرس.
- أذكّر الطلبة بمفهوم (ع. م. أ) في الأعداد، وأقدّم مثالًا عدديًّا أكتب فيه كسرًا بأبسط صورة؛ بقسمة البسط والمقام على (ع. م. أ) بينهما.
- أذكّر الطلبة بمفهوم (ع. م. أ) بين الحدود الجبرية عن طريق أمثلة مناسبة.
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

ملاحظاتي

✓ **إرشاد:** يمكن حل المثال باستخدام قوانين الأسس ومقارنة النتيجتين معًا.

مثال 2

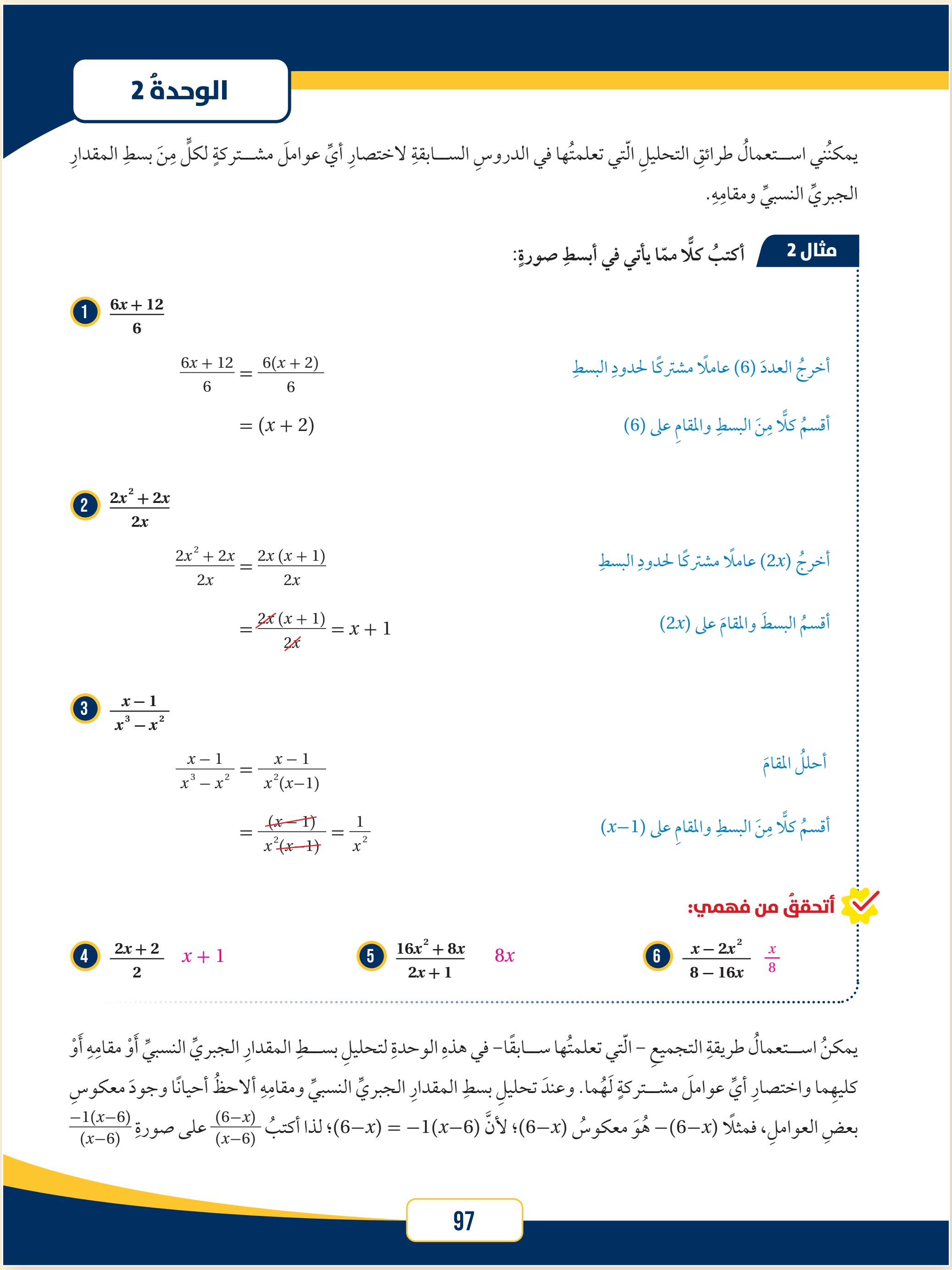
- أذكّر الطلبة بطرائق التحليل التي تعلموها في الدروس السابقة.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 2 على اللوح، وأذكّرهم بطريقة التحليل التي استُعمِلت في كل سؤال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة التحقق بعد الانتهاء من حل المسألة أن العامل المشترك الأكبر بين البسط والمقام 1 لضمان أن الناتج في أبسط صورة.

مثال 3

- أذكّر الطلبة بالتحليل بطريقة التجميع التي تعلموها في درس سابق، وأذكّرهم بأن $(b-a) = -(a-b)$
- أناقش مع الطلبة حل المثال 3 على اللوح، وأذكّرهم بطريقة التحليل التي استعملت في كل فرع من أفرع المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية اختصار العامل ومعكوسه بين البسط والمقام ووضع الإشارة السالبة مباشرة، دون الحاجة إلى خطوة إخراج -1 عاملًا مشتركًا من حدود المعكوس أولًا.



يمكنُني اســتعمالُ طرائقِ التحليلِ الّتي تعلمتُها في الدروسِ الســابقةِ لاختصارِ أيِّ عواملَ مشــتركةٍ لكلٍّ مِنَ بسطِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ ومقامِهِ.

مثال 2 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $\dfrac{6x+12}{6}$

أخرجُ العددَ (6) عاملًا مشتركًا لحدودِ البسطِ

$$\frac{6x+12}{6} = \frac{6(x+2)}{6}$$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على (6)

$$= (x+2)$$

② $\dfrac{2x^2+2x}{2x}$

أخرجُ $(2x)$ عاملًا مشتركًا لحدودِ البسطِ

$$\frac{2x^2+2x}{2x} = \frac{2x\,(x+1)}{2x}$$

أقسمُ البسطَ والمقامَ على $(2x)$

$$= \frac{\cancel{2x}\,(x+1)}{\cancel{2x}} = x+1$$

③ $\dfrac{x-1}{x^3-x^2}$

أحللُ المقامَ

$$\frac{x-1}{x^3-x^2} = \frac{x-1}{x^2(x-1)}$$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(x-1)$

$$= \frac{\cancel{(x-1)}}{x^2\cancel{(x-1)}} = \frac{1}{x^2}$$

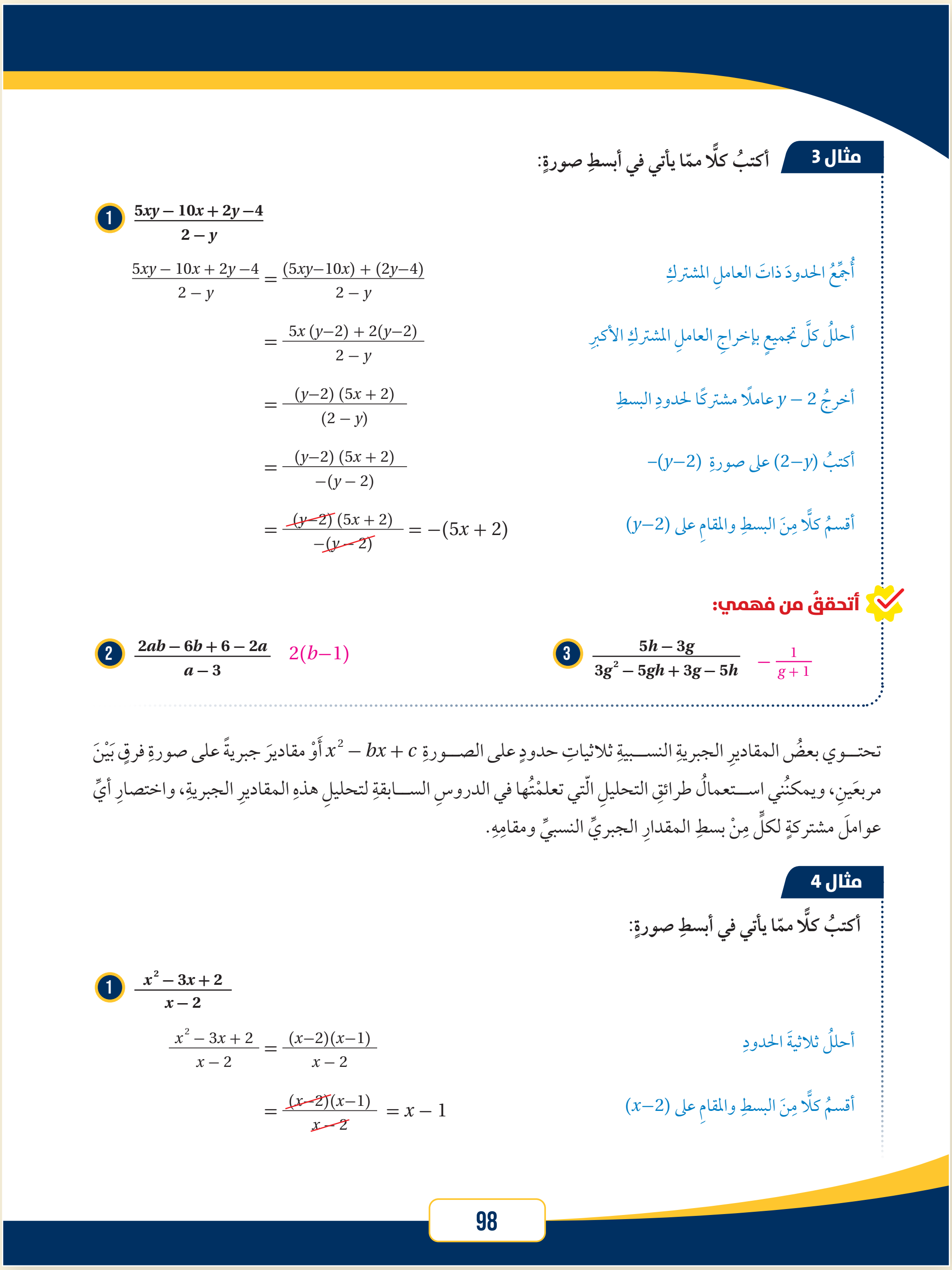
أتحققُ من فهمي:

④ $\dfrac{2x+2}{2}$ $x+1$

⑤ $\dfrac{16x^2+8x}{2x+1}$ $8x$

⑥ $\dfrac{x-2x^2}{8-16x}$ $\dfrac{x}{8}$

يمكنُ اســتعمالُ طريقةِ التجميعِ - الّتي تعلمتُها ســابقًا- في هذهِ الوحدةِ لتحليلِ بســطِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ أَوْ مقامِهِ أَوْ كليهِما واختصارِ أيِّ عواملَ مشــتركةٍ لَهُما. وعندَ تحليلِ بسطِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ ومقامِهِ ألاحظُ أحيانًا وجودَ معكوسِ بعضِ العواملِ، فمثلًا $(x-6)$ هُوَ معكوسُ $(6-x)$؛ لأنَّ $(6-x) = -1(x-6)$؛ لذا أكتبُ $\dfrac{(6-x)}{(x-6)}$ على صورةِ $\dfrac{-1(x-6)}{(x-6)}$



مثال 3

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $\frac{5xy-10x+2y-4}{2-y}$

أُجمِّعُ الحدودَ ذاتَ العاملِ المشتركِ $\frac{5xy-10x+2y-4}{2-y}=\frac{(5xy-10x)+(2y-4)}{2-y}$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $=\frac{5x\,(y-2)+2(y-2)}{2-y}$

أخرجُ $y-2$ عاملًا مشتركًا لحدودِ البسطِ $=\frac{(y-2)\,(5x+2)}{(2-y)}$

أكتبُ $(2-y)$ على صورةِ $-(y-2)$ $=\frac{(y-2)\,(5x+2)}{-(y-2)}$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(y-2)$ $=\frac{\cancel{(y-2)}\,(5x+2)}{-\cancel{(y-2)}}=-(5x+2)$

أتحققُ من فهمي:

② $\frac{2ab-6b+6-2a}{a-3}$ $2(b-1)$

③ $\frac{5h-3g}{3g^2-5gh+3g-5h}$ $-\frac{1}{g+1}$

تحتوي بعضُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ ثلاثياتِ حدودٍ على الصورةِ x^2-bx+c أَوْ مقاديرَ جبريةً على صورةِ فرقٍ بَيْنَ مربعَينِ، ويمكنُني استعمالُ طرائقِ التحليلِ الّتي تعلمْتُها في الدروسِ السابقةِ لتحليلِ هذهِ المقاديرِ الجبريةِ، واختصارِ أيِّ عواملَ مشتركةٍ لكلٍّ مِنْ بسطِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ ومقامِهِ.

مثال 4

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $\frac{x^2-3x+2}{x-2}$

أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ $\frac{x^2-3x+2}{x-2}=\frac{(x-2)(x-1)}{x-2}$

أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(x-2)$ $=\frac{\cancel{(x-2)}(x-1)}{\cancel{x-2}}=x-1$

مثال 4

- أذكّر الطلبة بتحليل ثلاثيات الحدود وتحليل الفرق بين مربعين وتحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود التي تعلموها في الدرسين السابقين.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 4 على اللوح، وأذكّرهم بطريقة التحليل التي استعملت في كل فرع من أفرع المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة بالاختصار بصورة غير صحيحة كما في الأمثلة الآتية:
  - $\frac{\cancel{2}x}{x+\cancel{2}}=\frac{x}{x+1}$
  - $\frac{\cancel{x}+2}{\cancel{x}+3}=\frac{2}{3}$
  - $\frac{5\cancel{x}+y}{\cancel{x}}=5+y$

ولعلاج ذلك أوضح للطلبة أن الاختصار يكون بين العوامل المشتركة في البسط والمقام، فمثلًا في الحالة الأولى 2 ليس من عوامل المقام، أما في الحالة الثانية فإن x ليس عاملًا من عوامل البسط أو المقام، وفي الحالة الثالثة x ليس عاملًا من عوامل البسط.

مثال 5: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية تبسيط المقادير الجبرية النسبية في كثير من التطبيقات العلمية والهندسية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أوضّح لهم المطلوب في المسألة.
- أناقش حل المثال مع الطلبة على اللوح، وأبيّن لهم ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشاد: يمكن الربط بين مثال 5 والمسألة المطروحة في فقرة **(أستكشف)** في هذا الدرس وسؤال الطلبة عن المعطى والمطلوب وكيفية الحل في كل منهما.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميّزين كتابة مسألة حياتية على تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

② $\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

$$\frac{x^2+6x+8}{x^2-16}=\frac{(x+2)(x+4)}{(x-4)\,(x+4)}$$ أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ في البسطِ والفرقَ بَيْنَ المربعَينِ في المقامِ

$$=\frac{(x+2)\cancel{(x+4)}}{(x-4)\,\cancel{(x+4)}}=\frac{x+2}{x-4}$$ أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(x+4)$

③ $\dfrac{x^2+10x+25}{x^2+5x}$

$$\frac{x^2+10x+25}{x^2+5x}=\frac{(x+5)^2}{x^2+5x}$$ أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ في البسطِ

$$=\frac{(x+5)\,(x+5)}{x(x+5)}$$ أخرجُ x عاملًا مشتركًا لحدودِ المقامِ

$$=\frac{(x+5)\,\cancel{(x+5)}}{x\cancel{(x+5)}}=\frac{x+5}{x}$$ أقسمُ كلًّا مِنَ البسطِ والمقامِ على $(x+5)$

أتحققُ من فهمي:

④ $\dfrac{x^2-12x+36}{x-6}$ $x-6$

⑤ $\dfrac{x^2+9x+8}{x^2-64}$ $\dfrac{x+1}{x-8}$

⑥ $\dfrac{x^2+8x+16}{2x+8}$ $\dfrac{x+4}{2}$

يُستعملُ تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ العلميةِ والهندسيةِ.

مثال 5: مِنَ الحياةِ

تحفظُ عائشةُ ألعابَها في صندوقٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ حجمُهُ x^3+11x^2+10x سنتيمترًا مكعبًا وارتفاعُهُ $(x+1)$ سنتيمترًا. أجدُ مساحةَ قاعدةِ الصندوقِ بدلالةِ x

حجمُ الصندوقِ V يساوي مساحةَ القاعدةِ B مضروبًا في الارتفاعِ h. إذنْ، مساحةُ القاعدةِ تساوي ناتجَ قسمةِ الحجمِ على الارتفاعِ.

قانونُ مساحةِ القاعدةِ $B = \frac{V}{h}$

أعوضُ $= \frac{x^3 + 11x^2 + 10x}{(x + 1)}$

أخرجُ (x) عاملًا مشتركًا لحدودِ البسطِ $= \frac{x(x^2 + 11x + 10)}{(x + 1)}$

أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ الّتي داخلَ القوسِ $= \frac{x(x + 10)\,(x + 1)}{(x + 1)}$

أبسطُ $= x(x + 10)$

إذنْ، مساحةُ قاعدةِ الصندوقِ $x(x + 10)$ cm

أتحققُ من فهمي:

مخروطُ مثلجاتٍ حجمُهُ $49w - w^3$ سنتيمترًا مكعبًا، ومساحةُ قاعدتِهِ $w^2 + 7w$ سنتيمترًا مربعًا، أجدُ ارتفاعَهُ بدلالةِ x. $3(w - 7)$

أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

① $\frac{64qr^2s}{16q^2rs}$ $\frac{4r}{q}$

② $\frac{24a^3b^4c^7}{6a^6c^2}$ $\frac{4b^4c^5}{a^3}$

③ $\frac{y^2+yz-y-z}{y+z}$ $y - 1$

④ $\frac{n^2 - 9}{n^2 - 5n + 6}$ $\frac{n + 3}{n - 2}$

⑤ $\frac{x^2-x-30}{x^2-36}$ $\frac{x + 5}{x + 6}$

⑥ $\frac{w^4 - 1}{1-w^2}$ $-(w^2 + 1)$

⑦ $\frac{4x^3-12x^2+8x}{6x^3+6x^2-36x}$ $\frac{2(x-1)}{3(x+3)}$

⑧ $\frac{x^2-81}{2x-18}$ $\frac{x+9}{2}$

⑨ $\frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}$ $\frac{x-1}{x+5}$

⑩ **قياسٌ:** يظهرُ في الشكلِ المجاورِ عُبوّتا معلباتٍ غذائيةٍ لَهُما الحجمُ نفسُهُ. أجدُ ارتفاعَ العبوّةِ الّتي على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ بدلالةِ a. $\frac{(a+4)\pi}{2}$

100

إرشاد: في السؤال 10 أذكّر الطلبة بقانون حجم الأسطوانة.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–10) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 11 أؤكد أهمية ممارسة حق الانتخاب لكل من تنطبق عليه الشروط ويدرَج اسمه في قوائم الناخبين.

مهارات التفكير العليا

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (15–17).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

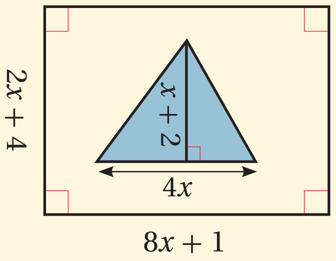
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12 كتاب التمارين: (1–15)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (11–14) كتاب التمارين: (10–16)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12, (15–17) كتاب التمارين: (16–18)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة الإثرائية الآتية:

① معتمدًا الشكل الآتي، أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة على صورة مقدار نسبي بأبسط صورة. $\frac{x}{8x+1}$



② أكتب مقدارًا جبريًّا نسبيًّا يصبح بعد تبسيطه $\frac{7x}{x+3}$.

إجابة ممكنة: $\frac{14x^2}{2x^2+6x}$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة استكمال العمل بالمشروع باختيار أحد المقادير الجبرية التي حللتها المجموعة باستخدام القطع الجبرية، وشرح كيفية تحليلها، والصعوبات التي واجهتهم وكيف تغلّبوا عليها.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى النظر في بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

① $\frac{5x^2y}{15xy^3}$ $\frac{x}{3y^2}$

② $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ $\frac{x-1}{x+1}$

③ $\frac{3y^2+6y}{y^2-4}$ $\frac{3y}{y-2}$

④ $\frac{x^2-2x-15}{x^2-7x+10}$ $\frac{x+3}{x-2}$

الوحدةُ 2

معلومةٌ

تأسسَتِ الهيئةُ المستقلةُ للانتخاباتِ عامَ 2012 بوصفِها جهةً مستقلةً تُعنى بإدارةِ الانتخاباتِ في المملكةِ الأردنيةِ الهاشميةِ والإشرافِ عَلَيْها.

⑪ **انتخاباتٌ:** صندوقُ اقتراعٍ على هيئةِ متوازي مستطيلاتٍ، حجمُهُ (x^3-8x^2+15x) سنتيمترًا مكعبًا، ومساحةُ قاعدتِهِ (x^2-3x) سنتيمترًا مربعًا، أجدُ ارتفاعَ الصندوقِ.

$x-5$

⑫ **هندسةٌ:** المستطيلُ A طولُهُ $(2x+6)$ وحدةٍ وعرضُهُ $(3x)$ وحدةٍ، والمستطيلُ B طولُهُ $(x+2)$ وحدةٍ ومساحتُهُ تزيدُ بمقدارِ 12 وحدةً مربعةً على مساحةِ المستطيلِ A. أكتبُ مقدارًا جبريًّا في أبسطِ صورةٍ يمثلُ عرضَ المستطيلِ B. $6(x+1)$

هندسةٌ: أكتبُ في أبسطِ صورةٍ النسبةَ المئويّةَ لمساحةِ المنطقةِ المظلّلةِ منَ الشكلِ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑬ $3x$ $6x$

$\frac{9x^2\pi}{36x^2\pi} \times 100\% = \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$

⑭ $5w$ $2w$ $5w$ $2w$

$\frac{25w^2}{\frac{1}{2}(14w)(5w)} \times 100\% =$

$\frac{5}{7} \times 100\% \approx 71.4\%$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

⑮ **تحدٍّ:** كتبَتْ سوسنُ مقدارًا جبريًّا نسبيًّا بأبسطِ صورةٍ، ثُمَّ انسكبَ بعضُ القهوةِ على أجزاءٍ مِنَ الحلِّ، هَلْ يمكنُ تحديدُ المقدارِ الجبريِّ الأصليِّ؟

$\frac{\quad}{\quad} = \frac{4x\quad}{2(x+3)} = 2x$

$\frac{4x^2+12x}{2x+6} = \frac{4x(x+3)}{2(x+3)} = 2x$

⑯ **تحدٍّ:** مقدارٌ جبريٌّ نسبيٌّ على صورةِ $\frac{x^2+bx-c}{x^2+d}$، وعندَ كتابتِهِ في أبسطِ صورةٍ يصبحُ $\frac{x-7}{(x+2)}$، هَلْ يمكنُ تحديدُ قيمةِ كلٍّ مِنْ b, c, d؟ $d=-4, b=-9, c=-14$

⑰ **تحدٍّ:** أكتبُ المقدارَ الجبريَّ الآتيَ في أبسطِ صورةٍ:

$\frac{m^2-n^2}{m^2+11mn+10n^2}$ $\frac{m-n}{m+10n}$

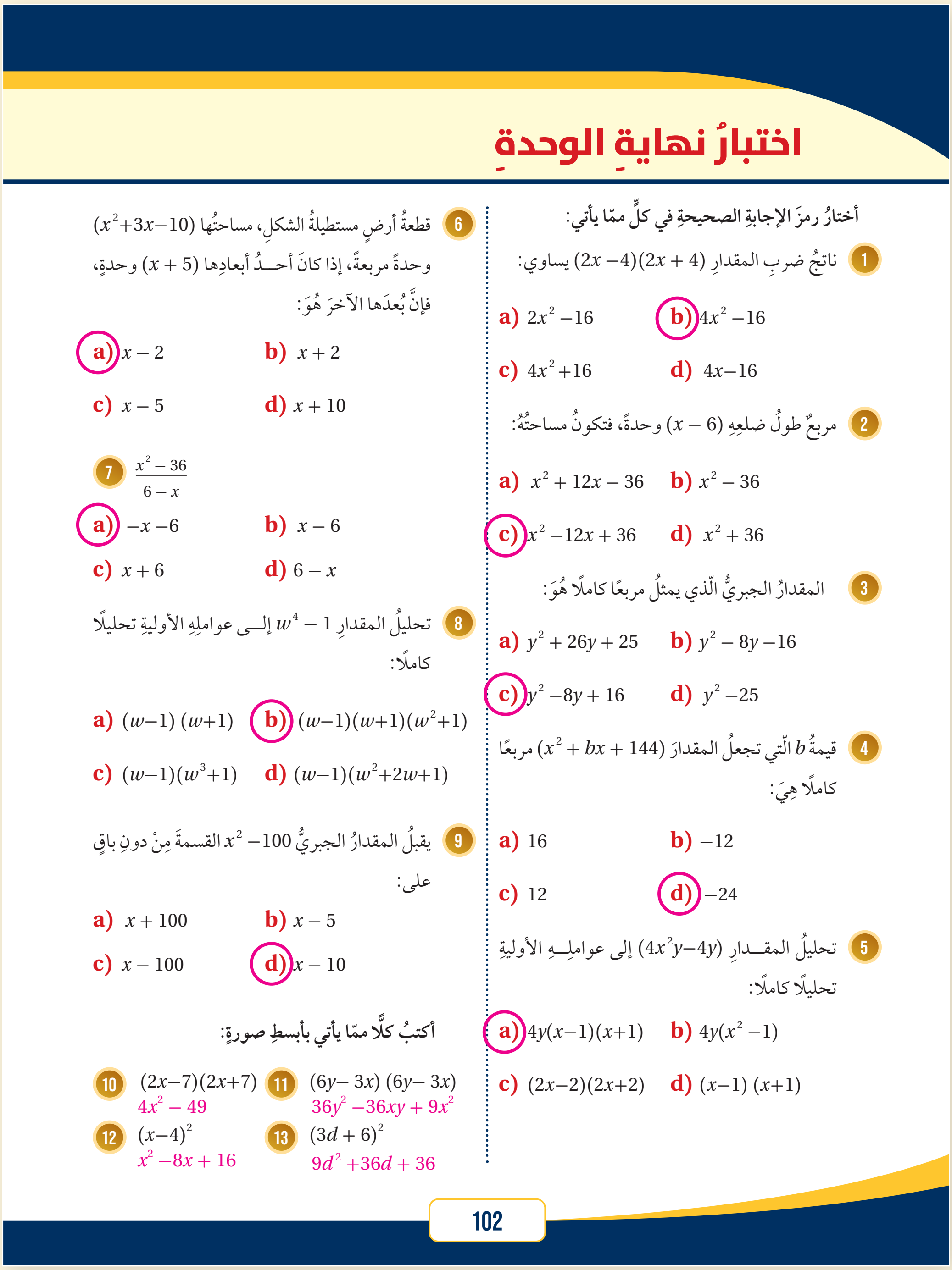
⑱ **أكتبُ** أكتبُ فقرةً أبيّنُ فيها كيفيةَ تبسيطِ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ.

أنظر إجابات الطلبة.

101

إرشادات:

- في السؤالين 13 و 14 ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة الإجابة على صورة نسبة مئوية.
- في السؤال 15 (**تحدّ**)، أوجّه الطلبة إلى توظيف ما تعلموه لتحديد المقدار الجبري المغطى بالقهوة، فمثلًا يمكن تطبيق استراتيجية الحل العكسي، مع تأكيد ضرورة تقديم التبرير المناسب.
- في السؤال 16 (**تحدّ**)، يجب أن يكون $(x+2)$ عاملًا من عوامل المقام؛ أي صورة -2 تساوي صفرًا. كذلك $(x-2)$ و $(x-7)$ عاملان من عوامل البسط؛ أي أن صورة 2 تساوي صفرًا وصورة 7 تساوي صفرًا.
- في سؤال 17 (**تحدّ**)، المقام ثلاثي حدود يمكن تحليله؛ لذا يجب أن يكون أحد عوامله $(m+n)$ ليتم الاختصار مع البسط.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 ناتجُ ضربِ المقدارِ $(2x+4)(2x-4)$ يساوي:

a) $2x^2-16$ [✓ b)] $4x^2-16$

c) $4x^2+16$ d) $4x-16$

2 مربعٌ طولُ ضلعِهِ $(x-6)$ وحدةً، فتكونُ مساحتُهُ:

a) $x^2+12x-36$ b) x^2-36

[✓ c)] $x^2-12x+36$ d) x^2+36

3 المقدارُ الجبريُّ الّذي يمثلُ مربعًا كاملًا هُوَ:

a) $y^2+26y+25$ b) $y^2-8y-16$

[✓ c)] $y^2-8y+16$ d) y^2-25

4 قيمةُ b الّتي تجعلُ المقدارَ $(x^2+bx+144)$ مربعًا كاملًا هِيَ:

a) 16 b) −12

c) 12 [✓ d)] −24

5 تحليلُ المقدارِ $(4x^2y-4y)$ إلى عواملِهِ الأوليةِ تحليلًا كاملًا:

[✓ a)] $4y(x-1)(x+1)$ b) $4y(x^2-1)$

c) $(2x-2)(2x+2)$ d) $(x-1)(x+1)$

6 قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ، مساحتُها $(x^2+3x-10)$ وحدةً مربعةً، إذا كانَ أحدُ أبعادِها $(x+5)$ وحدةٍ، فإنَّ بُعدَها الآخرَ هُوَ:

[✓ a)] $x-2$ b) $x+2$

c) $x-5$ d) $x+10$

7 $\frac{x^2-36}{6-x}$

[✓ a)] $-x-6$ b) $x-6$

c) $x+6$ d) $6-x$

8 تحليلُ المقدارِ w^4-1 إلــى عواملِهِ الأوليةِ تحليلًا كاملًا:

a) $(w-1)(w+1)$ [✓ b)] $(w-1)(w+1)(w^2+1)$

c) $(w-1)(w^3+1)$ d) $(w-1)(w^2+2w+1)$

9 يقبلُ المقدارُ الجبريُّ x^2-100 القسمةَ مِنْ دونِ باقٍ على:

a) $x+100$ b) $x-5$

c) $x-100$ [✓ d)] $x-10$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

10 $(2x-7)(2x+7)$
$4x^2-49$

11 $(6y-3x)(6y-3x)$
$36y^2-36xy+9x^2$

12 $(x-4)^2$
$x^2-8x+16$

13 $(3d+6)^2$
$9d^2+36d+36$

102

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجّه الطلبة إلى (**اختبار نهاية الوحدة**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1 – 9) فرديًّا.
- أختـار بعض الإجابـات غير الصحيحة، وأناقشـها مع الصف، وأبيّن الخطأ، وأقدّم الصواب.
- أوزّع الطلبـة إلـى مجموعات رباعية، ثـم أطلب إليهم حل المسـائل (10 – 27)، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشـدهم وأوجههـم، وأقـدم لهـم التغذيـة الراجعة اللازمـة، ثم أحدّد المسـائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حل الأسـئلة فـي بنـد (**تدريب على الاختبـارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقشـهم فـي إجاباتها على اللوح.
- أحفّز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدّيـة، وأحـرص على تضميـن اختباراتي المدرسـية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.

إرشادات:

- فـي سـؤال 17 أوضح للطلبة سـبب وجود مهبط للطائرات العمودية في المستشفيات.
- فـي سـؤال 25 أذكّـر الطلبـة باسـتخدام نظريـة فيثاغورس لإيجاد y^2.

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

⑭ $3yw^2-12y+2w^2-8$ $(w-2)(w+2)(3y+2)$

⑮ $x^2-10x+25$ $(x-5)^2$

⑯ $9y^2-4$ $(3y-2)(3y+2)$

⑰ يبيّنُ الشـكلُ المجـاورُ مهبطًا للطائـراتِ العموديةِ في إحدى المستشـفياتِ، فـإذا كانَ طولُ نصفِ قطـرِ الدائرةِ الصغرى يقـلُّ 8 أمتارٍ عَنْ طولِ نصفِ قطرِ الدائرةِ الكبرى، فأكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثلُ الفرقَ بَيْنَ مساحتَيِ الدائرتَينِ، ثُمَّ أحللُهُ تحليلًا كاملًا.

أنظر الهامش.

⑱ **كرةُ قدمٍ:** ملعبُ كرةِ قدمٍ مسـاحتُهُ $(x^2-28x-29)$ مترًا مربعًا، وطولُهُ $(x+1)$ مترًا، أجدُ محيطَهُ بدلالةِ x.

عرض الملعب $(x-29)$ متر ، محيط الملعب $(4x-56)$ متر .

أحللُ كلًّا مِنَ المقاديرِ الجبريةِ الآتيةِ تحليلًا كاملًا:

⑲ $4s^2-s+12st-3t$ $(4s-1)(s+3t)$

⑳ $6m^3-12mn+m^2n-2n^2$ $(m^2-2n)(6m+n)$

㉑ $x^2-18x+72$ $(x-12)(x-6)$

㉒ $3x^2-48$ $3(x-4)(x+4)$

㉓ $100-(x+9y)^2$ $(10-x-9y)(10+x+9y)$

㉔ $3x^2-15x+18$ $3(x-6)(x+1)$

㉕ يستندُ سـلّمٌ إلى حائطٍ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ طولُ السلّمِ x وارتفاعُ الحائطِ 3m، فأجدُ المقـدارَ الجبريَّ الذي يمثّلُ مربعَ المسافةِ الأفقيةِ بَيْنَ الحائطِ والسلّمِ، ثُمَّ أحللُهُ.

$y^2=x^2-9=(x-3)(x+3)$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

㉖ $\frac{5x+15}{x^2+10x+21}$ $\frac{5}{x+7}$

㉗ $\frac{2x^2+6x+4}{3x^2+9x+6}$ $\frac{2}{3}$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

㉘ أيُّ الآتيةِ عاملانِ لثلاثيِّ الحدودِ x^2+x-42؟

a) $(x-7)(x-6)$ [✓ **b)** $(x+7)(x-6)$]

c) $(x-7)(x+6)$ **d)** $(x+7)(x+6)$

㉙ عندَ كتابةِ المقدارِ الجبـريِّ $(2x+5)(2x-5)$ في أبسطِ صورةٍ ينتجُ:

a) $4x^2-20x-25$ **b)** $4x^2+20x+25$

[✓ **c)** $4x^2-25$] **d)** $2x^2-5$

㉚ إذا كانَ n عددًا صحيحًـا موجبًا، فإنَّ حاصلَ ضربِ عددٍ سابقٍ في عددٍ لاحقٍ لَهُ يُعطى بالعلاقةِ:

[✓ **a)** n^2-1] **b)** n^2+1

c) n^2-2 **d)** $(n+1)^2$

㉛ إذا كانَ $a^2-b^2=33$, $a-b=3$، فأجـدُ قيمـةَ $a+b$:

a) 14 **b)** 30 **c)** 36 [✓ **d)** 11]

إجابة اختبار نهاية الوحدة:

17) x : طول نصف قطر الدائرة الصغرى، فيكون طول نصف قطر الدائرة الكبرى $x+8$.

$$A_1=(x+8)^2\pi, A_2=x^2\pi$$

$$A=A_1-A_2=16\pi(x+4)$$

كتاب التمارين

الوحدة 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أستعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

استعمالُ قوانينِ الأُسُسِ الصحيحةِ في تبسيطِ المقاديرِ الجبريةِ (الدرسُ 1)

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

❶ $2 \times y$ $2y$

❷ $2n \times 6m$ $12nm$

❸ $4t \times 3t^3$ $12\,t^4$

❹ $2x^2 \times y^2 \times x^4$ $2x^6y^2$

مثالٌ: أجدُ ناتجَ $4m^2 \times 3y^2 \times m^3$ بأبسطِ صورةٍ:

$4m^2 \times 3y^2 \times m^3 = 4 \times 3 \times m^2 \times m^3 \times y^2$ الخاصيةُ التبديليةُ

$= (4 \times 3) \times (m^2 \times m^3) \times y^2$ الخاصيةُ التجميعيةُ

$= 12m^5y^2$ قاعدةُ ضربِ القوى

جَمْعُ الْمَقاديرِ الْجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُها (الدَّرْسُ 1)

أَكْتُبُ كُلَّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي في أَبْسَطِ صورَةٍ:

❺ $6x + 2x$ $8x$

❻ $2.5y + 0.5y$ $3y$

❼ $3gf - gf$ $2gf$

❽ $12yu^5 - 6yu^5$ $6yu^5$

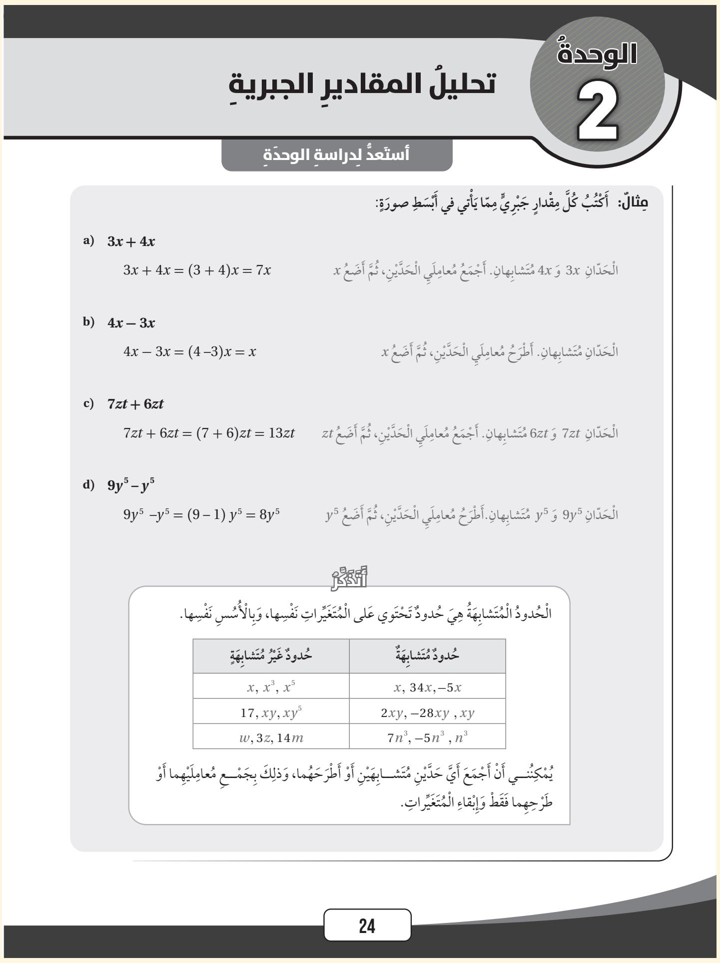
❾ $3.5x + 1.5x$ $5x$

❿ $7y + 4y$ $11y$

⓫ $c^3r - 6c^3r$ $-5c^{3r}$

⓬ $bd - 4bd$ $-3bd$

23



الوحدة 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أستعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مِثالٌ: أَكْتُبُ كُلَّ مِقْدارٍ جَبْرِيٍّ مِمّا يَأْتي في أَبْسَطِ صورَةٍ:

a) $\mathbf{3x + 4x}$

$3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$ الْحَدّانِ $3x$ وَ $4x$ مُتَشابِهانِ. أَجْمَعُ مُعامِلَيِ الْحَدَّيْنِ، ثُمَّ أَضَعُ x

b) $\mathbf{4x - 3x}$

$4x - 3x = (4 - 3)x = x$ الْحَدّانِ مُتَشابِهانِ. أَطْرَحُ مُعامِلَيِ الْحَدَّيْنِ، ثُمَّ أَضَعُ x

c) $\mathbf{7zt + 6zt}$

$7zt + 6zt = (7 + 6)zt = 13zt$ الْحَدّانِ $7zt$ وَ $6zt$ مُتَشابِهانِ. أَجْمَعُ مُعامِلَيِ الْحَدَّيْنِ، ثُمَّ أَضَعُ zt

d) $\mathbf{9y^5 - y^5}$

$9y^5 - y^5 = (9 - 1)\,y^5 = 8y^5$ الْحَدّانِ $9y^5$ وَ y^5 مُتَشابِهانِ. أَطْرَحُ مُعامِلَيِ الْحَدَّيْنِ، ثُمَّ أَضَعُ y^5

أَتَذَكَّرُ

الْحُدودُ الْمُتَشابِهَةُ هِيَ حُدودٌ تَحْتَوي عَلى الْمُتَغَيِّراتِ نَفْسِها، وَبِالْأُسُسِ نَفْسِها.

حُدودٌ مُتَشابِهَةٌ	حُدودٌ غَيْرُ مُتَشابِهَةٍ
$x, 34x, -5x$	x, x^3, x^5
$2xy, -28xy, xy$	$17, xy, xy^5$
$7n^3, -5n^3, n^3$	$w, 3z, 14m$

يُمْكِنُني أَنْ أَجْمَعَ أَيَّ حَدَّيْنِ مُتَشابِهَيْنِ أَوْ أَطْرَحَهُما، وَذلِكَ بِجَمْعِ مُعامِلَيْهِما أَوْ طَرْحِهِما فَقَطْ وَإِبْقاءِ الْمُتَغَيِّراتِ.

24

الوحدة 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أستعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

ضربُ المقاديرِ الجبريّةِ (الدرسُ 1)

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

⓭ $6 \times (-3b)$ $-18b$

⓮ $-2 \times (4w)$ $-8w$

⓯ $-2u \times 5u$ $-10u^2$

⓰ $8d \times (-7d)$ $-56d^2$

⓱ $3xy \times (-xy^2)$ $-3x^2y^3$

⓲ $(-dq^2)(-3qd)$ $3d^2q^3$

⓳ $(b + 4)(b + 1)$ $b^2 + 5b + 4$

⓴ $(3x - 1)(4x - x^2 + 2)$ $-3x^3 + 13x^2 + 2x - 2$

㉑ $(4 - p)(2p - p^2 + 1)$ $p^3 - 3p^2 + 8xp + 4$

مثالٌ: أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\mathbf{2x(3x - y)}$

$2x(3x - y) = 6x^2 - 2xy$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

b) $\mathbf{(x + 4)(x + 3)}$

$(x + 4)(x + 3) = (x^2 + 3x) + (4x + 12)$

$= x^2 + (3x + 4x) + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خاصيّةِ التوزيعِ بطريقةٍ مختلفةٍ كما يأتي:

$(x + 4)(x + 3)$

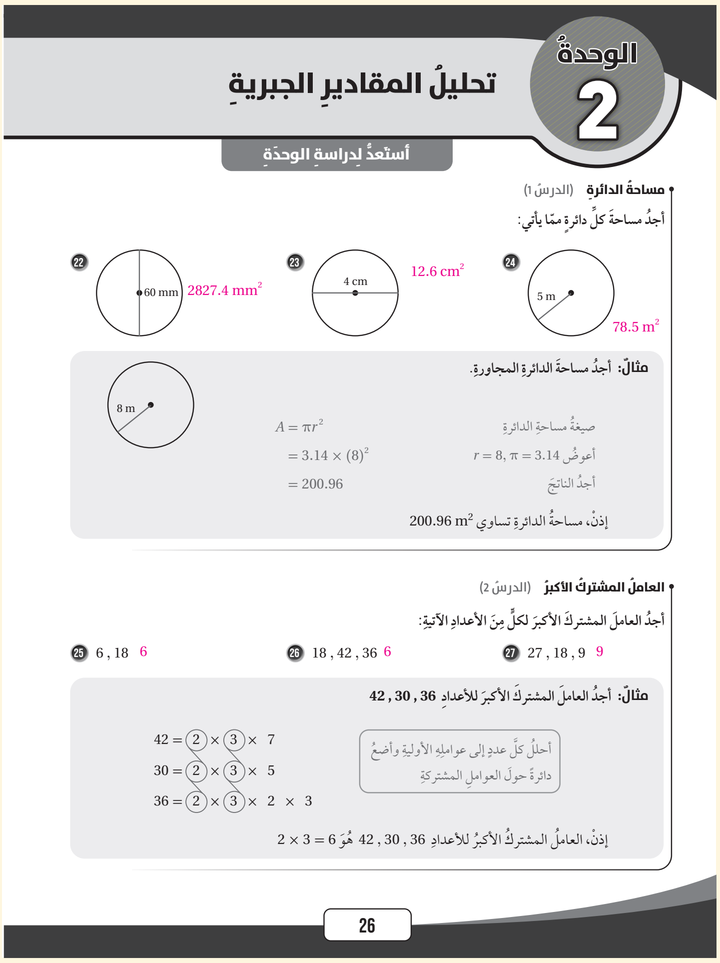
$= x\,(x + 3) + 4(x + 3)$ أفصلُ المقدارَ $(x+4)$ إلى حدَّيْنِ x ، 4 ثم أضربُ كلًّا منْهُما في المقدارِ $(x + 3)$

$= (x^2 + 3x) + (4x + 12)$ أستخدمُ خاصيَّةَ التوزيعِ

$= x^2 + (3x + 4x) + 12$ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

$= x^2 + 7x + 12$ أكتبُ المقدارَ في أبسطِ صورةٍ

25



الوحدة 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أستعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مساحةُ الدائرةِ (الدرسُ 1)

أجدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي:

㉒ 60 mm 2827.4 mm²

㉓ 4 cm 12.6 cm²

㉔ 5 m 78.5 m²

مثالٌ: أجدُ مساحةَ الدائرةِ المجاورةِ.

8 m

$A = \pi r^2$ صيغةُ مساحةِ الدائرةِ

$= 3.14 \times (8)^2$ أعوضُ $r = 8, \pi = 3.14$

$= 200.96$ أجدُ الناتجَ

إذنْ، مساحةُ الدائرةِ تساوي $200.96\ \text{m}^2$

العاملُ المشتركُ الأكبرُ (الدرسُ 2)

أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لكلٍّ مِنَ الأعدادِ الآتيةِ:

㉕ 6 , 18 6

㉖ 18 , 42 , 36 6

㉗ 27 , 18 , 9 9

مثالٌ: أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للأعدادِ 36 , 30 , 42

$42 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 7$

$30 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 5$

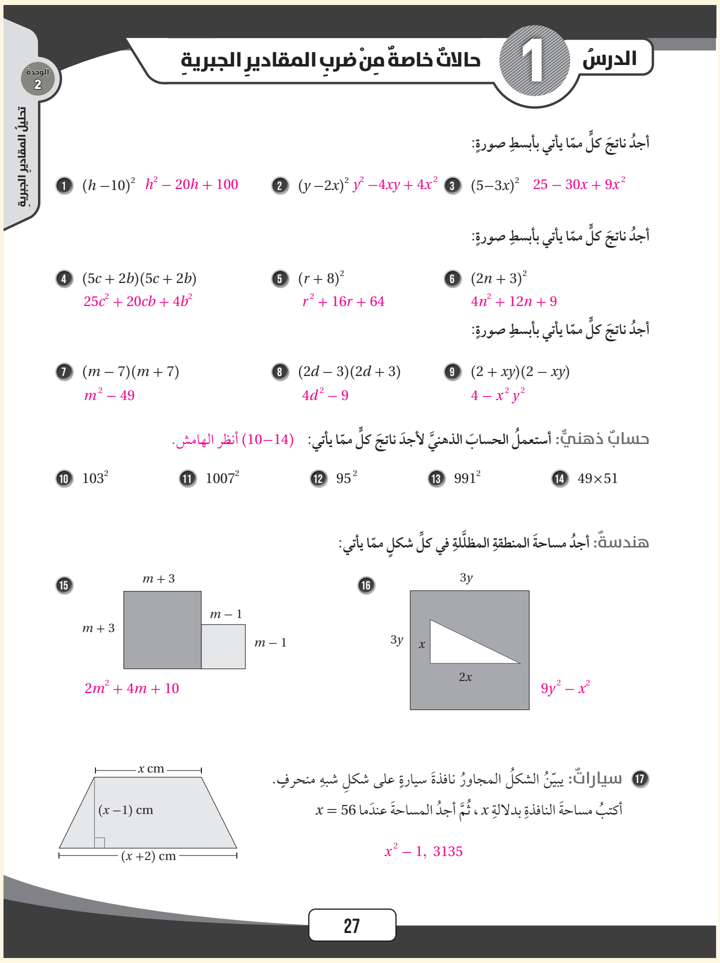
$36 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 2 \times 3$

أحللُ كلَّ عددٍ إلى عواملِهِ الأوليةِ وأضعُ دائرةً حولَ العواملِ المشتركةِ

إذنْ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ للأعدادِ 36 , 30 , 42 هُوَ $2 \times 3 = 6$

26

كتاب التمارين



الوحدة 2

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

الدرسُ 1 حالاتٌ خاصةٌ مِنْ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

① $(h-10)^2$ $h^2-20h+100$

② $(y-2x)^2$ $y^2-4xy+4x^2$

③ $(5-3x)^2$ $25-30x+9x^2$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

④ $(5c+2b)(5c+2b)$ $25c^2+20cb+4b^2$

⑤ $(r+8)^2$ $r^2+16r+64$

⑥ $(2n+3)^2$ $4n^2+12n+9$

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

⑦ $(m-7)(m+7)$ m^2-49

⑧ $(2d-3)(2d+3)$ $4d^2-9$

⑨ $(2+xy)(2-xy)$ $4-x^2y^2$

حسابٌ ذهنيٌّ: أستعملُ الحسابَ الذهنيَّ لأجدَ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي: (10–14) أنظر الهامش.

⑩ 103^2

⑪ 1007^2

⑫ 95^2

⑬ 991^2

⑭ 49×51

هندسةٌ: أجدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

⑮ $2m^2+4m+10$

⑯ $9y^2-x^2$

⑰ **سياراتٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ نافذةَ سيارةٍ على شكلِ شبهِ منحرفٍ. أكتبُ مساحةَ النافذةِ بدلالةِ x، ثُمَّ أجدُ المساحةَ عندَما $x=56$

$x^2-1,\ 3135$

27

الدرسُ 2 التحليلُ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

① $6x^2,\ 2y$ 2

② $21x^3,\ 14x$ $7x$

③ $5x^2,\ 20xy,\ 10y^2x^4$ $5x$

أحللُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

④ $4x-10$ $2(2x-5)$

⑤ $2vx^3+8k^2x^5$ $2x^3(v+4k^2x^2)$

⑥ $12wy^5+4w^3y+16wy^2$ $4wy(3y^4+w^2+4y)$

⑦ $w^2+2w+wy+2y$ $(w+2)(y+w)$

⑧ $6x^3+x^2+6xy+y$ $(6x+1)(x^2+y)$

⑨ $(2x+1)+(2x+1)^2$ $2(2x+1)(x+1)$

⑩ d^3+d^2+d+1 $(d+1)(d^2+1)$

⑪ $2w(x-7)+(7-x)$ $(x-7)(2w-1)$

⑫ $ab+5b+7a+35$ $(a+5)(b+7)$

⑬ **لوحةٌ جداريةٌ:** لوحةٌ جداريةٌ مستطيلةُ الشكلِ مساحتُها $(x^3-3x^2+6x-18)$ وحدةً مربعةً، وطولُها (x^2+6) وحدةً. أجدُ عرضَ اللوحةِ بدلالةِ x. $(x-3)$

⑭ **هندسةٌ:** مثلثٌ قائمُ الزاويةِ مساحتُهُ $3x^2+18x$ وحدةً مربعةً، وارتفاعُهُ $3x$. أجدُ طولَ قاعدتِهِ بدلالةِ x.

طول نصف القاعدة $x+6$، طول القاعدة $2x+12$

⑮ **تغليفٌ:** تغلّفُ شركةٌ منتجَها في صناديقَ كرتونيةٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، إذا علمْتُ أنَّ حجمَ الصندوقِ $(4x^3+12x^2+3x+9)$ وحدةً مكعبةً، ومساحةُ قاعدتِهِ $(4x^2+3)$ وحدةً مربعةً، فأجدُ ارتفاعَهُ بدلالةِ x.

الإرتفاع $x+3$

28

إجابات (الدرس 1):

10) $(100+3)^2=10000+600+9=10609$

11) $(1000+7)^2=1000000+14000+49=1014049$

12) $(100-5)^2=10000-1000+25=9025$

13) $(1000-9)^2=1000000-18000+81=982081$

14) $(50-1)(50+1)=2500-1=2499$

كتاب التمارين

الدرسُ 3 تحليلُ ثلاثياتِ الحدودِ $x^2 + bx + c$

أحلُّ كلًّا ممّا يأتي:

① $x^2 + 2x + 1$ $(x + 1)^2$

② $x^2 + 9x + 20$ $(x+5)(x+4)$

③ $x^2 + 8x + 7$ $(x+1)(x+7)$

④ $x^2 - 7x + 10$ $(x-5)(x-2)$

⑤ $x^2 - 5x - 6$ $(x-6)(x+1)$

⑥ $x^2 + 3x - 40$ $(x-5)(x+8)$

⑦ $x^2 + 16x - 17$ $(x+17)(x-1)$

⑧ $100 + x^2 - 29x$ $(x-4)(x-25)$

⑨ $x^2 + 99x - 100$ $(x+100)(x-1)$

أجدُ جميعَ القيمِ الممكنةِ للعددِ الصحيحِ m بحيثُ يكونُ المقدارُ الجبريُّ قابلًا للتحليلِ:

⑩ $x^2 + mx + 6$ $m = 5, -5, 7, -7$

⑪ $x^2 + mx - 10$ $m = -3, 3, -9, 9$

⑫ $x^2 - 7x + m, m > 0$ $m = 6, 12, 10$

⑬ **ماءٌ:** خزانُ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ حجمُهُ $(2x^3 + 4x^2 - 30x)$ مترًا مكعبًا. إذا كانَ ارتفاعُ الخزّانِ $2x$ مترًا، فأجدُ بُعدَينِ ممكنَينِ لقاعدتِهِ بدلالةِ x. $(x + 5), (x - 3)$

⑭ أجدُ مقدارًا جبريًّا يمكنُ أَنْ يمثلَ محيطَ مستطيلٍ مساحتُهُ $(x^2 + 14x + 24)$ وحدةً مربعةً.
$4x + 28$ وحدة طول

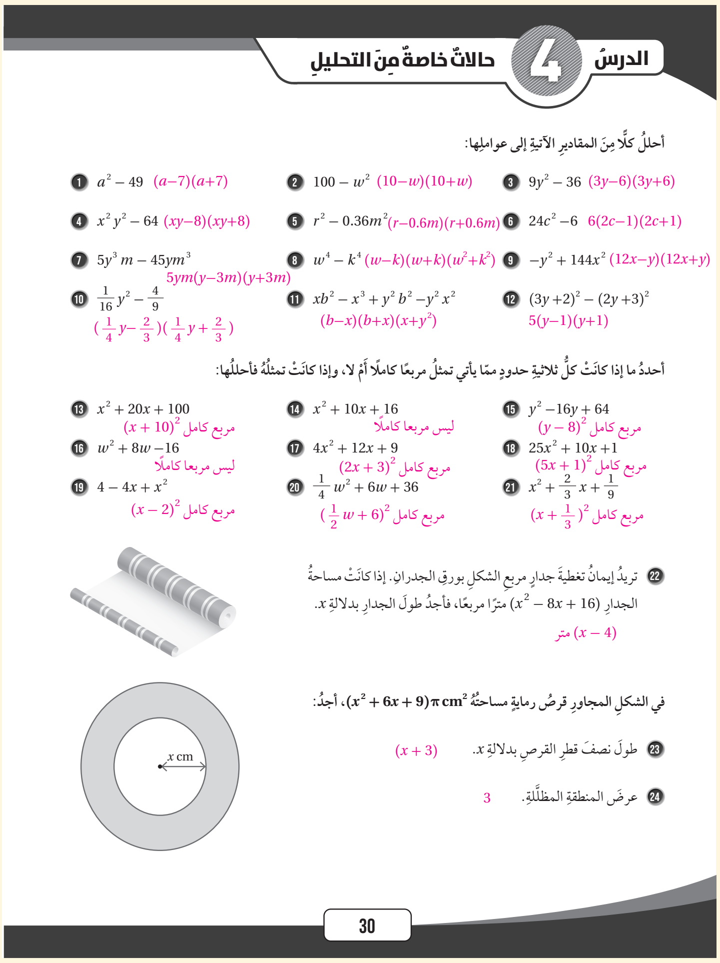
⑮ **تبريرٌ:** إذا كانَتْ مساحةُ غرفةٍ $(x^2 + 22x + 121)$ مترًا مربعًا، فَهَلْ يمكنُ أَنْ تكونَ الغرفةُ مربعةَ الشكلِ؟ أبرّرُ إجابتي.
نعم ممكن لأن المقدار $x^2 + 22x + 121$ مربع كامل وتحليله $(x + 11)^2$

حواسيبُ: يظهرُ على شاشةِ الحاسوبِ المجاورةِ نافذةُ برنامجٍ مساحتُها $(x^2 - 8x + 15)$ سنتيمترًا مربعًا:

⑯ أجدُ طولَ نافذةِ البرنامجِ بدلالةِ x. $(x - 3)$ cm

⑰ إذا كانَتْ نافذةُ البرنامجِ تصغيرًا لشاشةِ الحاسوبِ ومِساحتُها تساوي $\frac{1}{4}$ مساحةِ الشاشةِ، فأجدُ طولَ الشاشةِ. $2(x - 3)$ cm

---



الدرسُ 4 حالاتٌ خاصةٌ مِنَ التحليلِ

أحللُ كلًّا مِنَ المقاديرِ الآتيةِ إلى عواملِها:

① $a^2 - 49$ $(a-7)(a+7)$

② $100 - w^2$ $(10-w)(10+w)$

③ $9y^2 - 36$ $(3y-6)(3y+6)$

④ $x^2 y^2 - 64$ $(xy-8)(xy+8)$

⑤ $r^2 - 0.36m^2$ $(r-0.6m)(r+0.6m)$

⑥ $24c^2 - 6$ $6(2c-1)(2c+1)$

⑦ $5y^3 m - 45ym^3$ $5ym(y-3m)(y+3m)$

⑧ $w^4 - k^4$ $(w-k)(w+k)(w^2+k^2)$

⑨ $-y^2 + 144x^2$ $(12x-y)(12x+y)$

⑩ $\frac{1}{16}y^2 - \frac{4}{9}$ $(\frac{1}{4}y - \frac{2}{3})(\frac{1}{4}y + \frac{2}{3})$

⑪ $xb^2 - x^3 + y^2 b^2 - y^2 x^2$ $(b-x)(b+x)(x+y^2)$

⑫ $(3y+2)^2 - (2y+3)^2$ $5(y-1)(y+1)$

أحددُ ما إذا كانَتْ كلُّ ثلاثيةِ حدودٍ ممّا يأتي تمثلُ مربعًا كاملًا أَمْ لا، وإذا كانَتْ تمثلُهُ فأحللُها:

⑬ $x^2 + 20x + 100$ مربع كامل $(x + 10)^2$

⑭ $x^2 + 10x + 16$ ليس مربعا كاملًا

⑮ $y^2 - 16y + 64$ مربع كامل $(y - 8)^2$

⑯ $w^2 + 8w - 16$ ليس مربعا كاملًا

⑰ $4x^2 + 12x + 9$ مربع كامل $(2x + 3)^2$

⑱ $25x^2 + 10x + 1$ مربع كامل $(5x + 1)^2$

⑲ $4 - 4x + x^2$ مربع كامل $(x - 2)^2$

⑳ $\frac{1}{4}w^2 + 6w + 36$ مربع كامل $(\frac{1}{2}w + 6)^2$

㉑ $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ مربع كامل $(x + \frac{1}{3})^2$

㉒ تريدُ إيمانُ تغطيةَ جدارٍ مربعِ الشكلِ بورقِ الجدرانِ. إذا كانَتْ مساحةُ الجدارِ $(x^2 - 8x + 16)$ مترًا مربعًا، فأجدُ طولَ الجدارِ بدلالةِ x.
$(x - 4)$ متر

في الشكلِ المجاورِ قرصُ رمايةٍ مساحتُهُ $(x^2 + 6x + 9)\pi$ cm², أجدُ:

㉓ طولَ نصفَ قطرِ القرصِ بدلالةِ x. $(x + 3)$

㉔ عرضَ المنطقةِ المظلَّلةِ. 3

الدرسُ 5 تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

أكتبُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ بأبسطِ صورةٍ:

① $\frac{5x + 20}{5}$ $x + 4$

② $\frac{3y^2 + 6y}{3y}$ $y + 2$

③ $\frac{7 - x}{x - 7}$ -1

④ $\frac{x^2 - 25}{x - 5}$ $x + 5$

⑤ $\frac{w^3 - w}{1 - w}$ $-w(w + 1)$

⑥ $\frac{x^2 - 11x + 10}{x - 1}$ $x - 10$

⑦ $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 7x + 10}$ $\frac{x + 1}{x + 5}$

⑧ $\frac{(x-3)^2}{x^2 - 6x + 9}$ 1

⑨ $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1}$ $x^2 + 1$

⑩ $\frac{xy + 5y + 7x + 35}{yx + 5y}$ $\frac{y + 7}{y}$

⑪ $\frac{(x+2)^2 - 4x - 8}{(x + 2)}$ $x - 2$

⑫ $\frac{x^8 - 16y^8}{x^2 + 2y^2}$ $(x^4+4y^4)(x^2-2y^2)$

⑬ $\frac{(x + 2)^2}{3x^3 + 12x^2 + 12x}$ $\frac{1}{3x}$

⑭ $\frac{x^2 - w^2}{w^2 - x^2}$ -1

⑮ $\frac{6w + 18y}{w^2 - 9y^2}$ $\frac{6}{w - 3y}$

⑯ **زراعةٌ:** يمثلُ المقدارُ الجبريُّ $x^2 - x - 12$ عددَ أشجارِ الزيتونِ في إحدى المزارعِ، ويمثلُ المقدارُ الجبريُّ $x^2 - 16$ عددَ أشجارِ المشمشِ فيها، أكتبُ نسبةَ أشجارِ الزيتونِ إلى أشجارِ المشمشِ بأبسطِ صورةٍ.
$\frac{x + 3}{x + 4}$

⑰ **قياسٌ:** في الشكلِ المجاورِ مستطيلانِ لَهُما المساحةُ نفسُها.
أجدُ طولَ المستطيلِ الّذي إلى اليمينِ. $9y$

⑱ **إضاءةٌ:** مصباحُ إنارةٍ واجهتُهُ دائريةُ الشكلِ طولُ نصفُ قطرِها $x-7$ وحدةً، ويُحدِثُ بقعةَ ضوءٍ على الأرضِ دائريةَ الشكلِ مساحتُها $\pi(x^2 - 49)$ وحدةً مربعةً. أجدُ بأبسطِ صورةٍ نسبةَ مساحةِ واجهةِ المصباحِ إلى مساحةِ بقعةِ الضوءِ الّتي يُحدِثُها.
$\frac{x - 7}{x + 7}$

الوحدة

3

المعادلات الخطية بمتغيرين

www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 8	1
الدرس 1: **المعادلة الخطية بالصورة القياسية**	• تعرّف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية. • تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا بإنشاء جدول قيم. • تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا باستعمال المقطعين من المحورين الإحداثيين. • وصف مدلول كل من مقطعي معادلة خطية من المحورين الإحداثيين في مواقف حياتية.	الصورة القياسية. المقطع x. المقطع y. الحد الثابت.	• ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية . • أجهزة الكمبيوتر. • برمجية جيوجبرا.	3
الدرس 2: **ميل المستقيم**	• إيجاد ميل مستقيم مارّ في نقطتين معلومتين. • استعمال ميل المستقيم لتفسير معنى (معدّل التغيّر) في مواقف حياتية.	ميل المستقيم. التغيّر الرأسي. التغيّر الأفقي. معدّل التغيّر.	• ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الكمبيوتر. • شبكة الإنترنت. • برمجية جيوجبرا. • جهاز Data Show.	3
الدرس 3: **معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع**	• كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع. • تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال الميل والمقطع y. • كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانيًا بصيغة الميل والمقطع y.	صيغة الميل والمقطع.	• ورقة المصادر 9 • شريط لاصق. • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الكمبيوتر. • شبكة الإنترنت.	3
الدرس 4: **معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة**	• كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة. • تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال الميل ونقطة. • كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا بصيغة الميل ونقطة.	صيغة الميل ونقطة.	• ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الكمبيوتر. • برمجية جيوجبرا. • جهاز Data Show.	3
الدرس 5: **المستقيمات المتوازية والمتعامدة**	• كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة ومُوازٍ لمستقيم معلوم. • كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وعمودي على مستقيم معلوم. • تحديد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا عُلمت معادلة كلّ منهما.	مستقيمان متوازيان. مستقيمان متعامدان. معكوس المقلوب.	• ورقة المصادر 10 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الكمبيوتر. • برمجية جيوجبرا. • جهاز Data Show.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• جهاز كمبيوتر • جهاز Data Show. • برمجية جيوجبرا. • أوراق A4.	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				19 حصة

الوحدة 3

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة الصورة القياسية للمعادلة الخطية، وسيمثلونها بيانيًّا في المستوى الإحداثي بصورة مستقيم، ويجدون الميل للمستقيم المارّ في نقطتين معلومتين بوصفه قيمة التغيّر الرأسي مقسومًا على التغير الأفقي لإحداثيي النقطتين، ويصفونه (موجب، سالب، أفقي، غير معرّف).

وسيتعرف الطلبة أيضًا في هذه الوحدة كيفية كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، ويفسرون دلالة الميل والمقطع في مواقف حياتية، وسيتعرفون أيضًا معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، ويستعملون ذلك في تمثيل المستقيم بيانيًّا بالاستفادة من النقطة المعلومة، وتحديد نقطة أخرى عن طريق التحرك أفقيًّا ورأسيًّا حسب قيمة الميل.

إضافة إلى ما سبق سيتعرف الطلبة المستقيمين المتوازيين والمستقيمين المتعامدين في المستوى الإحداثي، وعلاقة هذين المفهومين بميل المستقيم.

الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطّيةُ بمتغيّرينِ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعملُ المعادلاتُ الخطيّةُ في نمذجةِ المواقفِ العلميّةِ والحياتيّةِ، ويقدّمُ لنا مفهومُ مَيلِ مُنْحنى المعادلةِ الخطيّةِ تفسيرًا لكيفيّةِ تَغيُّرِ كميّةٍ بالنسبةِ إلى كميّةٍ أخرى، مثلَ تحديدِ شدّةِ انحدارِ الطرقِ بإيجادِ نسبةِ تغيُّرِ الارتفاعِ إلى المسافةِ الأفقيّةِ المقطوعةِ؛ وذلك لتنبيهِ السائقينَ على الحذرِ عندَ القيادةِ في الطرقِ الشديدةِ الانحدارِ، مثلَ طريقِ وادي الموجبِ جنوبِ الأردنِّ.

تعلّمتُ سابقًا:

- ✓ التعبيرَ عنِ الاقترانِ الخطّيِّ بطرائقَ متعددةٍ.
- ✓ تمثيلَ الاقترانِ الخطّيِّ بيانيًّا.
- ✓ تمثيلَ التناسُبِ الطرديِّ بيانيًّا أو في جدولٍ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إيجادَ ميلِ الخطِّ المستقيمِ.
- إيجادَ معادلةِ الخطِّ المستقيمِ بطرائقَ متعددةٍ.
- العلاقةَ بينَ مَيلَي مستقيمَينِ متوازيَينِ ومتعامِدَينِ.

104

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- تبسيط المقادير الجبرية بمتغير واحد باستعمال خصائص العمليات الحسابية.
- إيجاد قيمة مقدار جبري عند قيم معطاة للمتغيرات.
- تمييز العلاقات التناسبية الموضحة في جدول أو في رسم بياني.
- وصف العلاقة بين حدود متتالية خطية.
- تمييز الاقتران الخطي.
- تمثيل الاقتران الخطي بيانيًّا .

الصف الثامن

- إيجاد ميل الخط المستقيم.
- إيجاد معادلة الخط المستقيم باستعمال نقطتين عليه.
- تمييز العلاقة بين ميلي مستقيمين متوازيين.
- تمييز العلاقة بين ميلي مستقيمين متعامدين.
- برهنة حقائق في الهندسة المستوية باستعمال الميل.
- إيجاد معادلة المستقيم بطرق مختلفة وبمعطيات مختلفة.
- حل مسائل هندسية وحياتية على معادلة مستقيم ومستقيمين متوازيين أو متعامدين.

الصف التاسع

- توظيف قانون البُعد بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي في حل مسائل رياضية.
- حل مسائل هندسية وحياتية على مفاهيم الهندسة الإحداثية.
- برهنة خواصّ متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة المرسومة في المستوى الإحداثي باستعمال مفاهيم الهندسة الإحداثية.

مشروعُ الوحدةِ: المعادلاتُ الخطيّةُ والخريطةُ

أَستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي سنوظِّفُ فيهِ ما نتعلَّمُه في هذهِ الوحدةِ عنْ تمثيلِ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرين.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ معَ أفرادِ مجموعتي في شبكةِ الإنترنت عنْ خريطةِ المملكةِ الأردنيّةِ الهاشميّةِ، ثمَّ أحفظُها على جهازِ الحاسوبِ.
2. أستعملُ برمجيّةَ جيوجيبرا لتمثيلِ معادلاتٍ خطّيّةٍ تربطُ بعضَ المحافظاتِ الأردنيةِ إحداها بالأُخرى منْ خلالِ الخُطواتِ الآتيةِ:
   - أَنقُرُ على أيقونةِ Image منْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أختارُ صورةَ خريطةِ الأردنِّ.
   - أُعدِّلُ موقعَ صورةِ الخريطةِ، وأختارُ مقاسًا مناسبًا لها بتحريكِ النقطتينِ A و B اللتينِ تَظهرانِ عليها.
3. لإدراجِ مؤشرٍ للتحكُّمِ في قيمةِ المَيلِ أتَّبعُ الإجراءاتِ الآتيةَ:
   - أَنقُرُ على أيقونةِ $a=2$ Slider منْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على الموقعِ الذي أُريدُه في الشاشةِ ليظهرَ مربعُ حوارٍ.
   - أستعملُ الرمزَ m بدلاً مِنَ الرمزِ a في مربّعِ الحوارِ ليدلَّ على المَيلِ، ثمَّ أُحدّدُ أقلَّ قيمةٍ وأعلى قيمةٍ للمَيلِ (مثلًا أقلُّ قيمةٍ 20– وأعلى قيمةٍ 20).
4. أكرّرُ الخطوةَ السابقةَ لإدراجِ مؤشرٍ للتحكُّمِ في قيمةِ المقطعِ y، وأستعملُ الرمزَ b بدلاً مِنَ الرمزِ a.
5. أكتبُ في شريطِ الإدخالِ معادلةَ المستقيمِ بصورةِ المَيلِ والمقطعِ $(y = \mathrm{m}x + \mathrm{b})$؛ ليَظهرَ تمثيلٌ بيانيٌّ لمستقيمٍ.
6. أُحرّكُ مؤشّرَ الميلِ ومؤشّرَ المقطعِ y لتغيُّرِ موقعِ الخطِّ؛ ليمرَّ بمحافظتينِ أختارُهُما (مثلًا: الزرقاءُ والكركُ)، ثُمَّ أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالمحافظتينِ والمقطعَ y لهُ منْ خلالِ المعادلةِ في شريطِ الإدخالِ.
7. لتغييرِ صورةِ المعادلةِ إلى الصورةِ القياسيةِ؛ أَنقُرُ بزرِّ الفأرةِ الأيمنِ على صيغةِ المعادلةِ في شريطِ الإدخالِ، ثمَّ أَختارُ الصورةَ القياسيةَ للمعادلةِ منَ القائمةِ المنسدلةِ.
8. أَرسمُ مستقيمًا آخرَ في المستوى موازيًا للمستقيمِ السابقِ معَ الانتباهِ إلى اختيارِ رمزينِ آخَرينِ للدلالةِ على المَيلِ والمقطعِ y، ثمَّ أُحرِّكُهُ حتى يمُرَّ في إحدى المحافظاتِ على الخريطةِ، وأُحدِّدُ معادلتَهُ وميلَهُ والمقطعَ y لهُ.
9. أُكرّرُ الخُطواتِ السابقةَ معَ محافظاتٍ أُخرى.

عرضُ النتائجِ:

أُعِدُّ معَ أفرادِ مجموعتي عرضًا تقديميًّا (بوربوينت) نُبيّنُ فيهِ خُطواتِ العملِ في المشروعِ، والنتائجَ التي توصّلْنا إليها موضَّحةً بالصورِ، ثمَّ نعرضُه على الزملاءِ / الزميلاتِ في مختبرِ الحاسوبِ.

105

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	صورة الخريطة مثبتة في المكان الصحيح في الربع الأول من المستوى.			
2	اختيار صورة مناسبة لخريطة الأردن تظهر عليها المحافظات بوضوح.			
3	تحديد أقل قيمة وأعلى قيمة على المنزلقة التي تتحكم بميل المستقيم.			
4	كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع كتابة صحيحة.			
5	ظهور المستقيم الموازي للمستقيم الواصل بين محافظتين بصورة صحيحة.			
6	التعاون والعمل بروح الفريق.			
7	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
8	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
9	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة من مهارات تمثيل المعادلة الخطية بمتغيرين، وتفسير دلالة كل من الميل ومقطع المستقيم من المحورين الإحداثيين.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على أن تحتوي كل مجموعة على مستويات متفاوتة، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهمات في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه. وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولًا بأول معززة بالشواهد (مثل: الصور، والفيديوهات، وملفات برمجية جيوجبرا، وأوراق الملاحظات، وغيرها).
- أذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أوضّح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع (أستعمل أداة تقييم المشروع).

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع (publisher, Power Point,…).
  - » تختار كل مجموعة أحد طلبتها؛ ليقف أمام الصف ويعرض خريطة الأردن على واجهة برمجية جيوجبرا، ويتحدث عن المحافظتين اللتين اختارهما لتوضيح معادلة وميل ومقاطع المستقيم المارّ بهما، ودور كل واحد منهم في العمل. تكمن أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة.
  - » أطلب إلى الطلبة ذكر بعض الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع، وكيفية حلّهم لهذه المشكلة؛ لتعزيز مهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

- تمييز المعادلات الخطية من غير الخطية.
- إيجاد قيمة متغيّر إذا عُلمت قيمة المتغيّر الآخر في معادلات خطية.

خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية (أو رباعية)، ثم أوزع عليهم الجزء (A) من **ورقة المصادر 8: المعادلات الخطية وغير الخطية.**
- أطلب إلى المجموعات تصنيف المعادلات (بلصقها في الجدول) إلى مجموعتين: (خطية، وغير خطية)، وتبرير إجاباتهم.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة.

إرشاد: اختصارًا للوقت يفضل قص بطاقات المعادلات في الجزء (A) من **ورقة المصادر 8** قبل الحصة الصفية.

- أعطي كل مجموعة كيسين صغيرين يحتوي أحدهما على قصاصات المعادلات من الجزء (B) من ورقة المصادر 8، ويحتوي الكيس الآخر على القيم المعطاة للمتغيرات في هذا الجزء.
- أطلب إليهم سحب معادلة من الكيس الأول، وسحب قيمة المتغير من الكيس الثاني بطريقة عشوائية، ثم حساب قيمة المتغير المجهول في المعادلة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة.

التكيُّف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تمييز المعادلة الخطية أو إيجاد قيمة متغير بمعلومية قيمة المتغير الآخر، فأقدّم أمثلة إضافية لمعالجة الفاقد لديهم.

توسعة: أقدّم للطلبة معادلات خطية تُستعمَل فيها أعداد نسبية، نحو:

» أجد قيمة y أو قيمة x باستعمال قيمة المتغير المعطاة في كل مما يأتي:

1. $y = \frac{1}{2}x + 5 \quad , \quad x = 3$
2. $y = 2x - \frac{1}{4} \quad , \quad y = \frac{1}{2}$
3. $4x - 3y = 0 \quad , \quad x = \frac{1}{4}$

المعادلةُ الخطيّةُ بالصورةِ القياسيّةِ

فكرةُ الدرسِ

- أتعرّفُ الصيغةَ القياسيّةَ للمعادلةِ الخطيّةِ.
- أُمثّلُ المعادلةَ الخطيّةَ بيانيًّا.

المصطلحاتُ

الصورةُ القياسيّةُ، الحدُّ الثابتُ، المقطعُ x، المقطعُ y

أستكشفُ

يُبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ كميّةِ الماءِ المتبقيّةِ في حوضٍ باللتراتِ والزمنِ المنقضي بالدقائقِ منذُ بَدْءِ تصريفِ الماءِ منَ الحوضِ.

① ما كميّةُ الماءِ التي كانتْ في الحوضِ عندَ بدْءِ التصريفِ؟

② كمْ دقيقةً يحتاجُ إليها تصريفُ الحوضِ من الماءِ تصريفًا كاملاً؟

المعادلةُ الخطّيّةُ هيَ المعادلةُ التي يمكنُ كتابتُها على الصورةِ $Ax + By = C$، وتُسمّى **الصورةَ القياسيةَ** (standard form) للمعادلةِ الخطّيّةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — الصورةُ القياسيّةُ للمعادلةِ الخطّيّةِ

- **بالكلماتِ** الصورةُ القياسيّةُ للمعادلةِ الخطّيّةِ هي:

$$Ax + By = C$$

حيثُ $A \geq 0$، ولا تكونُ قيمتا A و B معًا صفرًا، حيثُ A, B, C أعدادٌ صحيحةٌ، العاملُ المشتركُ الأكبرُ لها 1.

مثال 1 أُحدّدُ ما إذا كانتْ كلُّ معادلةٍ ممّا يأتي خطّيّةً أمْ لا، وإذا كانتْ كذلكَ أكتبُها على الصورةِ القياسيةِ.

① $y = 6 - 5x$

أعيدُ كتابةَ المعادلةِ بحيثُ يكونُ كِلا المتغيرينِ في الطَّرفِ نفسِه منَ المعادلةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$y = 6 - 5x$
أُضيفُ $5x$ إلى طرفَي المعادلةِ	$y + 5x = 6 - 5x + 5x$
أُبسّطُ	$5x + y = 6$

المعادلةُ $5x + y = 6$ معادلةٌ خطيّةٌ بالصورةِ القياسيةِ، حيثُ $A = 5, B = 1, C = 6$.

نتاجات الدرس:

- تعرّف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا بإنشاء جدول قيم.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال المقطعين من المحورين الإحداثيين.
- وصف مدلول كل من مقطعي معادلة خطية من المحورين الإحداثيين في مواقف حياتية.

نتاجات التعلم القبلي:

- تعيين النقاط في المستوى الإحداثي.
- تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أذكّر الطلبة بمفهوم المعادلة الخطية بتغير واحد، مثل: $2-4x = 6$، وأوضح لهم حلّها على اللوح.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم رسم المستوى الإحداثي على ورق الرسم البياني الموجود في كتاب التمارين، وتعيين النقاط: $A(1, 2), B(-2, 1), C(-2, -2)$ في المستوى.
- أطلب إلى المجموعات التوصيل بين النقطتين A و B بمستقيم باستعمال المسطرة، ثم أسألهم:
  - « ما المحور (المحاور) التي قطعها المستقيم AB؟
  - « ما إحداثيا نقطة (نقاط) التقاطع مع كل من المحورين x و y؟
- أكرر الخطوة السابقة مع النقطتين B و C، ومع النقطتين A و C.
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن استنتاجاتهم بلغتهم الخاصة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة لهم.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
  - » أين تُخزَّن مياه الأمطار عادةً؟ في السدود، في البحيرات، في الآبار، ...
  - » كيف يمكن تخزين المياه في البيوت عادةً؟ في خزانات.
  - » بفرض أن لدينا خزانًا فيه كمية ثابتة من المياه، هل تبقى كمية المياه في الخزان ثابتة عندما تُفتح الحنفيات في البيت؟ لا
  - » هل تزيد الكمية أم تنقص؟ تنقص.
  - » بالاعتماد على التمثيل البياني في بند (**أستكشف**)، ما كمية الماء التي كانت في الحوض عند بدء التصريف؟
  - » بالاعتماد على التمثيل البياني، بعد كم دقيقة أصبح حوض الماء فارغًا من الماء تمامًا؟
- أُخبر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.
- لا يقل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطّئ أحدًا، بل أقول: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال، وأعززه/ أعززها كما عززت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضح للطلبة أن المعادلة الخطية يظهر بها متغيران مثل: x و y أو أحدهما على الأقل، بحيث يكونان منفصلين عن بعضهما بإشارة الجمع أو إشارة الطرح أو إشارة المساواة، ويكون الأس لكل منهما العدد 1
- أدون على اللوح بعض الأمثلة للمعادلة الخطية، وبعض اللاأمثلة، وأوضح الشروط السابقة، نحو:

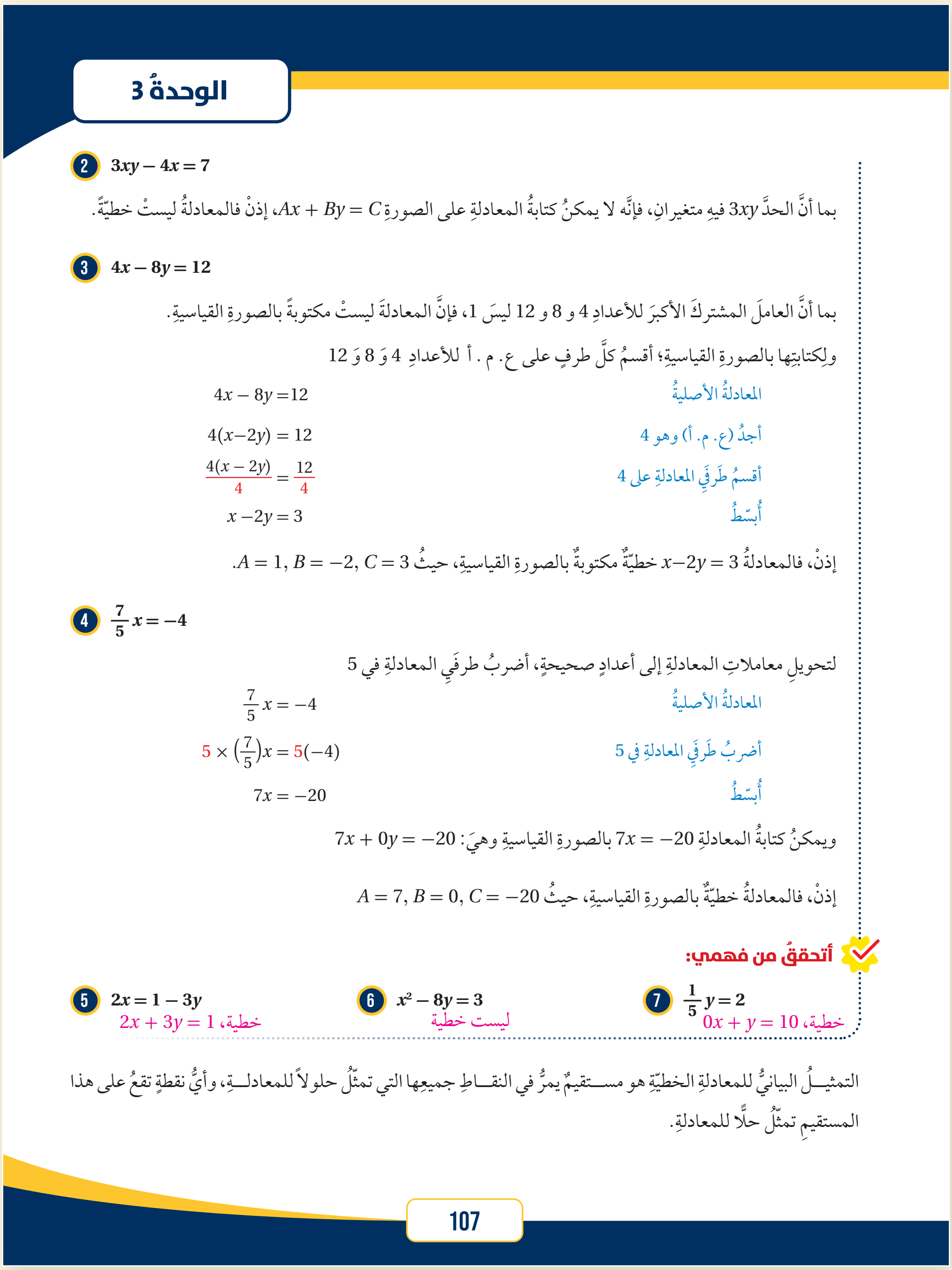
معادلة ليست خطية	معادلة خطية
$x^2 + y = 3$	$x + y = 3$
$\sqrt{x} = 4$	$y = 6$
$y = \frac{3}{x}$	$2y = 4x + 1$

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة ولا أمثلة مشابهة، مع إعطاء التبرير، وأعالج الأخطاء التي يمكن أن تظهر في إجاباتهم بتأكيد أهمية توافر جميع الشروط المذكورة أعلاه.
- أناقش مع الطلبة المفهوم الأساسي للصورة القياسية للمعادلة الخطية، وأؤكد شروط المعاملات: A, B, C.

ملاحظاتي

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (**أستكشف**) أعزز وعي الطلبة بأهمية الاقتصاد في استهلاك المياه، وأذكرهم بحديث الرسول الأكرم صلى الله عليه وسلم عندما مرّ على الصحابي سعد رضي الله عنه وهو يتوضأ فقال له: " لا تُسرف بالماء ولو كنت على نهر جار " .



② $3xy - 4x = 7$

بما أنَّ الحدَّ $3xy$ فيهِ متغيرانِ، فإنَّه لا يمكنُ كتابةُ المعادلةِ على الصورةِ $Ax + By = C$، إذنْ فالمعادلةُ ليستْ خطيّةً.

③ $4x - 8y = 12$

بما أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للأعدادِ 4 و 8 و 12 ليسَ 1، فإنَّ المعادلةَ ليستْ مكتوبةً بالصورةِ القياسيةِ.

ولِكتابتِها بالصورةِ القياسيةِ؛ أقسمُ كلَّ طرفٍ على ع. م . أ للأعدادِ 4 وَ 8 وَ 12

المعادلةُ الأصليةُ $4x - 8y = 12$

أجدُ (ع. م. أ) وهو 4 $4(x-2y) = 12$

أقسمُ طَرفَي المعادلةِ على 4 $\frac{4(x-2y)}{4} = \frac{12}{4}$

أُبسّطُ $x - 2y = 3$

إذنْ، فالمعادلةُ $x-2y = 3$ خطيّةٌ مكتوبةٌ بالصورةِ القياسيةِ، حيثُ $A = 1, B = -2, C = 3$.

④ $\frac{7}{5}x = -4$

لتحويلِ معاملاتِ المعادلةِ إلى أعدادٍ صحيحةٍ، أضربُ طرفَي المعادلةِ في 5

المعادلةُ الأصليةُ $\frac{7}{5}x = -4$

أضربُ طَرفَي المعادلةِ في 5 $5 \times \left(\frac{7}{5}\right)x = 5(-4)$

أُبسّطُ $7x = -20$

ويمكنُ كتابةُ المعادلةِ $7x = -20$ بالصورةِ القياسيةِ وهيَ: $7x + 0y = -20$

إذنْ، فالمعادلةُ خطيّةٌ بالصورةِ القياسيةِ، حيثُ $A = 7, B = 0, C = -20$

أتحققُ من فهمي:

⑤ $2x = 1 - 3y$
خطية، $2x + 3y = 1$

⑥ $x^2 - 8y = 3$
ليست خطية

⑦ $\frac{1}{5}y = 2$
خطية، $0x + y = 10$

التمثيلُ البيانيُّ للمعادلةِ الخطيّةِ هو مستقيمٌ يمرُّ في النقاطِ جميعِها التي تمثّلُ حلولاً للمعادلةِ، وأيُّ نقطةٍ تقعُ على هذا المستقيمِ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ.

- أناقش مع الطلبة حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة في الفرع 2 من المثال 1 إلى أن المعادلة المعطاة ليست خطية رغم أن الأس للمتغيرين x و y هو العدد 1، وأسألهم عن سبب ذلك، وبعد الاستماع لبعض إجابات الطلبة، أوضح لهم أن الحد $3xy$ يتضمن متغيرين وثابتًا، وجميعها بينها عملية الضرب.
- أؤكد للطلبة عند مناقشة الفرع 4 من مثال 1 أنه يُمكن ظهور متغيّر واحد فقط في المعادلة الخطية (x أو y)، وفي هذه الحالة فإن معامل المتغيّر غير الظاهر في المعادلة هو صفر.

تنبيه:

أنبه الطلبة إلى ضرورة جعل العامل المشترك الأكبر بين المعاملات A, B, C يساوي 1، لتُعدّ المعادلة الخطية $Ax + By = C$ على الصورة القياسية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

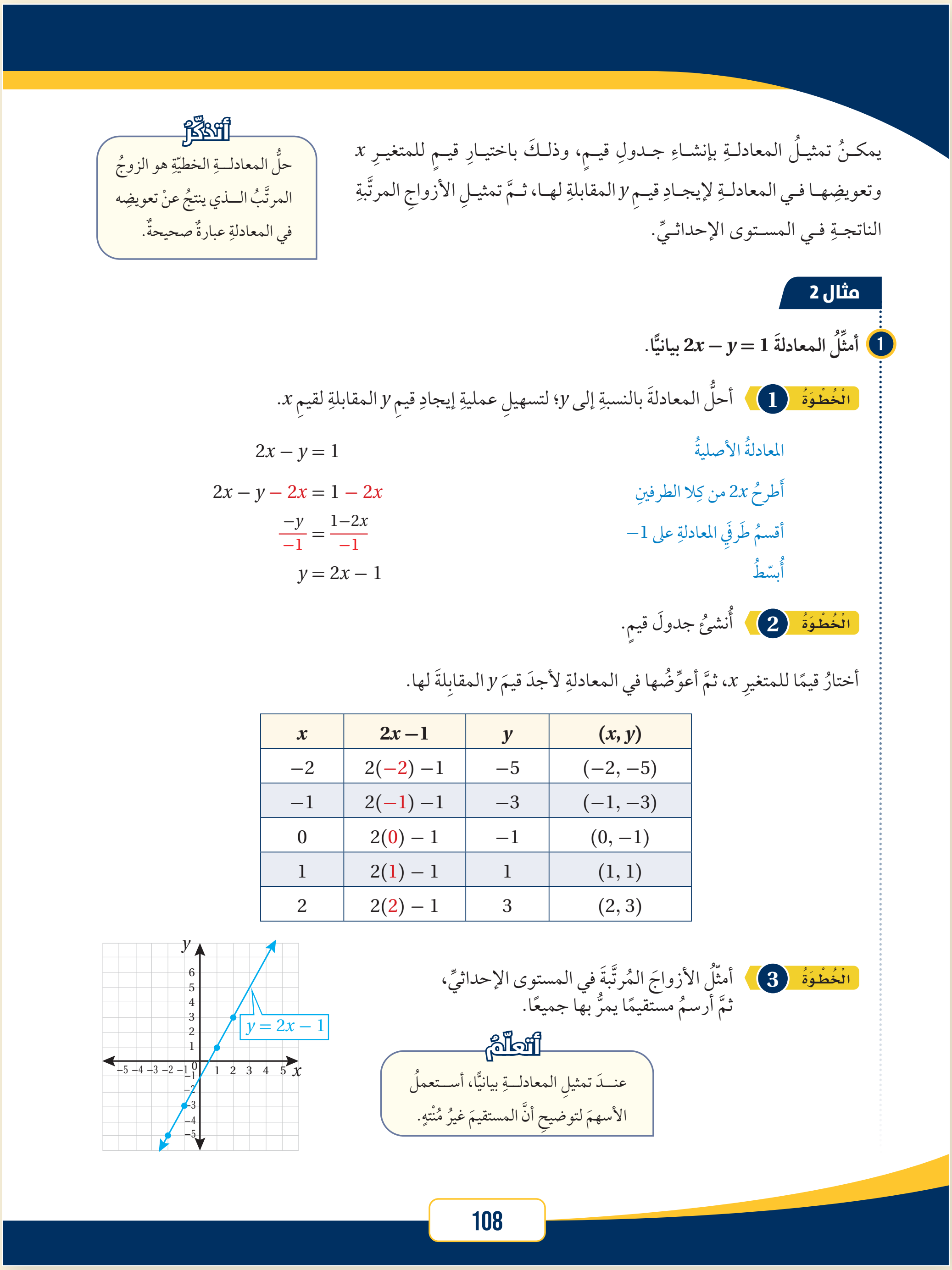
- أوضح للطلبة مفهوم التمثيل البياني للمعادلة الخطية، وأذكّرهم بمفهوم حل المعادلة الخطية، وأبين لهم إمكانية تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي.
- أناقش مع الطلبة الخطوة 1 من خطوات حل المثال 2 على اللوح، وأؤكد ضرورة حل المعادلة بالنسبة إلى y؛ أي كتابة المعادلة على صورة: $y = \cdots$ قبل البدء بتمثيلها بيانيًّا .
- أذكّر الطلبة بكيفية إيجاد القيمة العددية لمتغير إذا عُلمت قيمة المتغير الآخر.
- أناقش الطلبة في الخطوة 2 من خطوات حل المثال على اللوح.
- أذكّر الطلبة بكيفية تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي من خلال مناقشة الخطوة 3، ثم أطلب إليهم استعمال المسطرة لرسم مستقيم يمرّ بالنقاط، وأؤكد أهمية وضع رؤوس أسهم لطرفي المستقيم؛ للدلالة على امتداده اللامتناهي.

إرشاد:

بناء الطلاقة الإجرائية: عند حل معادلة خطية مثل $2x - y = 1$ بالنسبة إلى y، قد يجد بعض الطلبة نقل الحدود من طرف إلى آخر في المعادلات مع مراعاة تغيير إشاراتها أسهل من حيث الإجراءات:

$$2x - y = 1 \qquad +y \qquad -1$$

حيث تصبح المعادلة بالصورة: $2x - 1 = y$، وهي تكافئ الصورة: $y = 2x - 1$



يمكنُ تمثيلُ المعادلةِ بإنشاءِ جدولِ قيمٍ، وذلكَ باختيارِ قيمٍ للمتغيرِ x وتعويضِها في المعادلةِ لإيجادِ قيمِ y المقابلةِ لها، ثمَّ تمثيلِ الأزواجِ المرتَّبةِ الناتجةِ في المستوى الإحداثيِّ.

أتذكّرُ

حلُّ المعادلةِ الخطيّةِ هو الزوجُ المرتَّبُ الذي ينتجُ عنْ تعويضِه في المعادلةِ عبارةٌ صحيحةٌ.

مثال 2

① أمثِّلُ المعادلةَ $2x - y = 1$ بيانيًّا.

الْخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ بالنسبةِ إلى y؛ لتسهيلِ عمليةِ إيجادِ قيمِ y المقابلةِ لقيمِ x.

المعادلةُ الأصليةُ $2x - y = 1$

أَطرحُ $2x$ من كِلا الطرفينِ $2x - y - 2x = 1 - 2x$

أقسمُ طَرفَيِ المعادلةِ على -1 $\frac{-y}{-1} = \frac{1-2x}{-1}$

أُبسّطُ $y = 2x - 1$

الْخُطْوَةُ 2 أُنشئُ جدولَ قيمٍ.

أختارُ قيمًا للمتغيرِ x، ثمَّ أعوِّضُها في المعادلةِ لأجدَ قيمَ y المقابلةَ لها.

x	$2x - 1$	y	(x, y)
-2	$2(-2) - 1$	-5	$(-2, -5)$
-1	$2(-1) - 1$	-3	$(-1, -3)$
0	$2(0) - 1$	-1	$(0, -1)$
1	$2(1) - 1$	1	$(1, 1)$
2	$2(2) - 1$	3	$(2, 3)$

الْخُطْوَةُ 3 أمثِّلُ الأزواجَ المُرتَّبةَ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بها جميعًا.

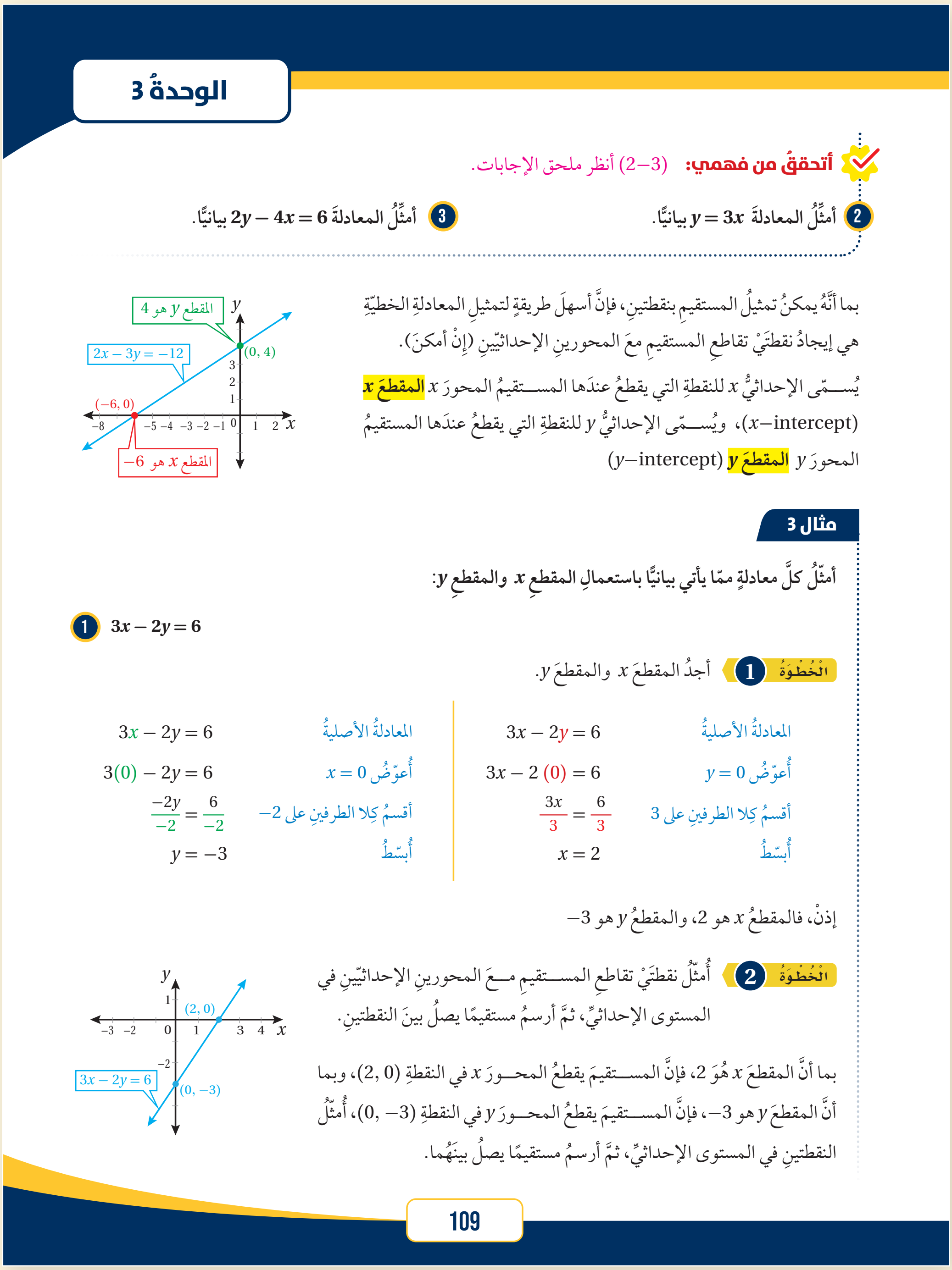
أتعلّمُ

عندَ تمثيلِ المعادلةِ بيانيًّا، أستعملُ الأسهمَ لتوضيحِ أنَّ المستقيمَ غيرُ مُنْتهٍ.

108

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن قيمة المتغير x في الجدول يفرضونها بأنفسهم، ويفضل اختيار قيم بسيطة ومتنوعة لتسهيل الحسابات، مثل: $-2, -1, 0, 1, 2$، ولكن لا بأس لو اختيرت قيم غيرها.
- أوضح للطلبة أن جعل y في الطرف الأيسر من المعادلة يسهّل حساب قيمتها عند التعويض بقيمة x.
- أذكّر الطلبة بأن أي نقطة تقع على المستقيم هي حل للمعادلة الخطية.



أتحققُ من فهمي: (2–3) أنظر ملحق الإجابات.

② أمثِّلُ المعادلةَ $y = 3x$ بيانيًّا.

③ أمثِّلُ المعادلةَ $2y - 4x = 6$ بيانيًّا.

بما أنَّهُ يمكنُ تمثيلُ المستقيمِ بنقطتينِ، فإنَّ أسهلَ طريقةٍ لتمثيلِ المعادلةِ الخطيّةِ هي إيجادُ نقطتَيْ تقاطعِ المستقيمِ معَ المحورينِ الإحداثيّينِ (إنْ أمكنَ).

يُسمّى الإحداثيُّ x للنقطةِ التي يقطعُ عندَها المستقيمُ المحورَ x **المقطعَ x** (x–intercept)، ويُسمّى الإحداثيُّ y للنقطةِ التي يقطعُ عندَها المستقيمُ المحورَ y **المقطعَ y** (y–intercept)

مثال 3

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y:

① $3x - 2y = 6$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

المعادلةُ الأصليةُ	$3x - 2y = 6$
أُعوّضُ $y = 0$	$3x - 2(0) = 6$
أقسمُ كِلا الطرفينِ على 3	$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$
أُبسّطُ	$x = 2$

المعادلةُ الأصليةُ	$3x - 2y = 6$
أُعوّضُ $x = 0$	$3(0) - 2y = 6$
أقسمُ كِلا الطرفينِ على -2	$\frac{-2y}{-2} = \frac{6}{-2}$
أُبسّطُ	$y = -3$

إذنْ، فالمقطعُ x هو 2، والمقطعُ y هو -3

الْخُطْوَةُ 2 أُمثّلُ نقطتَيْ تقاطعِ المستقيمِ معَ المحورينِ الإحداثيّينِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَ النقطتينِ.

بما أنَّ المقطعَ x هُوَ 2، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ x في النقطةِ $(2, 0)$، وبما أنَّ المقطعَ y هو -3، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, -3)$، أُمثّلُ النقطتينِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَهُما.

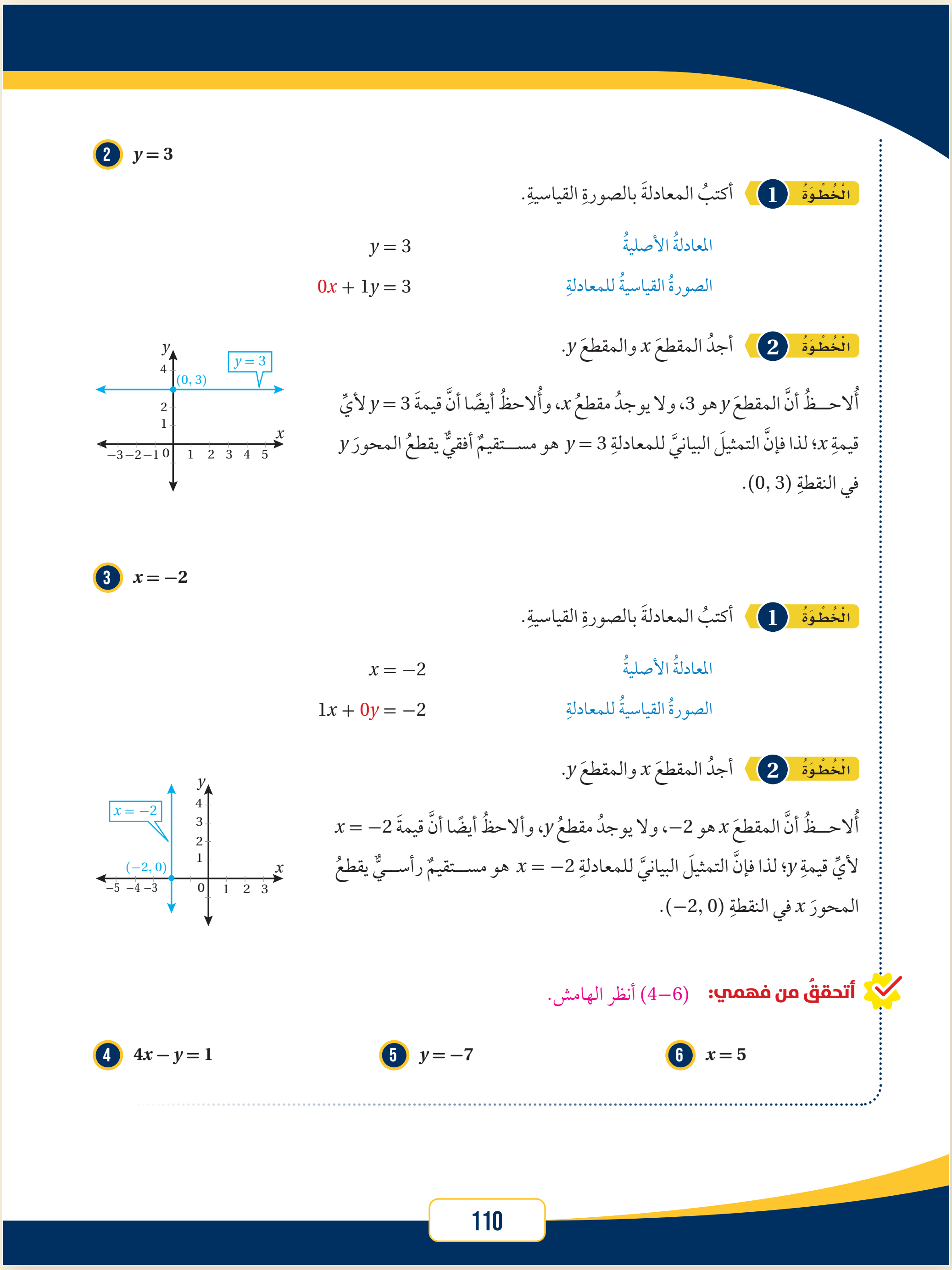
مثال 3

- أوضح للطلبة أنه لتمثيل المستقيم في المستوى الإحداثي يكفي تعيين أي نقطتين يمر بهما المستقيم، وأسهل طريقة لذلك هي إيجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين الإحداثيين إن أمكن، ثم أوضح للطلبة مفهوم المقطع x والمقطع y .
- أناقش مع الطلبة حل الفرع 1 من المثال 3 على اللوح، وأوضح لهم أن تحديد مقطع المستقيم من المحور y يكون بتعويض قيمة $x = 0$ في معادلة المستقيم، أما تحديد مقطع المستقيم من المحور x فيكون بتعويض قيمة $y = 0$ في المعادلة، وأؤكد أهمية جعل معامل المتغير المتبقي 1 في المعادلة بعد تعويض الصفر للمتغير الآخر.
- أناقش مع الطلبة حل الفرعين 2 و 3 من المثال 3 على اللوح؛ لتوضيح كيفية تمثيل المستقيم الأفقي والمستقيم الرأسي.

أخطاء شائعة:

قد لا يُميز بعض الطلبة بين النقطة الواقعة على أحد المحورين الإحداثيين وبين المقطع x أو المقطع y، أوضح لهم بعض الأمثلة، مثل:

- النقطة $(-3, 0)$ تقع على المحور x، وقيمة المقطع x تساوي -3
- النقطة $(0, 5)$ تقع على المحور y، وقيمة المقطع y تساوي 5



② $y=3$

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ المعادلةَ بالصورةِ القياسيةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$y=3$
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ	$0x+1y=3$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

أُلاحظُ أنَّ المقطعَ y هو 3، ولا يوجدُ مقطعُ x، وأُلاحظُ أيضًا أنَّ قيمةَ 3 = y لأيِّ قيمةِ x؛ لذا فإنَّ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ $y=3$ هو مستقيمٌ أفقيٌّ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, 3)$.

③ $x=-2$

الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ المعادلةَ بالصورةِ القياسيةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$x=-2$
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ	$1x+0y=-2$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

أُلاحظُ أنَّ المقطعَ x هو 2−، ولا يوجدُ مقطعُ y، وأُلاحظُ أيضًا أنَّ قيمةَ 2− = x لأيِّ قيمةِ y؛ لذا فإنَّ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ $x=-2$ هو مستقيمٌ رأسيٌّ يقطعُ المحورَ x في النقطةِ $(-2, 0)$.

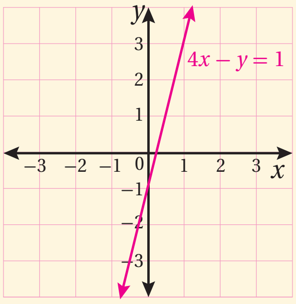
أتحققُ من فهمي: (4–6) أنظر الهامش.

④ $4x-y=1$ ⑤ $y=-7$ ⑥ $x=5$

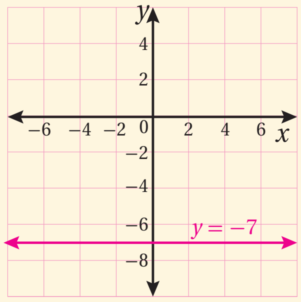
110

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 3):

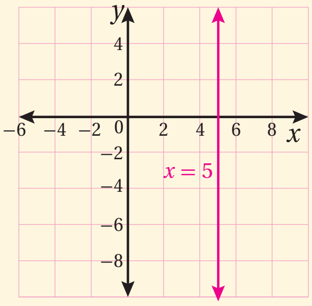
4) أنظر رسم الطلبة، المقطع x يساوي $\frac{1}{4}$ ، المقطع y يساوي -1

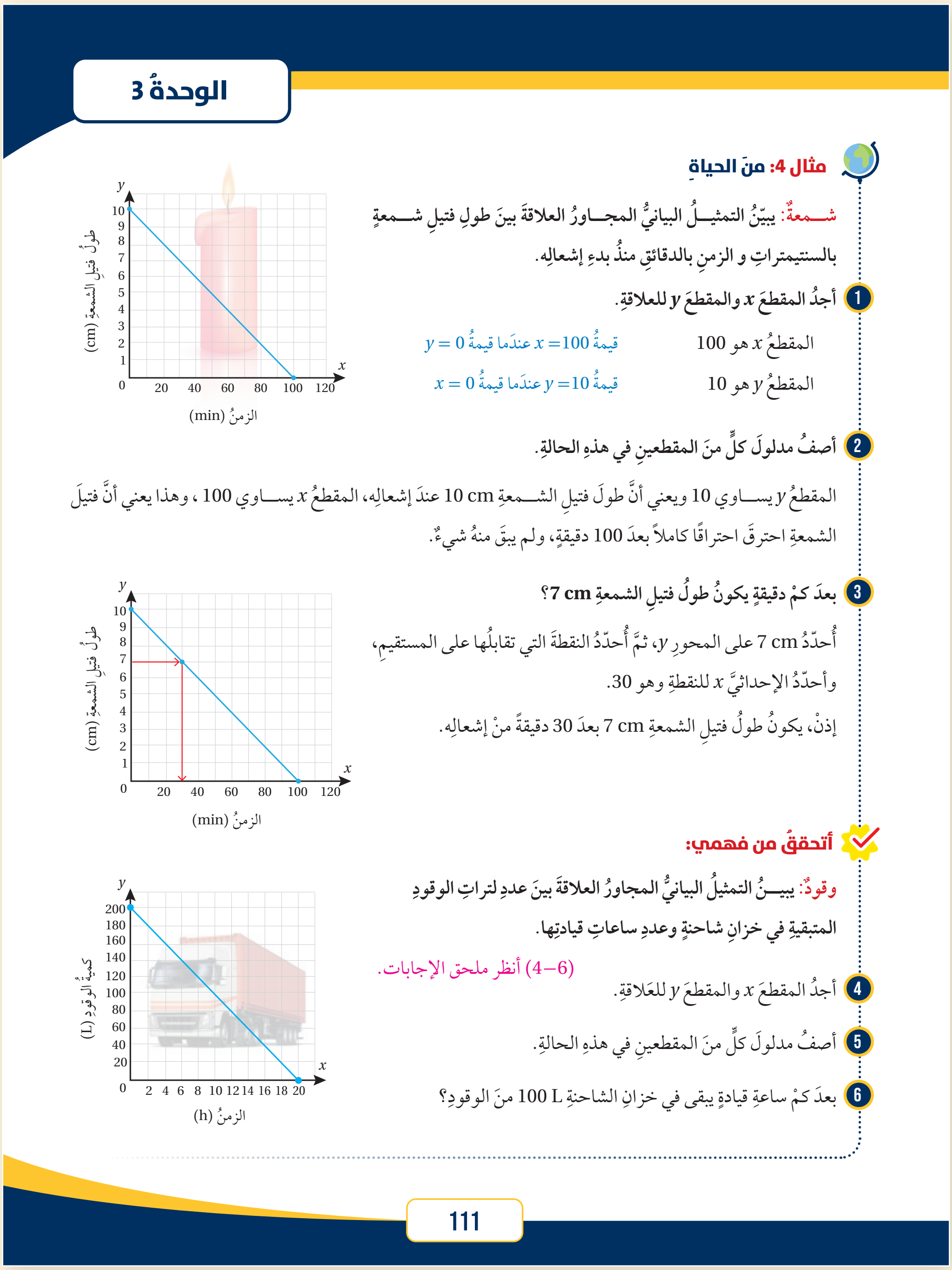


5) أنظر رسم الطلبة ، لا يوجد مقطع x، المقطع y يساوي -7



6) أنظر رسم الطلبة، المقطع x يساوي 5، لا يوجد مقطع y





الوحدةُ 3

مثال 4: منَ الحياةِ

شـمعةٌ: يبيّنُ التمثيـلُ البيانيُّ المجـاورُ العلاقةَ بينَ طولِ فتيلِ شـمعةٍ بالسنتيمتراتِ و الزمنِ بالدقائقِ منذُ بدءِ إشعالِه.

1 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y للعلاقةِ.

المقطعُ x هو 100 قيمةُ $x = 100$ عندَما قيمةُ $y = 0$

المقطعُ y هو 10 قيمةُ $y = 10$ عندَما قيمةُ $x = 0$

2 أصفُ مدلولَ كلٍّ منَ المقطعينِ في هذهِ الحالةِ.

المقطعُ y يسـاوي 10 ويعني أنَّ طولَ فتيلِ الشـمعةِ 10 cm عندَ إشعالِه، المقطعُ x يسـاوي 100 ، وهذا يعني أنَّ فتيلَ الشمعةِ احترقَ احتراقًا كاملاً بعدَ 100 دقيقةٍ، ولم يبقَ منهُ شيءٌ.

3 بعدَ كمْ دقيقةٍ يكونُ طولُ فتيلِ الشمعةِ 7 cm؟

أُحدّدُ 7 cm على المحورِ y، ثمَّ أُحدّدُ النقطةَ التي تقابلُها على المستقيمِ، وأحدّدُ الإحداثيَّ x للنقطةِ وهو 30.

إذنْ، يكونُ طولُ فتيلِ الشمعةِ 7 cm بعدَ 30 دقيقةً منْ إشعالِه.

أتحققُ من فهمي:

وقودٌ: يبيـنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ لتراتِ الوقودِ المتبقيةِ في خزانِ شاحنةٍ وعددِ ساعاتِ قيادتِها.

(6–4) أنظر ملحق الإجابات.

4 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y للعَلاقةِ.

5 أصفُ مدلولَ كلٍّ منَ المقطعينِ في هذهِ الحالةِ.

6 بعدَ كمْ ساعةِ قيادةٍ يبقى في خزانِ الشاحنةِ 100 L منَ الوقودِ؟

111

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسـط صعوبة في حل أسـئلة بنـد (**أتدرَّب وأحل المسـائل**)، فإنّني أضع كُلًّا منهـم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المسـتوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مثال 4: من الحياة

- أرسم على اللوح الشكل المعطى في المثال 4
- أسأل الطلبة:
  - » ماذا يمثل المحور x في المسألة؟ الزمن.
  - » ماذا يمثل المحـور y في المسـألة؟ طول فتيل الشمعة.
  - » كيف يمكن وصف العلاقة بين المتغيرين؟ علاقة عكسية، إذ إن طول الفتيل يقل مع الزمن.
  - » ما نوع التناسـب الممثّل في الشـكل؟ تناسب عكسي.
- أذكّر الطلبة بمفهوم التناسب العكسي.
- أوضح للطلبة مدلول كل من المقطع y والمقطع x، وأؤكد أهمية الانتباه إلى ما يمثله كل من المحورين x و y عند إعطاء وصف لفظي لمدلول المقطع.

إرشـاد: يمكن عرض الشـكل إذا توفر لدي جهـاز Data Show، ويمكـن أيضًـا توزيع ورقة عمل تتضمن المسـألة والشكل المعطى فيها، وتنفيذ إجراءات التدريس بالعمل في مجموعات.

سؤال إضافي:

- » كم يُصبح طول الشـمعة عندما تنقضي سـاعة واحدة منذ بدء إشعال الفتيل؟ 4 cm

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّـه الطلبـة إلـى بند (**أتـدرَّب وأحل المسـائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1-14) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصـةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسـها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنّني أختار أحـد الطلبـة مِمَّنْ تمكَّـن/ تمكَّنت من حل المسـألة؛ لمناقشـة استراتيجيته/ اسـتراتيجيتها في حل المسألة على اللـوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تسـاؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكـد المفاهيم العابـرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالـب أو كتـاب التمارين. ففي الأسـئلة 12، 13، 14 **(رحلة)** أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بالمحافظة على بيئة صحية وآمنة بعدم إلقـاء المخلفات أو النفايات في أماكن التنزه والشواطئ، والمحافظة على نظافتها وجمالها.

مهارات التفكير العليا

- أوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة **(مهـارات التفكيـر العليـا)**، وأطلب إليهم حل المسائل (23–22).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 22 **(تحدّ)** أوجّه الطلبة إلى أنه يمكن إيجاد أكثر من حل لهذا السؤال.

الواجب المنزلي:

أسـتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 16, 17 كتاب التمارين: (1–3), (5–7)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (15 – 17), 23 كتاب التمارين: (4–10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18 – 23) كتاب التمارين: 11, 12, 13

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أوجّـه الطلبـة لوضـع خطـوات توضـح كيفيـة كتابـة المعادلة: $\frac{3y}{4} = \frac{2x}{3} - 1$ بالصورة القياسية، ثم تحديد مقطعيها من المحورين x و y.

المعادلة بالصورة القياسية: $8x - 9y = 12$

المقطع y يساوي $\frac{-4}{3}$، والمقطع x يساوي $\frac{3}{2}$

أتدرب وأحل المسائل

أحدّدُ مـا إذا كانتْ كلُّ معادلةٍ ممّا يأتـي خطّيّةً أم لا، وإذا كانـتْ كذلكَ أكتبُها على الصورةِ القياسيةِ:

① $2x = 7y$ خطية، $2x - 7y = 0$

② $y = 1 - x^2$ ليست خطية

③ $9xy + 11x = 6$ ليست خطية

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا بإنشاءِ جدولِ قيمٍ: (4–6) أنظر ملحق الإجابات.

④ $y = -1$

⑤ $y - x = 8$

⑥ $3x + 2y = 15$

أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y لكلِّ معادلةٍ ممّا يأتي:

⑦

المقطع x يساوي −2، والمقطع y يساوي 4

⑧

المقطع x يساوي 0 المقطع y يساوي 0

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y: (9–11) أنظر ملحق الإجابات.

⑨ $x = 4y - 6$

⑩ $x + 6 = 0$

⑪ $\frac{4x}{3} = \frac{3y}{4} + 1$

رحلةٌ: ملأَ رامي خزانَ سـيارتِه بالوقودِ اسـتعدادًا لرحلةٍ إلى مدينةِ العقبةِ. والمعادلـةُ $y = 18 - 2x$ تعطي كميّةَ الوقودِ باللتراتِ المتبقيةِ في خزانِ السيارةِ بعدَ قيادتِها x ساعةً.

⑫ أجـدُ المقطـعَ x والمقطعَ y للمعادلـةِ المُعطاةِ، ثمَّ أسـتعملُ المقطعيـنِ لتمثيلِ المعادلـةِ بيانيًّا.

المقطع x يساوي 9، والمقطع y يساوي 18. أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين (9, 0), (0, 18).

⑬ أصفُ مدلولَ كلٍّ منَ المقطعينِ في هذهِ الحالةِ.

13) المقطـع x يسـاوي 9 وهذا يعني إمكانية قيادة السيارة 9 ساعات حتى ينفذ الوقود. المقطـع y يسـاوي 18 وهذا يعني وجود 18 لتر وقود في خزان سيارة رامي قبل البدء بالرحلة.

⑭ بعدَ كمْ ساعةٍ منْ قيادةِ السيارةِ يتبقى $\frac{1}{4}$ الوقودِ في الخزانِ؟

بعد 6.75 ساعة، أي بعد 6 ساعات و 45 دقيقة.

112

الوحدةُ 3

بنايةٌ: يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ رقمِ الطابَقِ في أحدِ الأبراجِ التجاريةِ والزمنِ الذي يقضيهِ الراكبُ بالثواني في المِصْعدِ حتى يصلَ إلى هذا الطابقِ. فإذا علمتُ أنَّ رقمَ الطابقِ الأرضيِّ 0، فأجيبُ عنْ كلٍّ ممّا يأتي:

15 منْ أيِّ طابقٍ صعِدَ الراكبُ إلى المِصْعدِ؟ من الطابق 20

16 بعدَ كمْ ثانيةٍ وصلَ الراكبُ إلى الطابَقِ الأرضيِّ؟ 20 s

17 بعدَ كمْ ثانيةٍ وصلَ الراكبُ إلى الطابقِ الثامنِ؟ 12 s

أتذكّرُ

الأعدادُ الكليّةُ:

$0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

هندسةٌ: محيطُ المستطيلِ في الشكلِ المجاورِ 12 cm

18 أكتبُ معادلةً بالصورةِ القياسيةِ تمثّلُ محيطَ المستطيلِ. $x + y = 6$

19 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y للتمثيلِ البيانيِّ لمعادلةِ محيطِ المستطيلِ. المقطع x يساوي 6، والمقطع y يساوي 6

20 أمثّلُ المعادلةَ بيانيًّا. أنظر ملحق الإجابات.

21 أجدُ ثلاثةَ أزواجٍ مرتبةٍ تمثلُ أبعادَ المستطيلِ، على أنْ تكونَ قيمُ x و y أعدادًا كليّةً.
إجابة ممكنة: $(1, 5), (2, 4), (3, 3)$.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

22 **تحدٍّ:** يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ المستقيمَ $x + y = 5$.

أرسمُ مستقيمًا على الصورةِ $x = a$، ومستقيمًا على الصورةِ $y = b$، على أنْ تكونَ المِساحةُ بينَ المستقيماتِ الثلاثةِ 4.5 وحداتٍ مربعةٍ.
أنظر ملحق الإجابات.

23 **تبريرٌ:** أمثّلُ المعادلاتِ $x = 5, x = 2, y = -2, y = 1$ في المستوى الإحداثيِّ نفسِه، ثمَّ أحدّدُ الشكلَ الهندسيَّ المغلقَ الناتجَ عنِ المستقيماتِ. أُبرّرُ إجابتِي.

23) مربع طول ضلعه 3 وحدات. المسافة بين $x = 5$ وَ $x = 2$ يساوي 3، المسافة بين $y = 1$ وَ $y = -2$ يساوي 3

24 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ معادلةً خطيّةً بالصورةِ القياسيةِ؟
أنظر إجابات الطلبة.

113

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند **(أكتب)** للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:
  - » **أجد ناتج كل مما يأتي:**

① أمثل المعادلة $y + 2x = 6$ بيانيًّا بإنشاء جدول قيم.

② أمثل المعادلة $y - x = 4$ بيانيًّا باستعمال المقطع x والمقطع y.

نشاط التكنولوجيا:

- أوجّه الطلبة إلى استعمال برمجية جيوجبرا لتمثيل المستقيم الذي معادلته $2y + 4x = 5$، وإيجاد المقطع x والمقطع y بدقة عن طريق البرمجية، على النحو الآتي:
  - » فتح برمجية جيوجبرا.
  - » استعمال لوحة المفاتيح لإدخال المعادلة $2y + 4x = 5$ في شريط Input ثم ضغط مفتاح Enter.
- أطلب إلى الطلبة تغيير معاملي المتغيرين في المعادلة وملاحظة التغيّر في قيمة المقطع x وقيمة المقطع y، وأطلب إليهم وصف شكل المستقيم عندما يكون أحد المعاملين صفرًا. ويمكن إجراء التغيير على المعاملات بالنقر المزدوج على معادلة المستقيم وتغيير قيمة معامل x في جزء Algebra، أو تغيير قيمة معامل y، أو تغيير كلا القيمتين، ثم ضغط مفتاح Enter بعد كل تغيير.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن صورة لخريطة المملكة الأردنية الهاشمية تظهر عليها المدن الرئيسة، والاحتفاظ بالصورة على جهاز الحاسوب في ملف محدد، ثم أوجههم لكيفية إدراجها على برمجية جيوجبرا وفق الآتي:
  - » بعد فتح برمجية جيوجبرا، أختار قائمة Edit، ومن نافذتها المنبثقة أختار Insert Image from File.
  - » أحدد الصورة من الملف الذي حفظتها فيه، ثم أختار Open.
  - » أوضح للطلبة أن النقطتين A, B اللتين تظهران عند زاويتين للصورة يُمكن بهما التحكم بموقع الصورة وتكبيرها أو تصغيرها في المستوى الإحداثي المخصص للرسومات في برمجية جيوجبرا.

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- إيجاد ميل مستقيم مارّ في نقطتين معلومتين.
- استعمال ميل المستقيم لتفسير معنى (معدّل التغيّر) في مواقف حياتية.

نتاجات التعلم القبلي:

- تمثيل معادلة مستقيم بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم رسم المستوى الإحداثي على ورق الرسم البياني الموجود في نهاية كتاب التمارين، وتعيين النقطة (1, 1) في المستوى الإحداثي وعدّها نقطة الانطلاق.
- أطلب إلى الطلبة تعيين النقطة (1, 3) في المستوى الإحداثي نفسه، ثم أسألهم الأسئلة الآتية:
  - » أي الإحداثيين تغير؟ الإحداثي y.
  - » ما مقدار هذا التغيّر؟ وحدتان.
- أوضح للطلبة أن التغير في الإحداثي y يُسمى (التغير الرأسي).
- أطلب إلى الطلبة تعيين النقطة (5, 1) في المستوى الإحداثي نفسه، ثم أسألهم السؤالين السابقين، ثم أوضح لهم أن التغير في الإحداثي x يُسمى (التغير الأفقي).

الدرسُ 2 ميلُ المستقيمِ

فكرةُ الدرسِ

أجدُ مَيلَ المستقيمِ.

المصطلحاتُ

مَيلُ المستقيمِ، التغيُّرُ الرأسيُّ، التغيّرُ الأفقيُّ، معدلُ التغيُّرِ.

أستكشفُ

تُستعملُ إشارتا المرورِ المجاورتانِ لتنبيهِ السائقينَ على مقدارِ انحدارِ الطريقِ، وذلكَ بإيجادِ نسبةِ الارتفاعِ أو الهبوطِ إلى كلِّ 100 m أفقيًّا. فما الفرقُ بينَ الإشارتينِ؟

نسبة انحدار الطريق 10% أكبر من نسبة انحدار الطريق 8%، مما يعني أن الطريق في الحالة الأولى أشد انحدارًا.

ميلُ المستقيمِ (slope of a line) هو مصطلحٌ يُستعملُ لوصفِ مقدارِ انحدارِ المستقيمِ. فالمَيلُ هو نسبةُ **التغيّرِ الرأسيِّ** (rise) إلى **التغيّرِ الأفقيِّ** (run).

$$\text{المَيلُ} = \frac{\text{التغيّرُ الرأسيُّ}}{\text{التغيّرِ الأفقيِّ}}$$

ولإيجادِ ميلِ المستقيمِ غيرِ الرأسيِّ في المستوى الإحداثيِّ يُمكِنُنا إيجادُ نسبةِ التغَيُّرِ في الإحداثيِّ y (التغَيُّرِ الرأسيِّ) إلى التغَيُّرِ في الإحداثيِّ x (التغَيُّرِ الأفقيِّ) بينَ أيِّ نقطتينِ على المستقيمِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **مَيلُ المستقيمِ**

- **بالكلماتِ:** ميلُ المستقيمِ غيرِ الرأسيِّ هو نسبةُ التغيّرِ الرأسيِّ إلى التغيّرِ الأفقيِّ.
- **بالرموزِ:** يمكنُ إيجادُ الميلِ (m) للمستقيمِ غيرِ الرأسيِّ المارِّ بالنقطتينِ (x_1, y_1) و (x_2, y_2) على النحوِ الآتي:

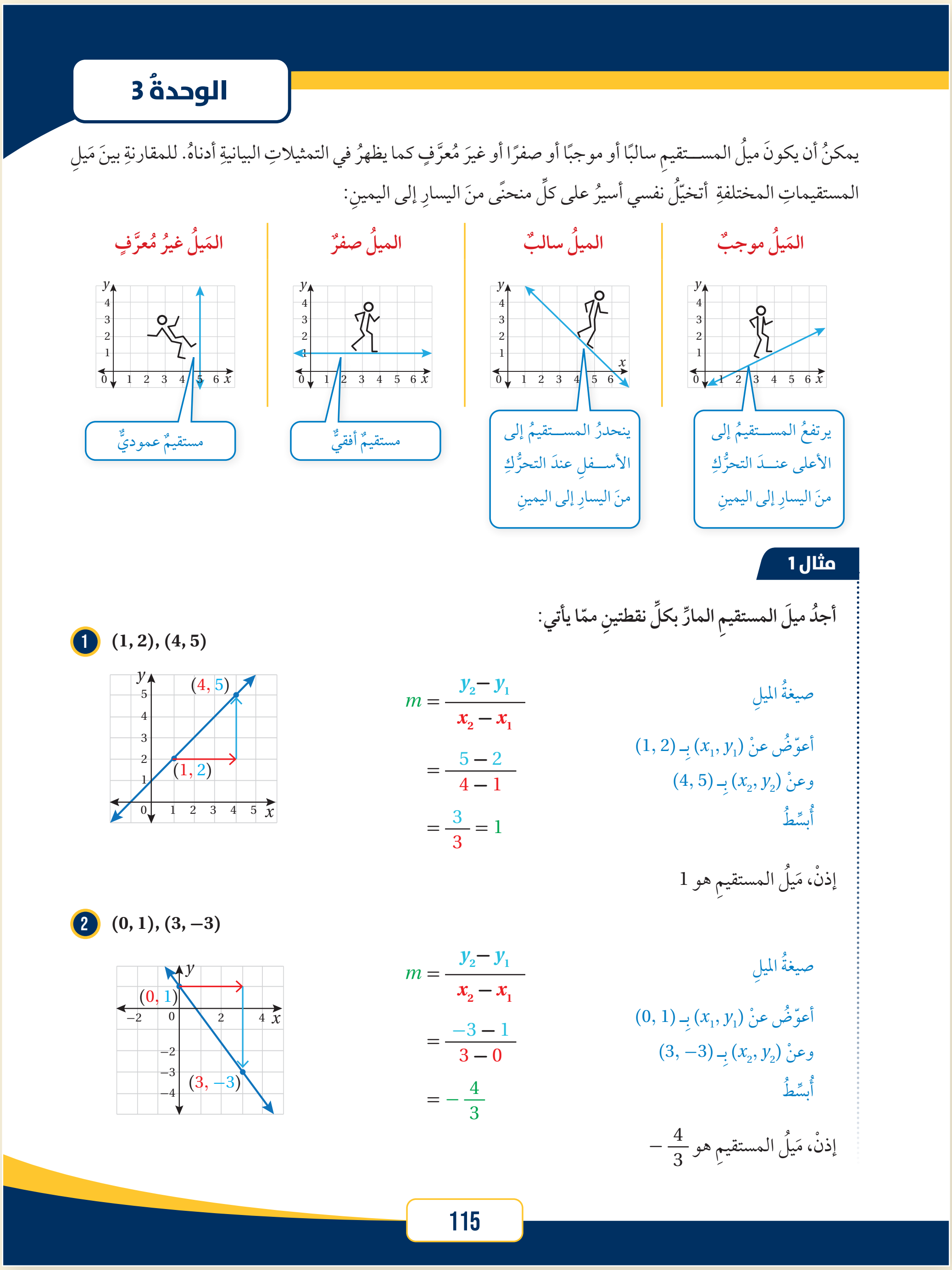
$$m = \frac{\text{التغيّرُ الرأسيُّ}}{\text{التغيّرِ الأفقيِّ}}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التغيرُ في y

التغيرُ في x

تنبيه: أوضح للطلبة أن اتجاه الحركة نحو اليمين من نقطة الانطلاق يعني أن التغير الأفقي موجب، ويكون سالبًا عند التحرك من نقطة الانطلاق باتجاه اليسار، وكذلك يكون التغير الرأسي موجبًا أو سالبًا حسب اتجاه الحركة من نقطة الانطلاق إلى أعلى أو إلى أسفل على الترتيب.



الوحدةُ 3

يمكنُ أنْ يكونَ ميلُ المســتقيمِ سالبًا أو موجبًا أو صفرًا أو غيرَ مُعرَّفٍ كما يظهرُ في التمثيلاتِ البيانيةِ أدناهُ. للمقارنةِ بينَ مَيلِ المستقيماتِ المختلفةِ أتخيَّلُ نفسي أسيرُ على كلِّ منحنًى منَ اليسارِ إلى اليمينِ:

المَيلُ موجبٌ	الميلُ سالبٌ	الميلُ صفرٌ	المَيلُ غيرُ مُعرَّفٍ
يرتفعُ المستقيمُ إلى الأعلى عندَ التحرُّكِ منَ اليسارِ إلى اليمينِ	ينحدرُ المستقيمُ إلى الأسفلِ عندَ التحرُّكِ منَ اليسارِ إلى اليمينِ	مستقيمٌ أفقيٌّ	مستقيمٌ عموديٌّ

مثال 1

أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي:

① (1, 2), (4, 5)

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ (1, 2) وعنْ (x_2, y_2) بِـ (4, 5) $= \frac{5-2}{4-1}$

أُبسِّطُ $= \frac{3}{3} = 1$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 1

② (0, 1), (3, −3)

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ (0, 1) وعنْ (x_2, y_2) بِـ (3, −3) $= \frac{-3-1}{3-0}$

أُبسِّطُ $= -\frac{4}{3}$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو $-\frac{4}{3}$

115

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وأسألهم:
  - » ما أهمية إشارات المرور؟ إرشاد السائقين لضبط سرعة المركبة أو الانتباه لخطر ما.
  - » ما الذي يدلّ عليه اللون الأصفر في إشارات المرور؟ التحذير من وجود خطر.
  - » ما الأخطار التي تنبّه إليها الإشارات الموضحة في الصور؟ خطر الانزلاق، أو فقدان السيطرة على المركبة.
  - » ما الذي يُفهم من النسب المئوية الظاهرة في الشكل؟ مقدار انحدار الطريق.
  - » ما الفرق بين الإشارتين؟ تدل الإشارة التي على اليمين على أن انحدار الطريق أكبر.
- أستمع لإجابات بعض الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.

3 التدريس

أدون المفهوم الأساسي لميل المستقيم بالكلمات وكيفية التعبير عنه بالرموز على اللوح، ثم أرسم الحالات الأربع التي توضح الميل (الموجب، السالب، الصفر، غير المعرّف) وأوضحها للطلبة، وأؤكد أن التحرك من اليسار إلى اليمين في الحالات الثلاث الأولى.

مثال 1

- أناقش مع الطلبة الحالات الأربع لحساب ميل المستقيم المارّ بنقطتين معلومتين من خلال حل المثال 1 معهم على اللوح، وأوضح لهم التغير الرأسي والأفقي بالتمثيل في المستوى الإحداثي.

تنبيه: قد يظن بعض الطلبة خطأً أن حاصل قسمة عدد على صفر يساوي صفرًا؛ لذا أوضح لهم أن أي عدد (غير الصفر) مقسومًا على صفر هو قيمة غير معرفة، وأن العدد صفر مقسومًا على عدد (غير الصفر) يساوي صفرًا.

إرشادات:

- يساعد استعمال لوح متنقل خاص بالمستوى الإحداثي على تمثيل المعادلات بسهولة، ويوفر الوقت المستنفد في رسم المحورين الإحداثيين وتقسيمهما، ويمكن إعداده بسهولة برسم المستوى الإحداثي على طبق من الكرتون المقوّى ثم تغطيته بلاصق شفاف.
- إذا توفر جهاز Data Show يُمكن عرض الأشكال التي توضح الحالات الأربع للميل من كتاب الطالب.

إرشادات:

- يُفضَّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة تحديد التغير الرأسي والأفقي؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيُّل التغير، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.
- أوضح للطلبة أن ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ يُمكن أن يُحسَب على النحو الآتي:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند حساب ميل المستقيم المارّ بنقطتين مثل: $(2, 5), (3, 4)$، فيكتبون:

$$m = \frac{3-2}{4-5} \text{ أو } m = \frac{4-3}{5-2} \text{ أو } m = \frac{4-5}{2-3}$$

وتنتج مثل هذه الأخطاء عن خطأ في تسمية إحداثيات النقاط؛ ولعلاج ذلك أوجّه الطلبة إلى تسمية النقطتين على النحو الآتي:

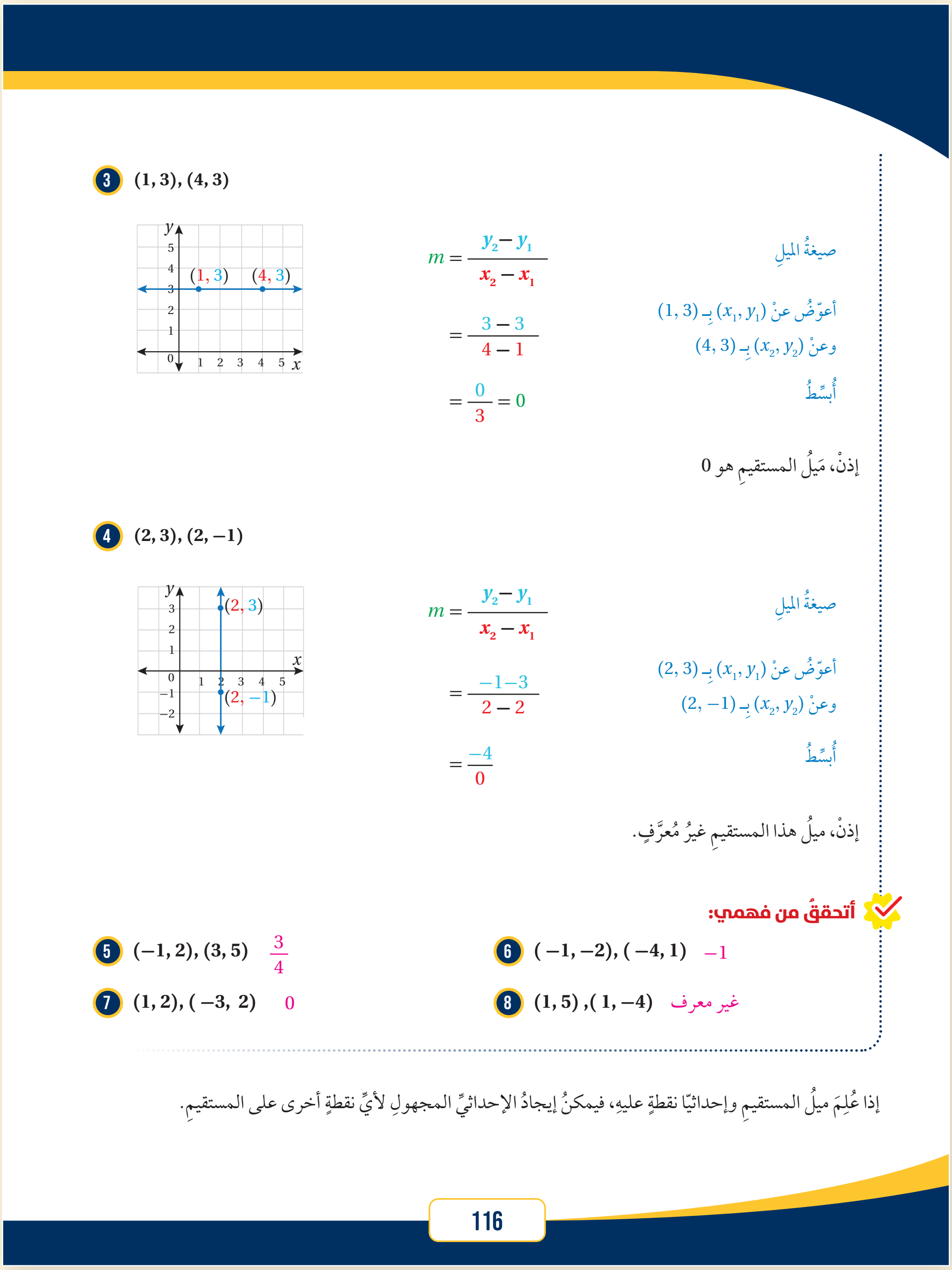
$$\begin{array}{cc} (x_2, y_2) & (x_1, y_1) \\ \downarrow \ \downarrow & \downarrow \ \downarrow \\ (3, 4) & (2, 5) \end{array}$$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.



③ $(1, 3), (4, 3)$

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 3)$ $= \frac{3-3}{4-1}$

أُبسِّطُ $= \frac{0}{3} = 0$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 0

④ $(2, 3), (2, -1)$

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(2, 3)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(2, -1)$ $= \frac{-1-3}{2-2}$

أُبسِّطُ $= \frac{-4}{0}$

إذنْ، ميلُ هذا المستقيمِ غيرُ مُعرَّفٍ.

أتحقّقُ من فهمي:

⑤ $(-1, 2), (3, 5)$ $\frac{3}{4}$

⑥ $(-1, -2), (-4, 1)$ -1

⑦ $(1, 2), (-3, 2)$ 0

⑧ $(1, 5), (1, -4)$ غير معرف

إذا عُلِمَ ميلُ المستقيمِ وإحداثيّا نقطةٍ عليهِ، فيمكنُ إيجادُ الإحداثيِّ المجهولِ لأيِّ نقطةٍ أخرى على المستقيمِ.

116

الوحدةُ 3

مثال 2

① أجدُ قيمةَ s التي تجعلُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ ($-2, 1$) و $(3, s)$ يساوي $\frac{3}{5}$

أفترضُ أنَّ النقطةَ $(-2, 1)$ هيَ (x_1, y_1)، والنقطةَ $(3, s)$ هيَ (x_2 , y_2)

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أُعوِّضُ $x_1 = -2, x_2 = 3, y_1 = 1, y_2 = s$ $\frac{3}{5} = \frac{s-1}{3-(-2)}$

أُبسِّطُ $\frac{3}{5} = \frac{s-1}{5}$

خاصيّةُ الضربِ التبادليِّ $5(s-1) = 3 \times 5$

خاصيّةُ التوزيعِ $5s - 5 = 15$

أجمعُ 5 لِكلا الطرفينِ $5s = 20$

أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 5 $s = 4$

أتحققُ من فهمي:

② أجدُ قيمةَ k التي تجعلُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(3, 1)$ و $(k, 2)$ يساوي $-\frac{1}{6}$ $k = -3$

معدّلُ التغيُّرِ (rate of change) هو نسبةٌ تصفُ مقدارَ تغيّرِ كميةٍ بالنسبةِ إلى تغيرِ كميةٍ أخرى، ويمكنُنا استعمالُ ميلِ المستقيمِ الذي يمثلُ العلاقةَ بينَ هاتينِ الكميتينِ لتفسيرِ معنى معدلِ التغيُّرِ في المسائلِ الحياتيةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ طولَ زنبركٍ l بالسنتيمتراتِ، عندَ تعليقِ جسمٍ كتلتُهُ m غرام بِهِ.

① أجدُ طولَ الزنبركِ قبلَ تعليقِ أيِّ كتلةٍ بِهِ.

طولُ الزنبركِ قبلَ تعليقِ أيِّ كتلةٍ بِهِ 5 cm، وهي القيمةُ التي تقابلُ الكتلةَ 0 g في التمثيلِ.

117

مثال 2

- أبيّن للطلبة إمكانية إيجاد إحداثي مجهول لأي نقطة على مستقيم، إذا عُلِم ميل المستقيم وإحداثيا نقطة أخرى عليه.
- أُناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأحرص على تسمية النقطتين تسمية صحيحة، وأذكرهم بكيفية حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.

مثال 3: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم (معدّل التغيّر) وعلاقته بميل المستقيم.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أُوضّح لهم المطلوب من كل فرع من أفرع المثال، وكيفية قراءة التمثيل البياني واستخراج المعلومات المطلوبة منه.
- أؤكد أهمية توخّي الدقة عند تحديد نقطتين على المستقيم في التمثيل البياني المعطى، وأذكّر الطلبة بأن أي نقطتين تقعان على المستقيم يمكن استعمالها لإيجاد الميل.

إرشاد: يمكن استعمال زنبرك تُعلَّق به أثقال ذات كتل مختلفة لتوضيح العلاقة بين كتلة الجسم المعلق وطول الزنبرك (أستفسر عن توفر الزنبرك والأثقال في مختبر العلوم في المدرسة).

سؤال إضافي:

لتدريب الطلبة على التعامل مع الكسور والأعداد الكسرية، أوجّه للطلبة السؤال الإضافي الآتي:

» أجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $(2, \frac{1}{2}), (-3, 2\frac{1}{4})$؟ $m = \frac{-7}{20}$

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّـه الطلبـةَ إلـى بند (**أتـدرَّب وأحل المسـائل**)، ثم أطلـب إليهـم حـل المسـائل (8-1)، والمسـألتين 12 و 13 ضمـن مجموعـات ثنائيـة داخـل الغرفـة الصفية؛ فهذه المسـائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلـة الدرس، وهي تُسـتعمَل خاصـةً لتدريب الطلبة علـى المفاهيـم نفسـها، بصرف النظـر عمّـا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحـد الطلبـة مِمَّنْ تمكَّـن/ تمكَّنت من حل المسـألة؛ لمناقشـة استراتيجيته/ اسـتراتيجيتها في حل المسـألة علـى اللـوح، وأحفز الطلبة على طرح أيِّ تسـاؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المسـتوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسـائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهـم مع طالب آخـر/ طالبة أخرى من ذوي المسـتوى المتوسـط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكـد المفاهيم العابـرة للمواد حيثمـا وردت في كتاب الطالب وكتاب التمارين. ففي السـؤال 14 أوضح للطلبة أهمية توفيـر الممـرات المائلة التي تسـهل حركة ذوي الإعاقات الحركية، وأوجههم إلى أن الخُلق السويّ يوجب على الجميع احترام ذوي الإعاقات ومسـاعدتهم، وعدم السخرية منهم أو التنمُّر عليهم.

② أجدُ معدّلَ تغيرِ طولِ الزنبركِ بالنسبةِ إلى كتلتِه، ثمَّ أبيّنُ ماذا يمثّلُ.

لإيجادِ معدلِ التغيّرِ أجدُ ميلَ المستقيمِ الذي يمثّلُ العَلاقةَ بينَ الكتلةِ وطولِ الزنبركِ.

أستعملُ النقطتينِ (0, 5) و (80, 15) لإيجادِ مَيلِ المستقيمِ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـِ (0, 5) وعن (x_2, y_2) بـِ (80, 15) $= \frac{15-5}{80-0}$

أُبسِّطُ $= \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$

إذنْ، ميلُ المسـتقيمِ هو $\frac{1}{8}$ ، وهو يمثلُ معدّلَ التغيُّرِ في طولِ الزنبركِ لكلِّ غرامٍ منَ الكتلةِ، حيثُ إنَّ طولَ الزنبركِ يزدادُ بمقدارِ $\frac{1}{8}$ cm لكلِّ غرامٍ يُضافُ إليهِ.

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ متوسطَ تكلفةِ تشغيلِ ثلاجةٍ (بالدينارِ) أشهرًا عدةً.

③ أجدُ تكلفةَ تشغيلِ الثلاجةِ مدةَ 3 أشهرٍ. JD 18

④ أجدُ معدّلَ تغيّرِ تكلفةِ تشغيلِ الثلاجةِ بالنسبةِ إلى الزمنِ، ثمَّ أوضّحُ ماذا يمثّلُ.

معدّل التغير 6، و يمثّل معدّل تكلفة التشـغيل بالنسـبة للزمن حيث تزداد التكلفة بمقدار JD 6 لكل شهر إضافي من التشغيل.

أتدرب وأحل المسائل

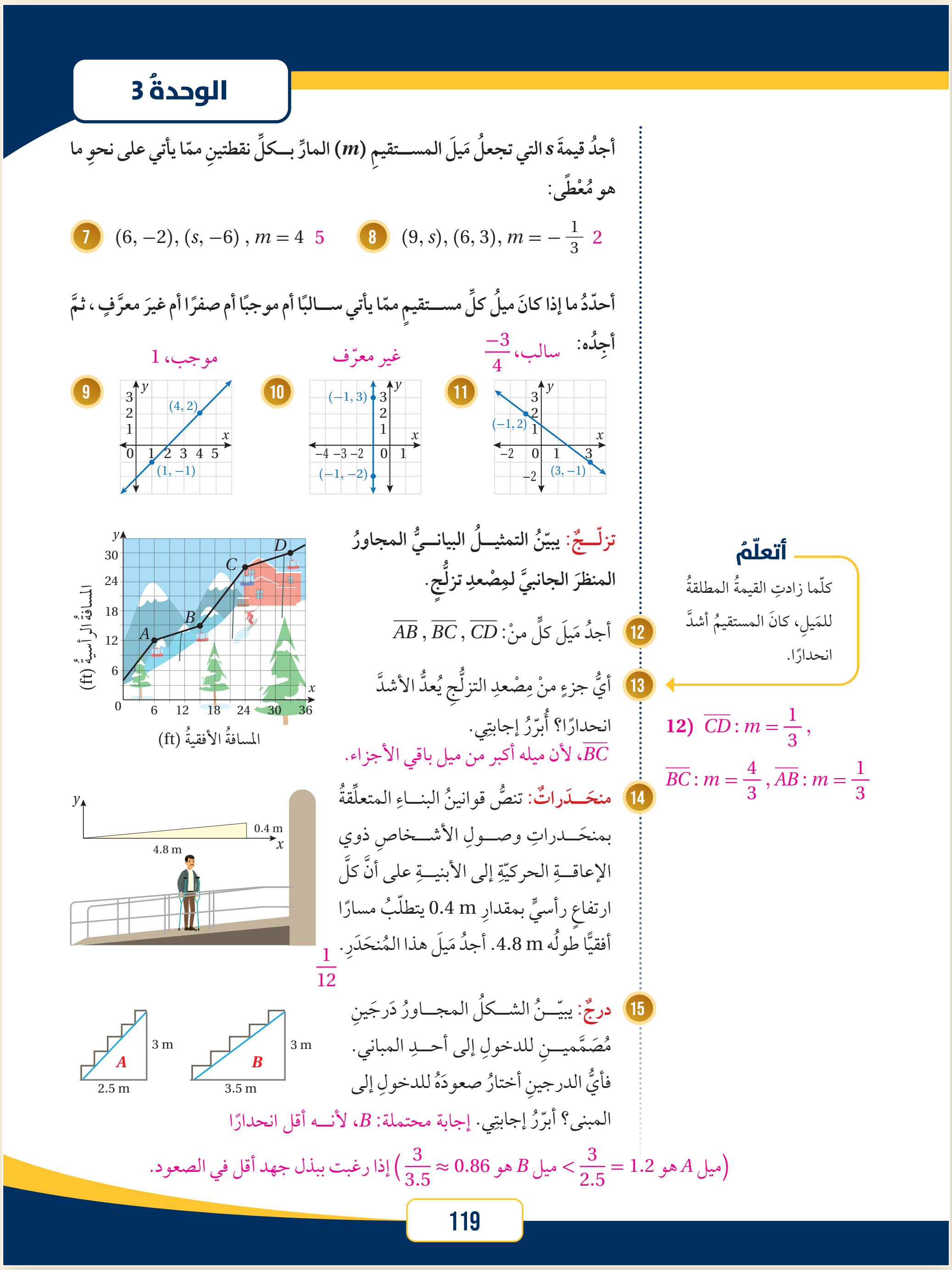
أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي:

① (3, 3), (5, 7) 2
② (6,1), (4,3) −1
③ (−2, −6), (−2, 6) غير معرّف
④ (5, −7), (0, −7) 0
⑤ (−1, 0), (0, −5) −5
⑥ (4, 1), (12, 8) $\frac{7}{8}$

أتذكّرُ

أُراعي الترتيبَ عندَ تعويضِ إحداثياتِ الزوجينِ المُرتَّبينِ في صيغةِ المَيلِ $m = \frac{\boxed{y_2} - \boxed{y_1}}{\boxed{x_2} - \boxed{x_1}}$

118



الوحدةُ 3

أجدُ قيمةَ s التي تجعلُ مَيلَ المستقيمِ (m) المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي على نحوِ ما هو مُعْطًى:

⑦ $(6, -2), (s, -6)\ , m = 4$ 5

⑧ $(9, s), (6, 3), m = -\frac{1}{3}$ 2

أحدّدُ ما إذا كانَ ميلُ كلِّ مستقيمٍ ممّا يأتي سالبًا أم موجبًا أم صفرًا أم غيرَ معرَّفٍ، ثمَّ أجِدُه:

⑨ موجب، 1

⑩ غير معرّف

⑪ سالب، $\frac{-3}{4}$

تزلّجٌ: يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ المنظرَ الجانبيَّ لِمِصْعدِ تزلُّجٍ.

⑫ أجدُ مَيلَ كلٍّ منْ: $\overline{AB}\ , \overline{BC}\ , \overline{CD}$

⑬ أيُّ جزءٍ منْ مِصْعدِ التزلُّجِ يُعدُّ الأشدَّ انحدارًا؟ أُبرّرُ إجابتِي.

$\overline{BC}$، لأن ميله أكبر من ميل باقي الأجزاء.

أتعلّمُ

كلّما زادتِ القيمةُ المطلقةُ للمَيلِ، كانَ المستقيمُ أشدَّ انحدارًا.

12) $\overline{CD} : m = \frac{1}{3}$,

$\overline{BC} : m = \frac{4}{3}\ , \overline{AB} : m = \frac{1}{3}$

⑭ **منحَدَراتٌ:** تنصُّ قوانينُ البناءِ المتعلِّقةُ بمنحَدراتِ وصولِ الأشخاصِ ذوي الإعاقةِ الحركيّةِ إلى الأبنيةِ على أنَّ كلَّ ارتفاعٍ رأسيٍّ بمقدارِ 0.4 m يتطلّبُ مسارًا أفقيًّا طولُه 4.8 m. أجدُ مَيلَ هذا المُنحَدَرِ.

$\frac{1}{12}$

⑮ **درجٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ دَرجَينِ مُصَمَّمينِ للدخولِ إلى أحدِ المباني. فأيُّ الدرجينِ أختارُ صعودَهُ للدخولِ إلى المبنى؟ أبرّرُ إجابتِي. إجابة محتملة: B، لأنــه أقل انحدارًا (ميل A هو $1.2 = \frac{3}{2.5} >$ ميل B هو $0.86 \approx \frac{3}{3.5}$) إذا رغبت ببذل جهد أقل في الصعود.

119

إرشـاد: في السؤال 15، أتقبل إجابات الطلبة الذين يختارون صعود الدرج ذي الميل الأكبر، إذ قد يبررون ذلك برغبتهم في تمرين عضلات أرجلهم وبذل مجهود أكبر.

توسعة: أطلب إلى الطلبة إعداد مقالة من خلال البحث في شبكة الإنترنت عن أشهر مواقع التزلج العالمية، وتدعيم المقالة بالصور، مع ضرورة توثيق مصادر المعلومات.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (21 – 19).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: $(9-11), 19$ كتاب التمارين: $5, 6, 10$
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: $(14-18), 20$ كتاب التمارين: $1, 4, 9, 10$
فوق المتوسط	كتاب الطالب: $(16-21)$ كتاب التمارين: $2, 3, (7-10)$

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« $ABCD$ مستطيل إحداثيات 3 من رؤوسه $A(-2, 2), B(-2, 8), C(6, 8)$. أجد ميل المستقيم المارّ بالرأسين B و D بطريقتين مختلفتين.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية، ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

أوجّه الطلبة إلى تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي:

إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بميل المستقيم، عن طريق لعبة تفاعلية.

تعليمات المشروع:

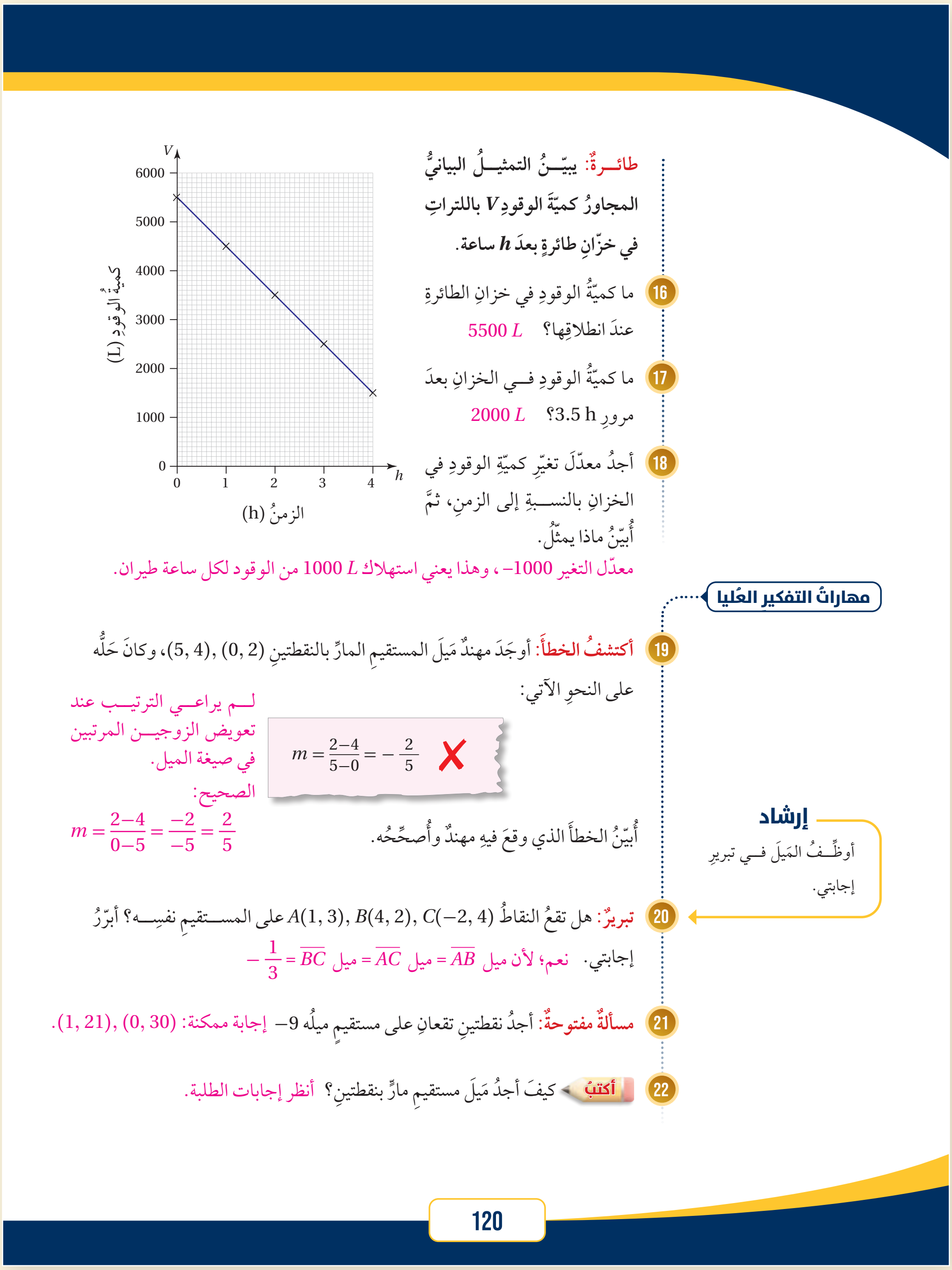
أوجّه الطلبة إلى تنفيذ خطوات مشـروع الوحدة (6–3)، وأحرص علـى توضيح هذه الخطوات باسـتعمال جهاز Data Show أو على أجهـزة الكمبيوتر أو على الهاتف النقال وباسـتعمال برمجية جيوجبـرا؛ للتأكد من إتقانهم مهارة التحكـم بميل المسـتقيم m والتحكم بمقطعه من المحور الرأسـي b بإدراج منزلقة Slider، وإجراء إعادة التسمية المطلوبة.

ملحوظـة: في حال عـدم توفر جهـاز Data Show، أدون الإجراءات على اللوح، وأطلـب إلى الطلبة تنفيذها باستعمال أجهزة الحاسوب.

6 الختام

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (أكتـب)؛ للتأكّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لـزم الأمـر، أتحقّق من فهـم الطلبة، بتوجيه أسـئلة لهم، مثل:
  - » أجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين: **$(-1, 3), (2, 6)$**

$m = 1$



طائـرةٌ: يبيّـنُ التمثيـلُ البيانيُّ المجاورُ كميّةَ الوقودِ V باللتراتِ في خزّانِ طائرةٍ بعدَ h ساعة.

16 ما كميّةُ الوقودِ في خزانِ الطائرةِ عندَ انطلاقِها؟ $5500\ L$

17 ما كميّةُ الوقودِ فـي الخزانِ بعدَ مرورِ 3.5 h؟ $2000\ L$

18 أجدُ معدّلَ تغيّرِ كميّةِ الوقودِ في الخزانِ بالنسـبةِ إلى الزمنِ، ثمَّ أُبيّنُ ماذا يمثّلُ.

معدّل التغير -1000 ، وهذا يعني استهلاك $1000\ L$ من الوقود لكل ساعة طيران.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

19 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجَدَ مهندٌ مَيلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(0, 2)$, $(5, 4)$، وكانَ حَلُّه على النحوِ الآتي:

$m = \frac{2-4}{5-0} = -\frac{2}{5}$ ✗

أُبيّنُ الخطأَ الذي وقعَ فيهِ مهندٌ وأُصحِّحُه.

لـم يراعـي الترتيـب عند تعويض الزوجيـن المرتبين في صيغة الميل.

الصحيح:

$m = \frac{2-4}{0-5} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

إرشاد

أوظِّـفُ المَيلَ فـي تبريرِ إجابتي.

20 **تبريرٌ:** هل تقعُ النقاطُ $A(1, 3), B(4, 2), C(-2, 4)$ على المسـتقيمِ نفسِـه؟ أبرّرُ إجابتي. نعم؛ لأن ميل $\overline{AB}$ = ميل $\overline{AC}$ = ميل $\overline{BC}$ = $-\frac{1}{3}$

21 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ نقطتينِ تقعانِ على مستقيمٍ ميلُه -9 إجابة ممكنة: $(0, 30), (1, 21)$.

22 **أكتبُ** كيفَ أجدُ مَيلَ مستقيمٍ مارٍّ بنقطتينِ؟ أنظر إجابات الطلبة.

120

✓ إرشـاد: في السـؤال 20 (**تبرير**) قد يحتاج بعـض الطلبة إلى توضيح كيف يمكن توظيف الميل لتبرير وقوع النقاط الثلاث المعطاة على استقامة واحدة، وذلك بتأكيد حساب الميل لكل نقطتين معًا.

المفاهيم العابرة للمواد

في السـؤال 20، أؤكد أهمية تبرير الإجابة وتقديـم الحجج المنطقية، فهي إحدى المفاهيم العابرة للمواد.

الدرسُ 3 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ، وأمثّلُها بيانيًّا.

المصطلحاتُ

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

أستكشفُ

يبلغُ متوسطُ درجةِ الحرارةِ على سطحِ الأرضِ 20°C تقريبًا. وترتفعُ درجةُ الحرارةِ تحتَ سطحِ القشرةِ الأرضيةِ بمعدلِ 25°C لكلِّ كيلومترٍ منَ العمقِ. أكتبُ معادلةً بمتغيرينِ تمثّلُ درجةَ الحرارةِ لكلِّ كيلومترٍ تحتَ سطحِ الأرضِ.

تعلّمْتُ سابقًا كيفيّةَ إيجادِ الميلِ والمقطعينِ الإحداثيّينِ للمستقيمِ. ويمكنُني استعمالُ المَيلِ والمقطعِ y لكتابةِ معادلةِ أيِّ مستقيمٍ **بصيغةِ الميلِ والمقطعِ** (slop–intercept form).

مفهومٌ أساسيٌّ **صيغةُ المَيلِ والمقطعِ**

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ والمقطعِ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ: $y = mx + b$، حيثُ m مَيلُ المستقيمِ، وb المقطعُ y لهُ.
- **بالرموزِ:** $y = mx + b$

المَيلُ

المقطعُ y

$(0, b)$

$y = mx + b$

مثال 1

① أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه $\frac{4}{5}$ والمقطعُ y لهُ -7 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أُعوّضُ $m = \frac{4}{5}, b = -7$ $y = \frac{4}{5}x + (-7)$

أُبسّطُ $y = \frac{4}{5}x - 7$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = \frac{4}{5}x - 7$

121

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال الميل والمقطع y.
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا بصيغة الميل والمقطع y.

نتاجات التعلم القبلي:

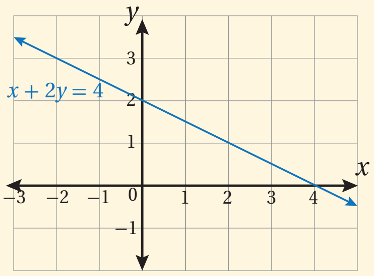
- إيجاد ميل المستقيم ومقطعيه من المحورين الإحداثيين من معادلة معطاة.
- تمثيل مستقيم في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أرسم الشكل الآتي على اللوح:



- أكتب معادلة المستقيم الممثل بالصورة القياسية.
- أطلب إلى الطلبة تحديد المقطع y والميل.
- أطلب إلى الطلبة إعادة كتابة المعادلة من الصورة القياسية إلى صورة مكافئة يكون فيها المتغير y على الطرف الأيسر وحده.
- أطلب إلى الطلبة تحديد الميل والمقطع y من الصورة المكافئة، وأستمع لملاحظاتهم.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
  - ما أهمية اعتدال درجة الحرارة على سطح الأرض؟ لتكون بيئة مناسبة للحياة.
  - كم تبلغ درجة حرارة الأرض على عمق 1 km؟ $20 + 1 \times 25 = 45$
  - كم تبلغ درجة حرارة الأرض على عمق 2 km؟ $20 + 2 \times 25 = 70$
  - كيف يمكن التنبؤ بدرجة حرارة الأرض على عمق x km؟ $20 + x \times 25$
  - أكتب معادلة بمتغيرين تمثل درجة الحرارة لكل كيلومتر تحت سطح الأرض.
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

- أدوّن معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع على اللوح كما وردت في المفهوم الأساسي، مع توضيح الرموز الواردة فيها.
- أوضح المعادلة لصيغة الميل والمقطع بالرسم.
- أدوّن على اللوح بعض الأمثلة لمعادلات خطية مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، وأطلب إلى الطلبة تحديد كل من m و b.

مثال 1

- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 1 على اللوح، وأوضح كيفية تعويض كل من الميل والمقطع y في صيغة المعادلة $y = mx + b$.
- أذكّر الطلبة بحل المعادلة الخطية بمتغير واحد عند حل الفرع 2 من المثال 1، وأوضح لهم كيفية الاستفادة من النقطة المعطاة لتحديد قيمة المقطع y، مع تأكيد أهمية تسلسل خطوات الحل بالترتيب الموضح.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 3 من المثال 1 على اللوح، وأوضح لهم أن الميل في هذا الفرع من المثال غير معطى، ولكن يمكن إيجاده باستعمال صيغة الميل، بما أن نقطتين يمر بهما المستقيم معلومتان.

ملاحظاتي

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (1, 5) وميلُه 2 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

الْخُطْوَةُ 1 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي النقطةِ لإيجادِ قيمةِ b .

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = 2, y = 5, x = 1$	$5 = 2(1) + b$
أُبسّطُ	$5 = 2 + b$
أَطرحُ 2 منْ كلا الطرفينِ	$5 - 2 = 2 + b - 2$
أُبسّطُ	$3 = b$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ الميلَ والمقطعَ y في صيغةِ الميلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = 2\ , b = 3$	$y = 2x + 3$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = 2x + 3$

3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ (2, 1) و (5, −8) بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

الْخُطْوَةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ المَيلِ.

صيغةُ الميلِ	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(2, 1)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(5, -8)$	$= \frac{-8 - 1}{5 - 2}$
أُبسّطُ	$= \frac{-9}{3} = -3$

إذنْ، الميلُ −3

الْخُطْوَةُ 2 أستعملُ الميلَ وإحداثيَّي إحدى النقطتينِ لإيجادِ قيمةِ b

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ	$y = mx + b$
أعوّضُ $m = -3, y = 1, x = 2$	$1 = -3(2) + b$
أُبسّطُ	$1 = -6 + b$
أجمعُ 6 إلى الطرفينِ	$1 + 6 = -6 + b + 6$
أُبسّطُ	$7 = b$

إذنْ، فالمقطعُ y هو 7

122

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ مـن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيـة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

إرشادات:

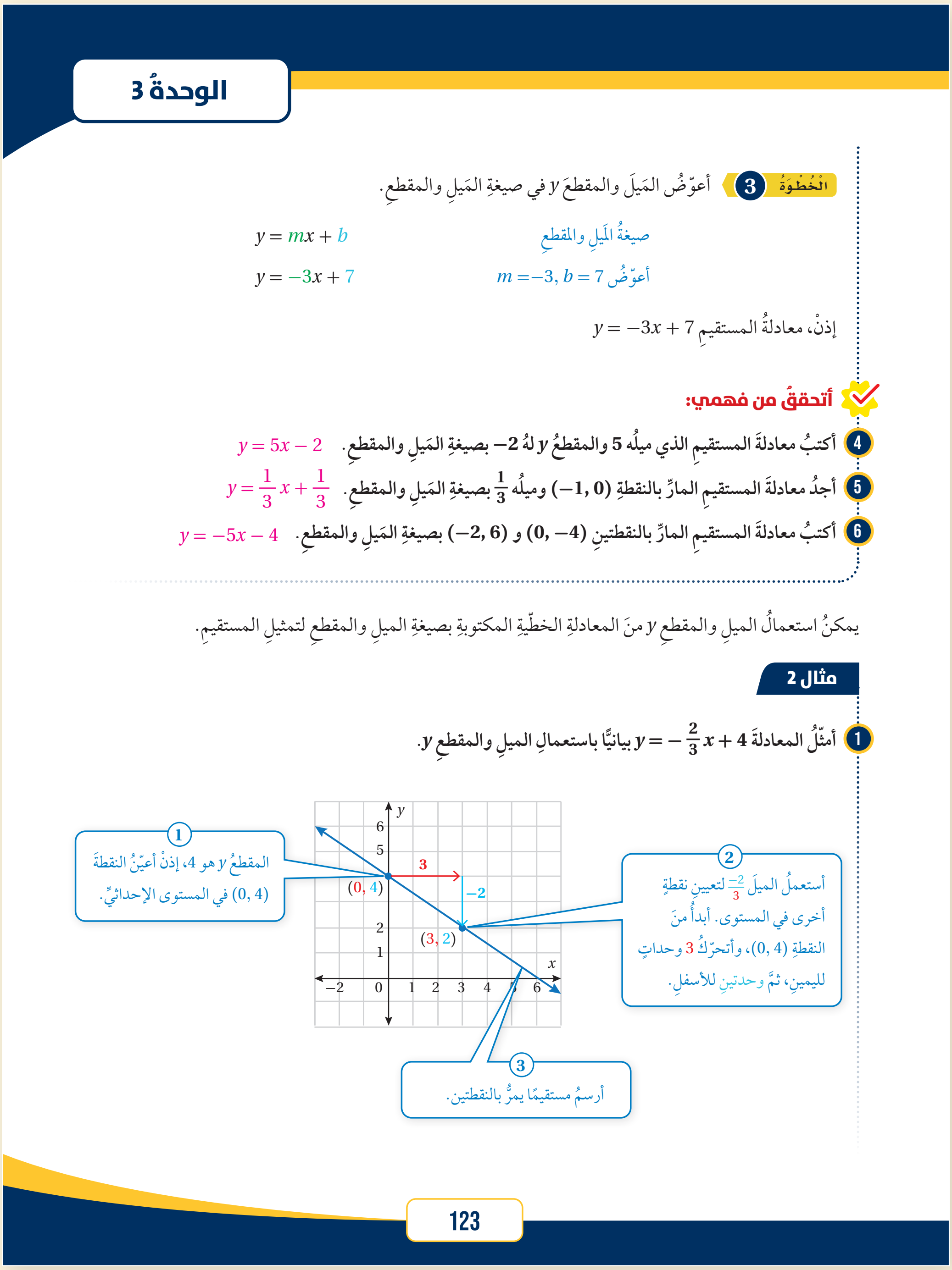
- أوجّـه الطلبة إلى الانتباه للإشـارتين − , + عند تعويض قيمة كل من m, b في صيغة المعادلة.
- عند مناقشـة الخطوة 2 مـن الفرع 3، أوجّه الطلبة إلى أنه يمكن اسـتعمال النقطة (5, −8) لتحديد المقطع y، وأطلب إليهم التحقق من ذلك.

مثال 2

- أوضح للطلبة إمكانية تمثيل مستقيم عُلمت معادلته بصيغة الميل والمقطع.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح وفق الخطوات الموضحة على الشكل، إذ يُمكن البدء بتعيين النقطة (0, 4)، ثم التحرك إلى اليمين بمقدار 3 وحدات، وإلى أسفل بمقدار وحدتين (لأن الميل يساوي $\left(\frac{-2}{3}\right)$، ثم تعيين نقطة جديدة عند النقطة التي وصلت إليها وهي (3, 2)، وأستعمل المسطرة لرسم مستقيم يمر بالنقطتين.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أؤكد عند مناقشة الخطوة 2 أن بسط الميل يدل على تحرك (تغيّر) رأسي وأن مقام الميل يدل على تحرك (تغيّر) أفقي.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه إذا عددنا البسط +2 والمقام −3، فإنه يمكن تحديد نقطة أخرى هي (−3, 6) يمر بها المستقيم.
- إذا كان اللوح معدنيًّا فيمكن مناقشة حل المثال بتثبيت مغناطيس ملون عند موقع النقطة (0, 4) على اللوح على المحور y، ثم التحرك إلى اليمين بمقدار 3 وحدات، وإلى أسفل بمقدار وحدتين، ثم تعيين نقطة جديدة بتثبيت مغناطيس ملون عند النقطة التي وصلت إليها وهي (3, 2)، وأستعمل المسطرة لرسم مستقيم يمر بالنقطتين، أما إذا لم يتوفر لوح معدني فيمكن استعمال لوح من الكرتون المقوى، واستبدال المغناطيسين بدبوسين ملونين.
- يُفضَّل استعمال الأقلام الملونة أثناء شرح المثال في خطوة تحديد التغير الرأسي والأفقي في المستوى الإحداثي؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيُّل التغير، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.



الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ المَيلَ والمقطعَ y في صيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = -3, b = 7$ $y = -3x + 7$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = -3x + 7$

أتحققُ من فهمي:

4 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه 5 والمقطعُ y لهُ −2 بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ. $y = 5x - 2$

5 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (−1, 0) وميلُه $\frac{1}{3}$ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

6 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ (0, −4) و (−2, 6) بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ. $y = -5x - 4$

يمكنُ استعمالُ الميلِ والمقطعِ y منَ المعادلةِ الخطّيةِ المكتوبةِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ لتمثيلِ المستقيمِ.

مثال 2

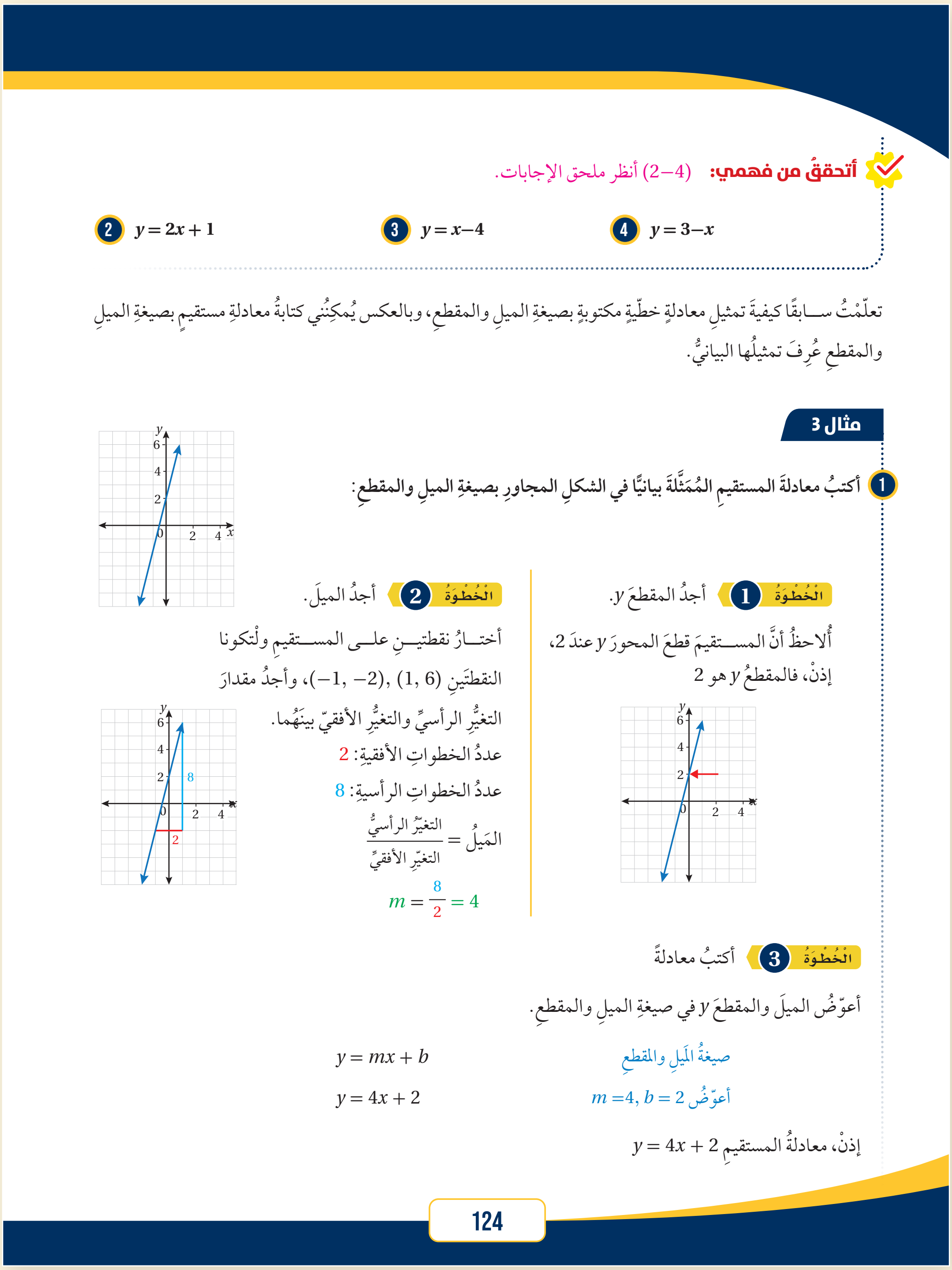
1 أمثّلُ المعادلةَ $y = -\frac{2}{3}x + 4$ بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y.

① المقطعُ y هو 4، إذنْ أعيّنُ النقطةَ (0, 4) في المستوى الإحداثيِّ.

② أستعملُ الميلَ $\frac{-2}{3}$ لتعيينِ نقطةٍ أخرى في المستوى. أبدأُ منَ النقطةِ (0, 4)، وأتحرّكُ 3 وحداتٍ لليمينِ، ثمَّ وحدتينِ للأسفلِ.

③ أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بالنقطتينِ.

توسعة: أوجّه الطلبة إلى إمكانية إيجاد إحداثيي نقطة ثانية على المستقيم باختيار قيمة للمتغير x (مثلًا: 6) وتعويضها في المعادلة، ثم إيجاد قيمة المتغير y (طريقة الجدول)، ثم تمثيل المستقيم المارّ بالنقطتين.



أتحققُ من فهمي: (2−4) أنظر ملحق الإجابات.

② $y=2x+1$ ③ $y=x-4$ ④ $y=3-x$

تعلّمْتُ سابقًا كيفيةَ تمثيلِ معادلةٍ خطّيةٍ مكتوبةٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ، وبالعكس يُمكِنُني كتابةُ معادلةِ مستقيمٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ عُرِفَ تمثيلُها البيانيُّ.

مثال 3

① **أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمَثَّلَةَ بيانيًّا في الشكلِ المجاورِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ:**

الخُطْوَةُ 1 أجدُ المقطعَ y.

أُلاحظُ أنَّ المستقيمَ قطعَ المحورَ y عندَ 2،
إذنْ، فالمقطعُ y هو 2

الخُطْوَةُ 2 أجدُ الميلَ.

أختارُ نقطتينِ على المستقيمِ ولْتكونا النقطتَينِ $(1, 6)$, $(-1, -2)$، وأجدُ مقدارَ التغيُّرِ الرأسيِّ والتغيُّرِ الأفقيِّ بينَهُما.

عددُ الخطواتِ الأفقيةِ: 2

عددُ الخطواتِ الرأسيةِ: 8

$$\text{المَيلُ} = \frac{\text{التغيّرُ الرأسيُّ}}{\text{التغيّرُ الأفقيُّ}}$$

$$m = \frac{8}{2} = 4$$

الخُطْوَةُ 3 أكتبُ معادلةً

أعوّضُ الميلَ والمقطعَ y في صيغةِ الميلِ والمقطعِ.

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ $y = mx + b$

أعوّضُ $m = 4, b = 2$ $y = 4x + 2$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y = 4x + 2$

124

مثال 3

- أسأل الطلبة: هل يُمكن كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع إذا أُعطي لنا تمثيله البياني؟
- يُمكن إعادة توجيه السؤال السابق على النحو التالي: ما الذي أحتاج إلى تحديده عندما يُعطى تمثيل بياني لمستقيم، بهدف كتابة معادلته بصيغة الميل والمقطع؟
- أستمع لإجابات الطلبة، وأناقشها.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3، وأوضح لهم في الخطوة 2 أننا اخترنا النقطتين $(-1, -2)$ و $(1, 6)$.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشادات:

- أوضح للطلبة أنه يمكن اختيار أي نقطتين على المستقيم ثم التحرك من إحداهما أفقيًّا ورأسيًّا وصولًا إلى النقطة الأخرى لتحديد الميل.
- أوضح للطلبة أنه يمكن استبدال الخطوة 2 باختيار التحرك أفقيًّا خطوة واحدة لليمين أو اليسار بدءًا من نقطة المقطع y، وعندها يكون الميل هو مقدار التغير الرأسي بين نقطة المقطع والنقطة الجديدة التي نصل إليها على المستقيم، مع تأكيد أهمية الانتباه للإشارتين −, + وفق اتجاه الحركة أفقيًّا ورأسيًّا.

توسعة: أطلب إلى الطلبة اختيار أي نقطتين على المستقيم ثم إعادة حساب قيمة الميل، والتحقق من صحة الحل.

مثال 4: من الحياة

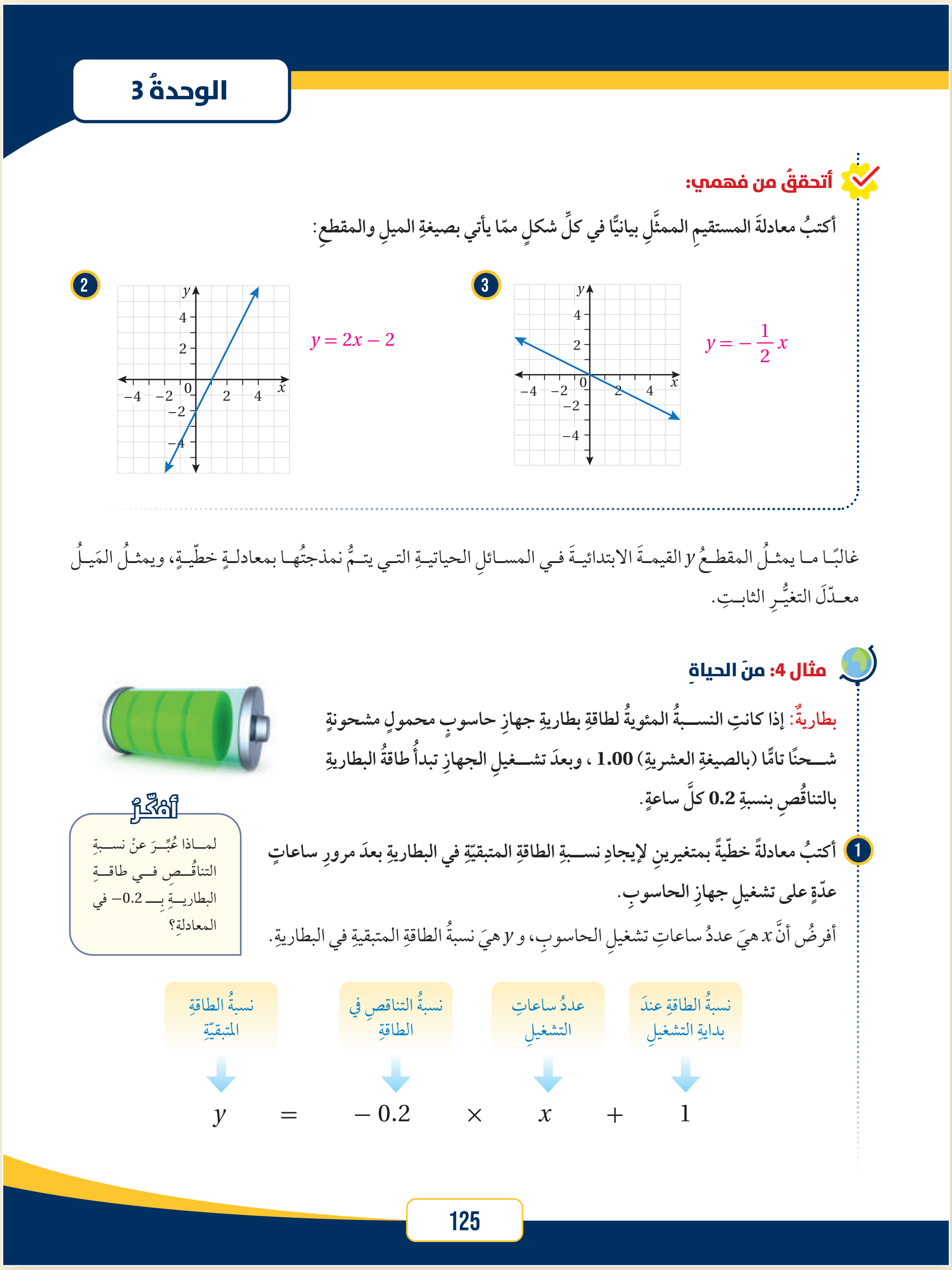
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، وأناقش معهم المعطيات، ثم أوضّح لهم المطلوب في المسألة.
- أطلب إلى الطلبة إعطاء وصف لشكل العلاقة بين نسبة الطاقة المتبقية في البطارية وعدد ساعات تشغيل الجهاز، بالاعتماد على معطيات المثال.
- أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأوضح لهم أهمية استعمال الميل في تطبيقات حياتية مختلفة، وأوجههم إلى صندوق (أفكّر) لتوضيح معنى النسبة السالبة في تناقص معدّل التغيّر (الميل).

✓ إرشـاد: عند تمثيل المعادلة بيانيًّا في الفرع 4 على اللوح، أؤكد أنه لا حاجة لنا بالمحاور السالبة، وأوضح للطلبة أن المحور x يمثّل الزمن بالساعات، وقيمه موجبة دائمًا، وأن المحور y يمثّل الطاقة المخزنة في بطارية الجهاز، وقيمها موجبة دائمًا كذلك؛ لأن الطاقة المخزنة لا يمكن أن تقل عن صفر، وأنه عند البدء بتشغيل الجهاز تكون $x = 0$ h وعندها قيمة المقطع $y = 1$، ما يعني أن البطارية مشحونة شحنًا تامًّا، وأن نسبة التناقص في الطاقة المخزنة في بطارية الجهاز يُستدل عليها من تحديد قيمة ميل المستقيم، وأن المقطع $x = 5$ h نحصل عليه عندما $y = 0$؛ أي عند نفاد الطاقة من البطارية.

تنويع التعليم:

توسعة: أسأل الطلبة المتميزين:

- بعد كم ساعة من بدء تشغيل الجهاز ستنخفض طاقة البطارية إلى النصف؟ 2.5 h
- ما مقدار الطاقة المتبقية في البطارية بعد 3 ساعات من بدء تشغيل الجهاز؟ 0.4



الوحدةُ 3

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الممثَّلِ بيانيًّا في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ والمقطعِ:

2 $y = 2x - 2$

3 $y = -\frac{1}{2}x$

غالبًا ما يمثلُ المقطعُ y القيمةَ الابتدائيةَ في المسائلِ الحياتيةِ التي يتمُّ نمذجتُها بمعادلةٍ خطّيةٍ، ويمثلُ المَيلُ معدّلَ التغيُّرِ الثابتِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

بطاريةٌ: إذا كانتِ النسبةُ المئويةُ لطاقةِ بطاريةِ جهازِ حاسوبٍ محمولٍ مشحونةٍ شحنًا تامًّا (بالصيغةِ العشريةِ) 1.00 ، وبعدَ تشغيلِ الجهازِ تبدأُ طاقةُ البطاريةِ بالتناقُصِ بنسبةِ 0.2 كلَّ ساعةٍ.

أفكّرُ

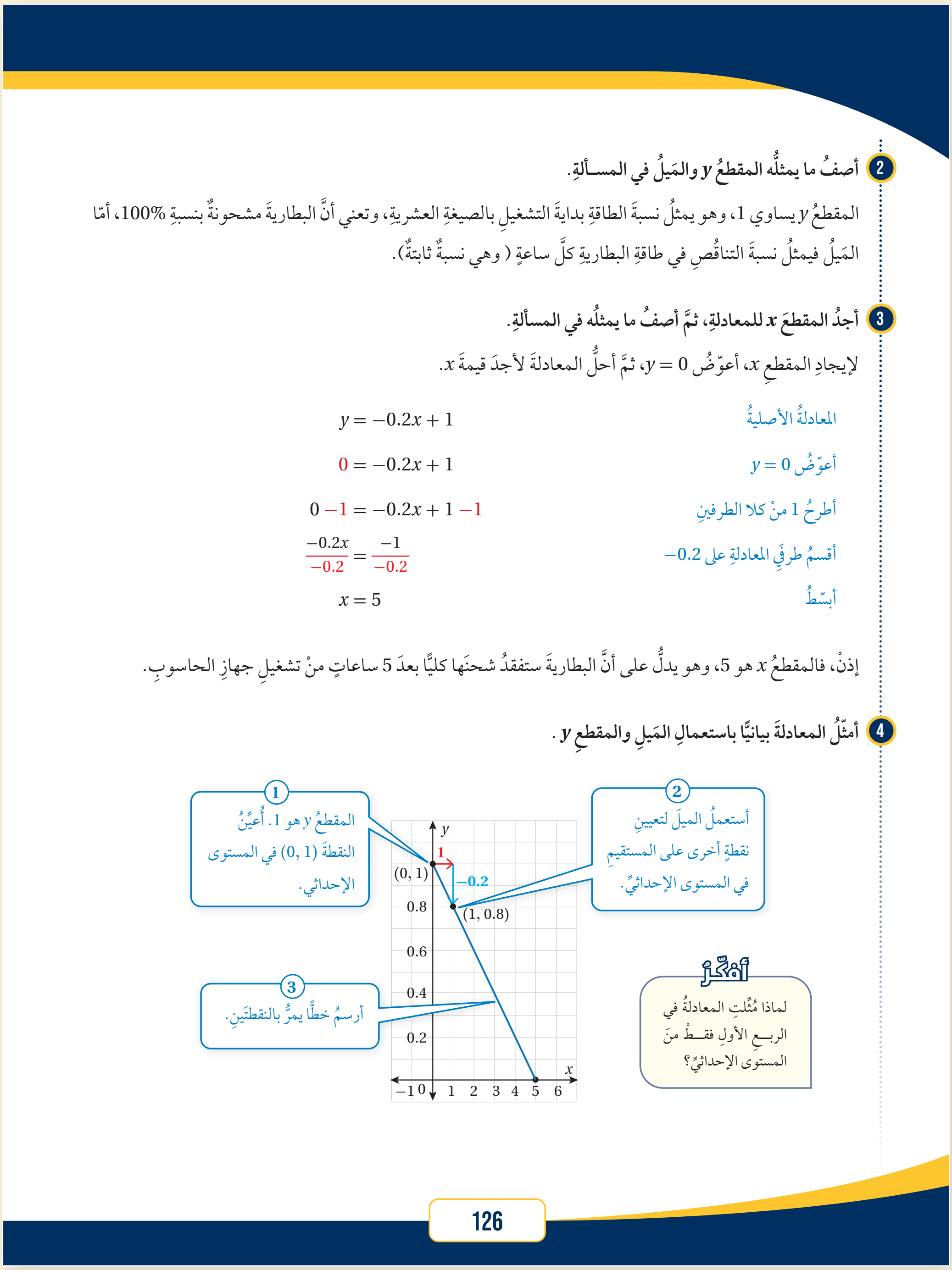
لماذا عُبِّرَ عنْ نسبةِ التناقُصِ في طاقةِ البطاريةِ بـ −0.2 في المعادلةِ؟

1 أكتبُ معادلةً خطّيةً بمتغيرينِ لإيجادِ نسبةِ الطاقةِ المتبقيّةِ في البطاريةِ بعدَ مرورِ ساعاتٍ عدّةٍ على تشغيلِ جهازِ الحاسوبِ.

أفرضُ أنَّ x هيَ عددُ ساعاتِ تشغيلِ الحاسوبِ، و y هيَ نسبةُ الطاقةِ المتبقيةِ في البطاريةِ.

نسبةُ الطاقةِ عندَ بدايةِ التشغيلِ ← 1
عددُ ساعاتِ التشغيلِ ← x
نسبةُ التناقصِ في الطاقةِ ← −0.2
نسبةُ الطاقةِ المتبقيّةِ ← y

$$y = -0.2 \times x + 1$$



2 **أصفُ ما يمثلُّه المقطعُ y والمَيلُ في المسـألةِ.**

المقطعُ y يساوي 1، وهو يمثلُ نسبةَ الطاقةِ بدايةَ التشغيلِ بالصيغةِ العشريةِ، وتعني أنَّ البطاريةَ مشحونةٌ بنسبةِ 100%، أمّا المَيلُ فيمثلُ نسبةَ التناقُصِ في طاقةِ البطاريةِ كلَّ ساعةٍ (وهي نسبةٌ ثابتةٌ).

3 **أجدُ المقطعَ x للمعادلةِ، ثمَّ أصفُ ما يمثلُه في المسألةِ.**

لإيجادِ المقطعِ x، أعوّضُ $y = 0$، ثمَّ أحلُّ المعادلةَ لأجدَ قيمةَ x.

المعادلةُ الأصليةُ	$y = -0.2x + 1$
أعوّضُ $y = 0$	$0 = -0.2x + 1$
أطرحُ 1 منْ كلا الطرفينِ	$0 - 1 = -0.2x + 1 - 1$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -0.2	$\frac{-0.2x}{-0.2} = \frac{-1}{-0.2}$
أبسّطُ	$x = 5$

إذنْ، فالمقطعُ x هو 5، وهو يدلُّ على أنَّ البطاريةَ ستفقدُ شحنَها كليًّا بعدَ 5 ساعاتٍ منْ تشغيلِ جهازِ الحاسوبِ.

4 **أمثّلُ المعادلةَ بيانيًّا باستعمالِ المَيلِ والمقطعِ y .**

① المقطعُ y هو 1. أُعيِّنُ النقطةَ (0, 1) في المستوى الإحداثي.

② أستعملُ الميلَ لتعيينِ نقطةٍ أخرى على المستقيمِ في المستوى الإحداثيِّ.

③ أرسمُ خطًّا يمرُّ بالنقطتَينِ.

أفكّرُ

لماذا مُثِّلتِ المعادلةُ في الربعِ الأولِ فقط منَ المستوى الإحداثيِّ؟

126

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–3)، والمسائل (5–13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفِّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

أخطاء شائعة:

- يخفق بعض الطلبة عادةً في تعرّف الميل السالب للمستقيم المعطى تمثيله البياني؛ ولعلاج ذلك أذكّرهم باستمرار أنه عند التحرك أفقيًّا على المحور x من اليسار إلى اليمين، إذا كان المستقيم صاعدًا إلى أعلى فإن ميله يكون موجبًا، أما إذا كان هابطًا إلى أسفل فإن ميله يكون سالبًا.
- عندما تكون معادلة المستقيم مكتوبة بالصورة القياسية، مثل: $3x + y = 5$، قد يخطئ بعض الطلبة بعدّ ميل المستقيم هو معامل x ويساوي 3؛ ولعلاج ذلك أذكّرهم بضرورة إعادة كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع ثم يكون معامل x هو ميل المستقيم بشرط أن معامل y يساوي 1

✓ إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند **(أتدرَّب وأحل المسائل)**؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

مهارات التفكير العليا

- أُوجّه الطلبة إلى بند **(مهارات التفكير العليا)**، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19 – 18).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 15 كتاب التمارين: (1–3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 4, (16–18) كتاب التمارين: (1–5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (16–19) كتاب التمارين: (4–8)

الوحدةُ 3

5 بعدَ كمْ ساعةٍ تكونُ نسبةُ الطاقةِ في البطاريةِ 0.75؟

المعادلةُ الأصليةُ $y = -0.2x + 1$

أعوّضُ $y = 0.75$ ‏ $0.75 = -0.2x + 1$

أطرحُ 1 منْ كلا الطرفينِ $0.75 - 1 = -0.2x + 1 - 1$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -0.2 ‏ $\frac{-0.2x}{-0.2} = \frac{-0.25}{-0.2}$

أبسّطُ $x = 1.25$

إذنْ، ستكونُ نسبةُ الطاقةِ في البطاريةِ 0.75 بعدَ ساعةٍ وربعٍ.

أتحققُ من فهمي:

اشتراكُ هاتفٍ: تدفعُ فرحُ اشتراكًا شهريًّا لهاتفِها قيمتُه 5 دنانيرَ، وتدفعُ قرشينِ عنْ كلِّ دقيقةٍ تتحدثُ فيها بالهاتفِ. (1–4) أنظر ملحق الإجابات.

1 أكتبُ معادلةً خطيّةً بمتغيرينِ لإيجادِ تكلفةِ ما تدفعه فرحُ عندَ تحدُّثِها عددًا منَ الدقائقِ خلالَ الشهرِ.

2 أصفُ ما يمثّلُه المقطعُ y والميلُ في المسألةِ.

3 أجدُ المقطعَ x للمعادلةِ، ثمَّ أصفُ ما يمثّلُه في المسألةِ.

4 أمثّلُ المعادلةَ بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y.

أتدرب وأحل المسائل

1 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الذي ميلُه 1 والمقطعُ y لهُ -1 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ. $y = x - 1$

2 أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بنقطةِ الأصلِ وميلُه 4 بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.
$y = 4x + 0 \Rightarrow y = 4x$

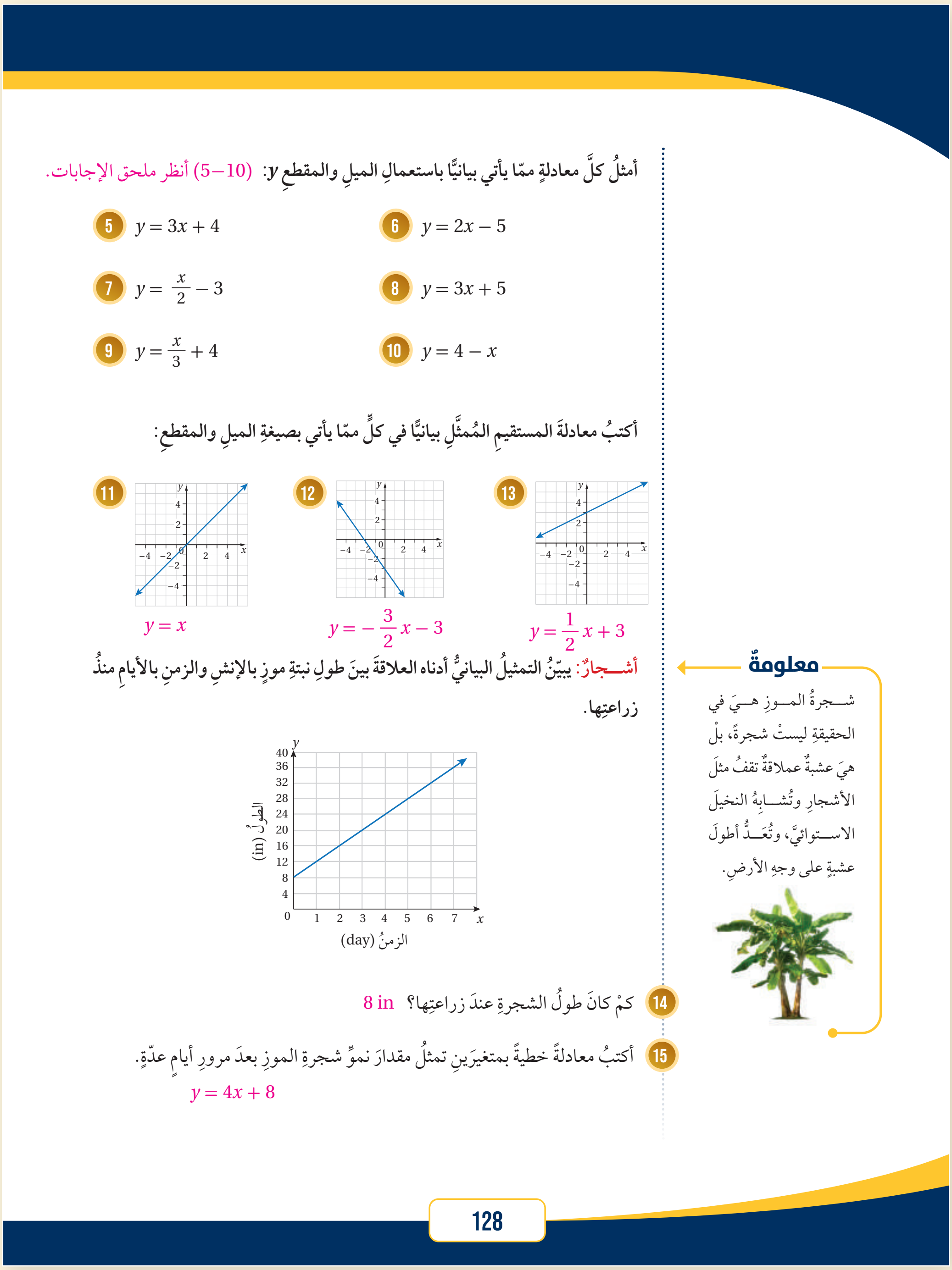
3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-2, 4)$ و $(3, -1)$ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.
$y = -x + 2$

4 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الأفقيِّ الذي يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, -5)$ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ. $y = 0x - 5 \Rightarrow y = -5$

أفكّرُ

هلْ يُمكنُ كتابةُ معادلةِ المستقيمِ الرأسيِّ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ؟

127



أمثلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y: (10–5) أنظر ملحق الإجابات.

⑤ $y = 3x + 4$

⑥ $y = 2x - 5$

⑦ $y = \frac{x}{2} - 3$

⑧ $y = 3x + 5$

⑨ $y = \frac{x}{3} + 4$

⑩ $y = 4 - x$

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمثَّلِ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ والمقطعِ:

⑪ $y = x$

⑫ $y = -\frac{3}{2}x - 3$

⑬ $y = \frac{1}{2}x + 3$

أشــجارٌ: يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ أدناه العلاقةَ بينَ طولِ نبتةِ موزٍ بالإنشِ والزمنِ بالأيامِ منذُ زراعتِها.

⑭ كمْ كانَ طولُ الشجرةِ عندَ زراعتِها؟ 8 in

⑮ أكتبُ معادلةً خطيةً بمتغيرَينِ تمثلُ مقدارَ نموِّ شجرةِ الموزِ بعدَ مرورِ أيامٍ عدّةٍ.

$y = 4x + 8$

معلومةٌ

شجرةُ الموزِ هيَ في الحقيقةِ ليستْ شجرةً، بلْ هيَ عشبةٌ عملاقةٌ تقفُ مثلَ الأشجارِ وتُشابِهُ النخيلَ الاستوائيَّ، وتُعَدُّ أطولَ عشبةٍ على وجهِ الأرضِ.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بمجموعتي قصاصات ورقية: المجموعة الأولى لمعادلات لمستقيمات بصيغة الميل والمقطع، والثانية للتمثيل البياني لهذه المعادلات من **ورقة المصادر 9: المعادلة والتمثيل**، وشريط لاصق.

- أزود الطلبة بمجموعتي القصاصات الورقية: الأولى مكتوب عليها المعادلة، والثانية عليها التمثيل البياني.
- أطلب إلى كل مجموعة لصق معادلة المستقيم بتمثيلها البياني على لوحة كرتونية صغيرة تعلَّق على جدار في الصف.
- أوجّه الطلبة إلى الاستفادة من تحديد المقطع من المحور y وتحديد الميل.

✓ إرشادات:

- يمكنني تحويل نشاط (البحث وحل المسائل) إلى مسابقة بين المجموعات مدتها 3 دقائق، والمجموعة التي يجيب أفرادها إجابة صحيحة تحصل على نقطة خلال مدة الدقائق الثلاث. وتفوز المجموعة التي تحصل على أكبر عدد من النقاط.
- اختصارًا للوقت، يمكن قص البطاقات في **ورقة المصادر 9** قبل الحصة الصفية.

نشاط التكنولوجيا:

- أوجّه الطلبة إلى تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز الآتي:

إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بمعادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، عن طريق لعبة تفاعلية.

تعليمات المشروع

- أوجّه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 7 من خطوات المشروع، وأستعمل برمجية جيوجبرا للتأكد من تمكّنهم إجراء التحويل من الصورة القياسية لمعادلة المستقيم إلى صيغة الميل والمقطع وبالعكس.

6 الختام

- أوجِّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

1 أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمر بالنقطة $(1, 5)$. $y = 2x + 3$

2 أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله -2 ويمر بالنقطة $(1, 5)$. $y = -2x + 7$

الوحدةُ 3

16 **بيئةٌ**: تتناقصُ انبعاثاتُ أولِ أكسيدِ الكربونِ في جميعِ أنحاءِ العالمِ بنحوِ 2.6 مليون طنٍّ متريٍّ كلَّ عامٍ. ففي عامِ 1991 بلغتِ انبعاثاتُ أولِ أكسيدِ الكربونِ 79 مليونَ طنٍّ متريٍّ. أكتبُ معادلةً خطيةً بمتغيرينِ تمثّلُ العلاقةَ بينَ انبعاثاتِ أولِ أكسيدِ الكربونِ والزمنِ. (إرشادٌ: أفترضُ أنَّ $x = 91$ تدلُّ على العامِ 1991).

$y = -2.6x + 315.6$

معلومةٌ

أحدُ مصادرِ الحرارةِ الجوفيةِ للكرةِ الأرضيّةِ هو تقلّصُ الكرةِ الأرضيةِ تحتَ فِعْلِ الجاذبيّةِ عندَ نشأتِها منَ الغبارِ الكونيِّ.

17 **علومُ الأرضِ**: أعودُ إلى فِقْرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

بفرض أن x تُمثل عمق الأرض بالكيلومتر و y تُمثل درجة الحرارة: $y = 25x + 20$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **أكتشفُ المختلفَ**: أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ مختلفةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

المعادلة الوحيدة المكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

$6y = -4x + 24$

$y = 4 - \frac{2}{3}x$

$2x + 3y = 12$

$x = 6 - 1.5y$

$3x - 2y = 12$

19 **تحدٍّ**: أجدُ قيمةَ a في المعادلةِ $2y + ax = -5$ ، علمًا أنَّ ميلَ المعادلةِ $\frac{5}{2}$

$a = -5$

20 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ معادلةَ مستقيمٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ عُلم ميلُه والمقطعُ y لهُ.

أنظر إجابات الطلبة.

129

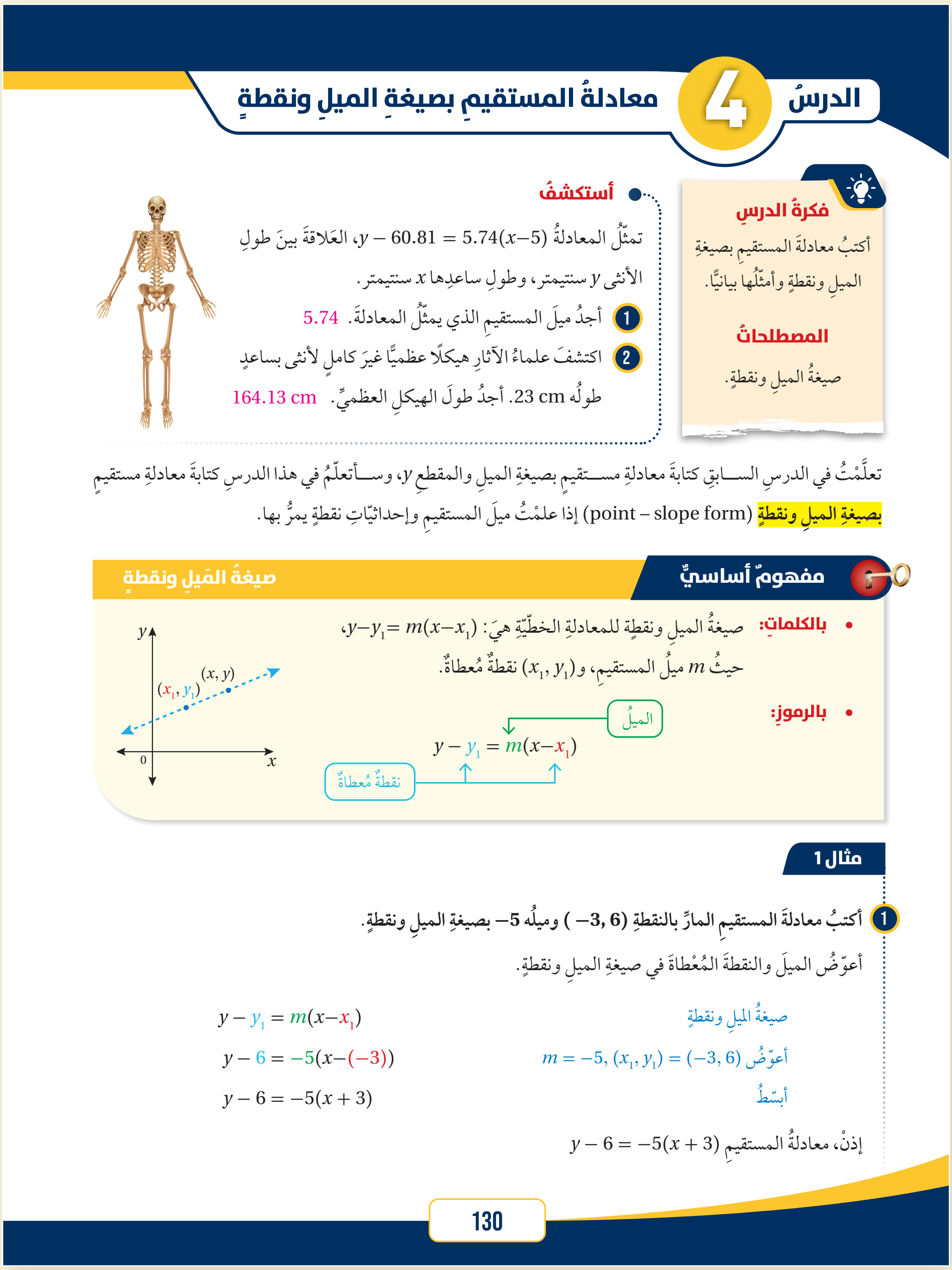
المفاهيم العابرة للمواد

عند مناقشة حل السؤال 16 (بيئة) أوجّه الطلبة إلى أهمية المحافظة على نقاء بيئة كوكب الأرض من الملوثات؛ لما لها من أخطار تؤثر في صحة الكائنات الحية وسلامتها، وأطلب إليهم البحث في شبكة الإنترنت عن مخاطر انبعاث غاز أول أكسيد الكربون، ورصد مصادره وكيفية الحد منها والسيطرة عليها.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى الإرشاد الخاص بالسؤال 16؛ لأهميته في كتابة المعادلة الخطية المطلوبة كتابة صحيحة.
- في السؤال 19 (تحدّ) إذا واجه الطلبة صعوبة في حل السؤال، أوجّههم إلى كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

الدرس 4



الدرس 4 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ وأمثّلُها بيانيًّا.

المصطلحاتُ

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ.

أستكشفُ

تمثّلُ المعادلةُ $y - 60.81 = 5.74(x-5)$، العَلاقةَ بينَ طولِ الأنثى y سنتيمتر، وطولِ ساعدِها x سنتيمتر.

① أجدُ ميلَ المستقيمِ الذي يمثّلُ المعادلةَ. 5.74

② اكتشفَ علماءُ الآثارِ هيكلًا عظميًّا غيرَ كاملٍ لأنثى بساعدٍ طولُه 23 cm. أجدُ طولَ الهيكلِ العظميِّ. 164.13 cm

تعلَّمْتُ في الدرسِ السابقِ كتابةَ معادلةِ مستقيمٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ y، وسأتعلّمُ في هذا الدرسِ كتابةَ معادلةِ مستقيمٍ **بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ** (point – slope form) إذا علمْتُ ميلَ المستقيمِ وإحداثيّاتِ نقطةٍ يمرُّ بها.

مفهومٌ أساسيٌّ **صيغةُ المَيلِ ونقطةٍ**

- **بالكلماتِ:** صيغةُ الميلِ ونقطةٍ للمعادلةِ الخطّيّةِ هيَ: $y-y_1= m(x-x_1)$، حيثُ m ميلُ المستقيمِ، و(x_1, y_1) نقطةٌ مُعطاةٌ.
- **بالرموزِ:**

$$y - \underbrace{y_1}_{\text{نقطةٌ مُعطاةٌ}} = \overset{\text{الميلُ}}{m}(x-\underbrace{x_1}_{\text{نقطةٌ مُعطاةٌ}})$$

مثال 1

① **أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (3, 6–) وميلُه 5– بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.**

أعوّضُ الميلَ والنقطةَ المُعْطاةَ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ	$y - y_1 = m(x-x_1)$
أعوّضُ $m = -5, (x_1, y_1) = (-3, 6)$	$y - 6 = -5(x-(-3))$
أبسّطُ	$y - 6 = -5(x + 3)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 6 = -5(x + 3)$

130

نتاجات الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال الميل ونقطة.
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا بصيغة الميل ونقطة.

نتاجات التعلم القبلي:

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا باستعمال الميل والمقطع y.
- كتابة معادلة المستقيم الممثل بيانيًّا بصيغة الميل والمقطع y.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أطلب إلى الطلبة كتابة معادلة مستقيم ميله 5 والمقطع y له 4 بصيغة الميل والمقطع. $y = 5x + 4$
- أطلب إلى الطلبة كتابة المقطع y بصورة نقطة. $(0, 4)$
- أسأل الطلبة: ماذا يعني لكم وقوع نقطة ما على المستقيم الذي معادلته: $y = 5x + 4$؟ يعني هذا أن النقطة تحقق معادلة المستقيم.
- أفرض أن (x, y) نقطة تقع على المستقيم الذي معادلته: $y = 5x + 4$، وأطلب إلى الطلبة حساب ميل المستقيم باستعمال النقطتين $(0, 4)$ و (x, y).
$$\frac{y-4}{x-0} = 5$$
- أحتفظ بالمعادلة الأخيرة مدوَّنة على اللوح؛ لأعود إليها بعد فقرة (أستكشف).

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
  - ما فائدة وجود هيكل عظمي في جسم الإنسان؟ دعم عضلات الجسم .... الخ.
  - ما عدد العظام في جسم الإنسان البالغ؟ 206 عظمات.
  - ما عدد العظام في ساعد الإنسان؟ 30 عظمة.
  - هل يوجد اختلاف بين الهيكل العظمي للأنثى والرجل؟ ما طبيعة هذا الاختلاف؟ للهيكلين البنية نفسها، ولكن الهيكل العظمي للرجل في الغالب أطول.
  - ما نوع المعادلة التي تُمثل العلاقة بين طول الأنثى وطول ساعدها؟ خطية/ معادلة مستقيم.
  - ما ميل المستقيم الذي يمثل المعادلة؟
  - كم يبلغ طول أنثى طول ساعدها 23 cm؟
- أُخبر الطلبة أنَّهم سيتعرَّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

في مسألة أستكشف، أؤكّد أهمية التأمل والتساؤل حول أي معلومة قد تبدو غريبة، وأوجّه الطلبة إلى البحث في مصادر موثوقة للتثبت من صحتها قبل قبولها أو التسليم بصحتها، فالبحث والتحقق من المفاهيم العابرة للمواد؛ لذا أطلب إلى الطلبة البحث في مصادر المعلومات للتثبت من صحة ما نوقش في بند (**أستكشف**).

3 التدريس

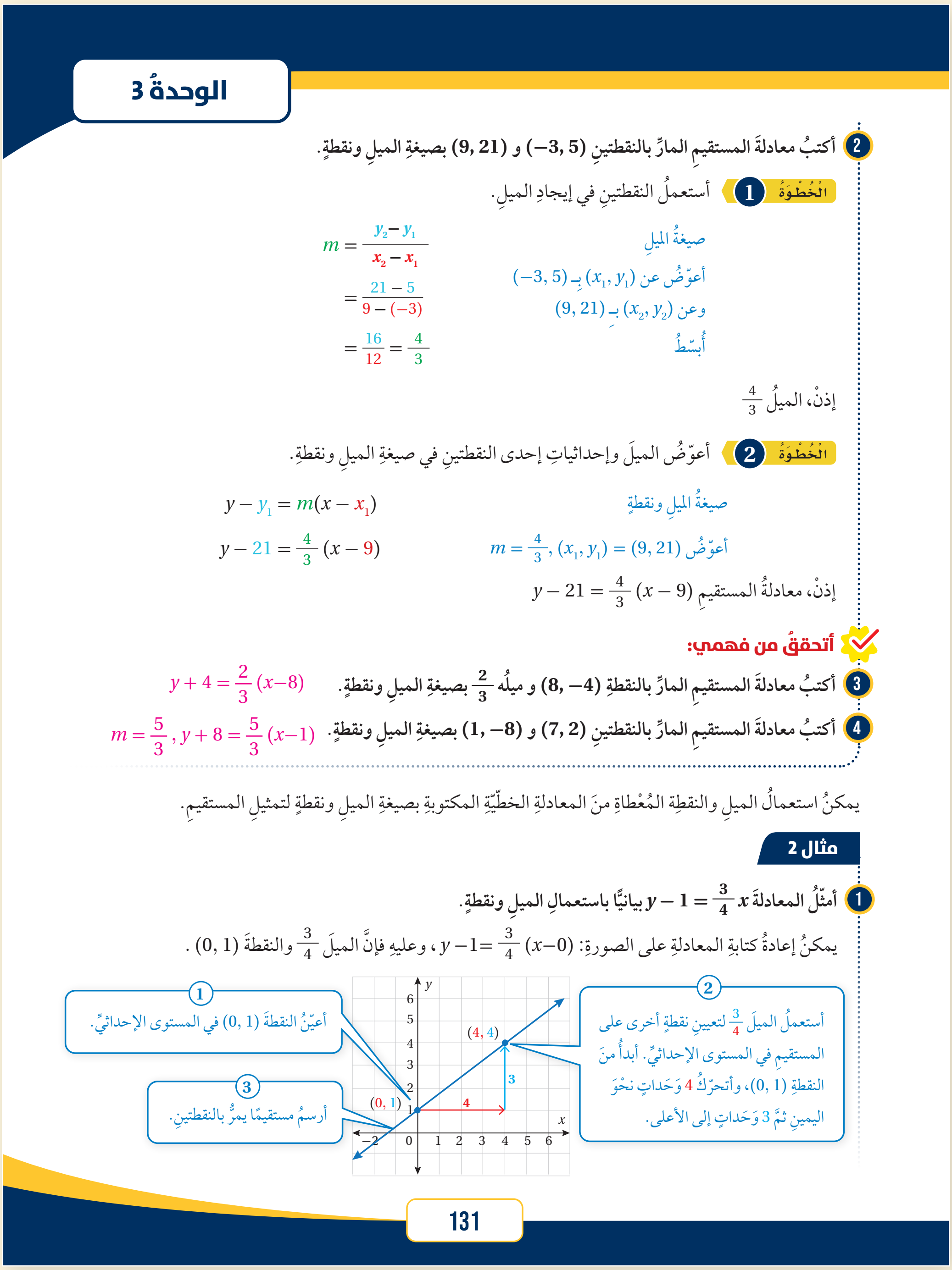
أعود إلى المعادلة $\frac{y-4}{x-0} = 5$ وأوضح للطلبة أنه يمكن كتابتها بصورة جديدة بالضرب التبادلي هي $y - 4 = 5(x - 0)$ حيث $m = 5$ هو الميل، و $(0, 4)$ هي نقطة يمر بها المستقيم، وأن المعادلة الأخيرة مكتوبة بصيغة تُسمى صيغة الميل ونقطة، وأوضح لهم كيف يمكن تحويلها إلى صيغة الميل والمقطع، وأن هاتين الصيغتين متكافئتان، ثم أقدم لهم المفهوم الأساسي لصيغة الميل ونقطة للمعادلة الخطية بالكلمات والرموز بالاستعانة بالتمثيل البياني.

مثال 1

- أُناقش حل الفرع 1 من المثال 1 وأبيّن كيفية كتابة معادلة المستقيم بصيغة ميل ونقطة بالتعويض المباشر.
- أُناقش حل الفرع 2 من المثال 1 بحساب الميل، وأوضح لهم أن الميل في هذا الفرع من المثال غير معطى، ولكن يمكن إيجاده باستعمال صيغة الميل، بما أن نقطتين يمر بهما المستقيم معلومتان.
- أطلب إلى الطلبة استعمال النقطة الأخرى: $(-3, 5)$، وإعادة كتابة معادلة المستقيم ثم مقارنتها بالمعادلة التي نوقشت في حل الفرع 2.

ملاحظاتي

إرشاد: في الفرع 2 من المثال أُوضح للطلبة أنه يجوز استعمال أي من النقطتين لكتابة المعادلة.



الوحدةُ 3

② أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(-3, 5)$ و $(9, 21)$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

الْخُطْوَةُ 1 أستعملُ النقطتينِ في إيجادِ الميلِ.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ صيغةُ الميلِ

$= \frac{21 - 5}{9 - (-3)}$ أعوّضُ عن (x_1, y_1) بِـ $(-3, 5)$ وعن (x_2, y_2) بِـ $(9, 21)$

$= \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ أُبسّطُ

إذنْ، الميلُ $\frac{4}{3}$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغةُ الميلِ ونقطةٍ

$y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$ أعوّضُ $m = \frac{4}{3}, (x_1, y_1) = (9, 21)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 21 = \frac{4}{3}(x - 9)$

أتحققُ من فهمي:

③ أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(8, -4)$ و ميلُه $\frac{2}{3}$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ. $y + 4 = \frac{2}{3}(x-8)$

④ أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(7, 2)$ و $(1, -8)$ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ. $m = \frac{5}{3}, y + 8 = \frac{5}{3}(x-1)$

يمكنُ استعمالُ الميلِ والنقطةِ المُعْطاةِ منَ المعادلةِ الخطّيّةِ المكتوبةِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ لتمثيلِ المستقيمِ.

مثال 2

① أمثّلُ المعادلةَ $y - 1 = \frac{3}{4}x$ بيانيًّا باستعمالِ الميلِ ونقطةٍ.

يمكنُ إعادةُ كتابةِ المعادلةِ على الصورةِ: $y - 1 = \frac{3}{4}(x-0)$ ، وعليهِ فإنَّ الميلَ $\frac{3}{4}$ والنقطةَ $(0, 1)$.

① أعيّنُ النقطةَ $(0, 1)$ في المستوى الإحداثيِّ.

② أستعملُ الميلَ $\frac{3}{4}$ لتعيينِ نقطةٍ أخرى على المستقيمِ في المستوى الإحداثيِّ. أبدأُ منَ النقطةِ $(0, 1)$، وأتحرّكُ 4 وَحَداتٍ نحْوَ اليمينِ ثمَّ 3 وَحَداتٍ إلى الأعلى.

③ أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بالنقطتينِ.

131

توسعة: أوجّه الطلبة إلى إمكانية إيجاد إحداثيي نقطة ثانية على المستقيم بإختيار قيمة للمتغير x (مثلًا: 8) وتعويضها في المعادلة ثم إيجاد قيمة المتغير y (طريقة الجدول)، ثم تمثيل المستقيم المارّ بالنقطتين.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ مـن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيـة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبـة إمكانية تمثيل مسـتقيم عُلمت معادلته بصيغة الميل ونقطة.
- أناقش حـل المثال 2 مع الطلبة علـى اللوح، وأوضح كيفية الحصـول على النقطة $(0, 1)$، وميل المسـتقيم $\frac{3}{4}$ من معادلته.
- أبـدأ بتعيين النقطـة $(0, 1)$، ثـم التحرك إلـى اليمين بمقـدار 4 وحـدات، وإلى الأعلى بمقـدار 3 وحدات (لأن الميـل يسـاوي $\frac{3}{4}$)، ثـم تعيين نقطـة جديدة عند النقطـة التـي وصلـت إليها وهـي $(4, 4)$، وأسـتعمل المسطرة لرسم مستقيم يمر بالنقطتين.

إرشادات:

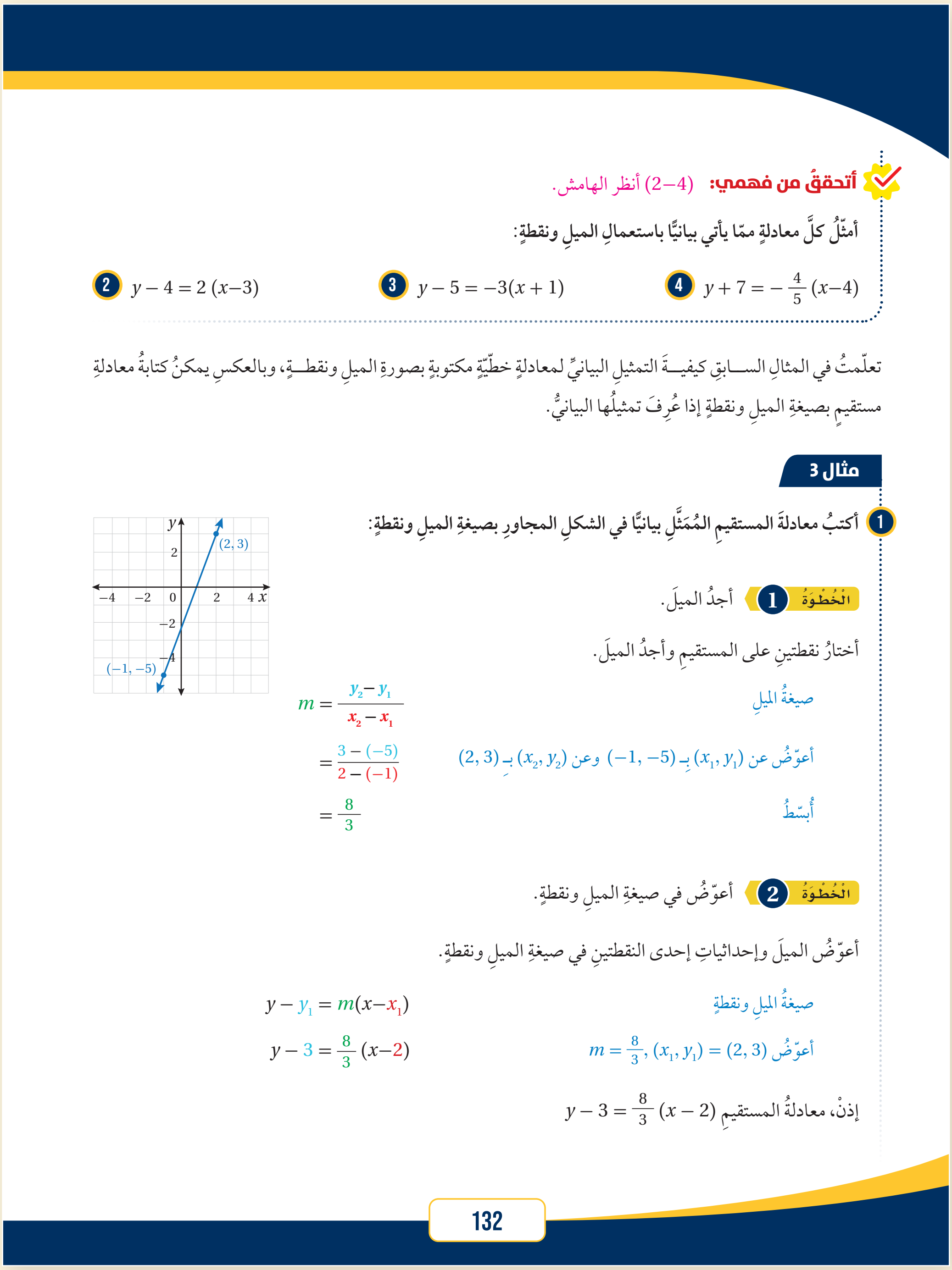
- أؤكد عند مناقشـة الخطوة 2 أن بسـط الميل يدل علـى تحرك (تغيّر) رأسـي وأن مقـام الميل يدل على تحرك (تغيّر) أفقي.
- يُمكـن الاسـتعانة بمسـتوى إحداثـي حديـدي ومغنطيسـات ملونة، أو لوحـة كرتونية ودبابيس ملونة.

مثال 3

- أطلب إلى الطلبة اقتراح خطة لكتابة معادلة بصيغة الميل ونقطة لمستقيم مُمثل بيانيًّا، وتوظيف ما تعلموه في الدرس السابق.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3 على اللوح، وأوضح لهم في الخطوة 2 أننا اخترنا النقطتين $(-1, -5)$ و $(2, 3)$.

إرشاد: أوضح للطلبة أنه يمكن اختيار أي نقطتين على المستقيم مثل: $(0, -2)$ و $(1, 0)$ والوصول إلى المعادلة ذاتها.

توسعة: أطلب إلى الطلبة اختيار أي نقطتين على المستقيم ثم إعادة كتابة معادلة المستقيم وفق اختيارهم، والتحقق من صحة الحل، بالوصول إلى المعادلة نفسها.



أتحقق من فهمي: (4–2) أنظر الهامش.

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ الميلِ ونقطةٍ:

② $y - 4 = 2\,(x-3)$

③ $y - 5 = -3(x + 1)$

④ $y + 7 = -\frac{4}{5}\,(x-4)$

تعلّمتُ في المثالِ السابقِ كيفيةَ التمثيلِ البيانيِّ لمعادلةٍ خطّيّةٍ مكتوبةٍ بصورةِ الميلِ ونقطةٍ، وبالعكسِ يمكنُ كتابةُ معادلةِ مستقيمٍ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ إذا عُرِفَ تمثيلُها البيانيُّ.

مثال 3

① أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمَثّلِ بيانيًّا في الشكلِ المجاورِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ الميلَ.

أختارُ نقطتينِ على المستقيمِ وأجدُ الميلَ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بِـ $(-1, -5)$ وعن (x_2, y_2) بِـ $(2, 3)$ $= \frac{3-(-5)}{2-(-1)}$

أُبسّطُ $= \frac{8}{3}$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x-x_1)$

أعوّضُ $m = \frac{8}{3}, (x_1, y_1) = (2, 3)$ $y - 3 = \frac{8}{3}\,(x-2)$

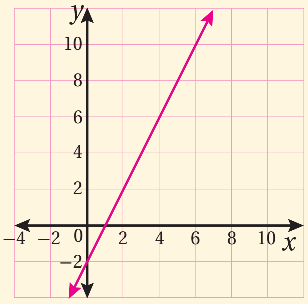
إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 3 = \frac{8}{3}\,(x - 2)$

132

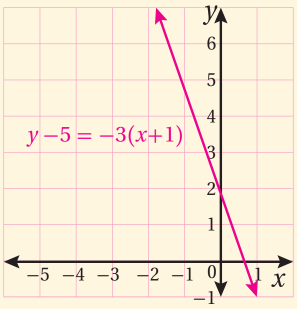
إجابة (أتحقق من فهمي 2):

في الأسئلة (4 – 2) أنظر رسم الطلبة التي تحقق المعلومات المذكورة.

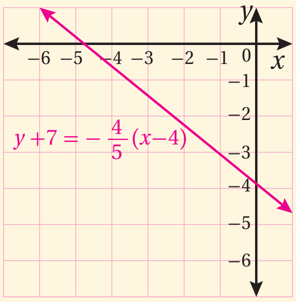
2) مستقيم يمر بالنقطتين $(4, 6), (3, 4)$

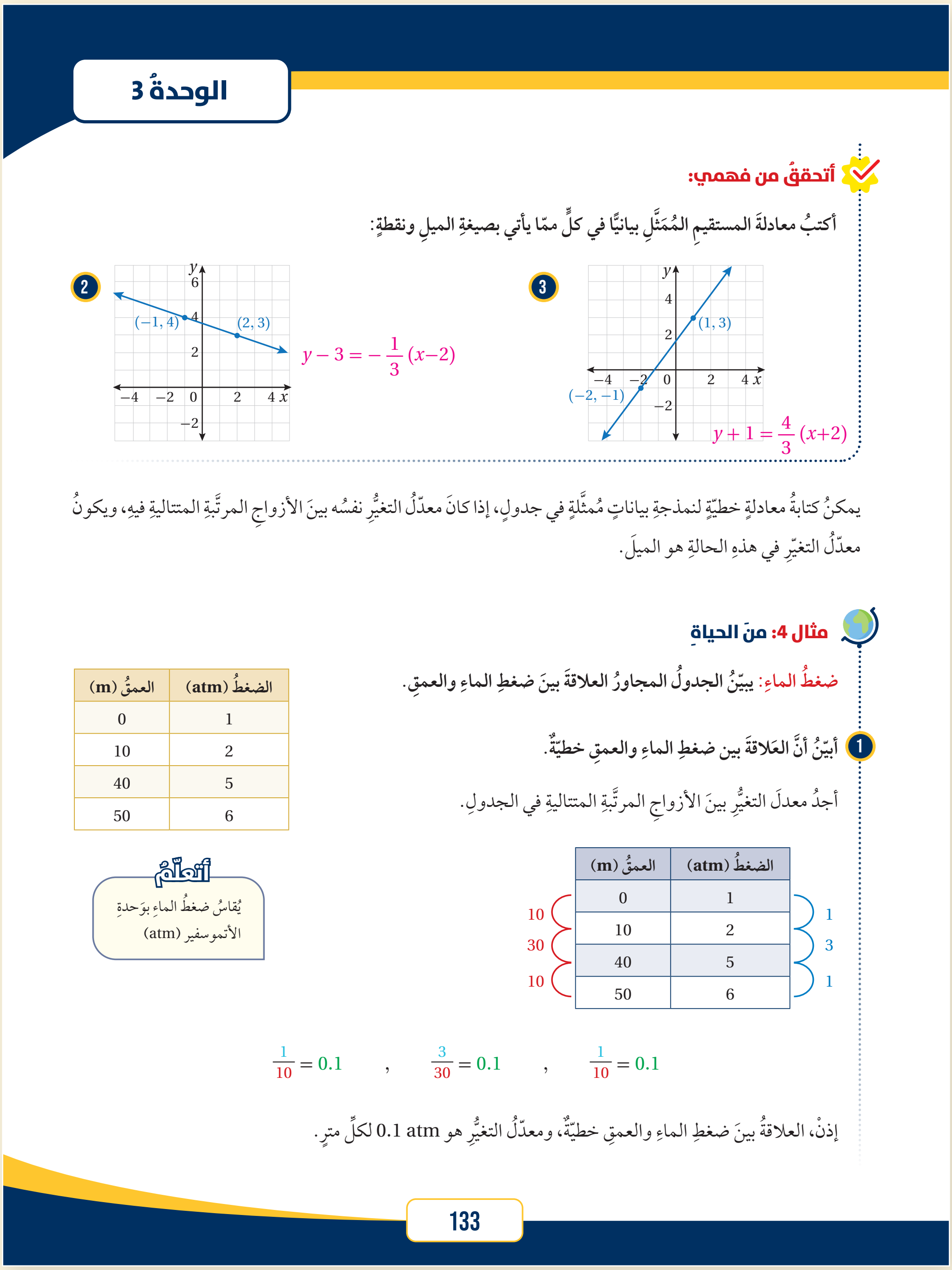


3) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2), (-1, 5)$



4) مستقيم يمر بالنقطتين $(-1, -3), (0, -3.8)$





أتحققُ من فهمي:

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمَثَّلِ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

$y-3=-\frac{1}{3}(x-2)$

$y+1=\frac{4}{3}(x+2)$

يمكنُ كتابةُ معادلةٍ خطيّةٍ لنمذجةِ بياناتٍ مُمثَّلةٍ في جدولٍ، إذا كانَ معدّلُ التغيُّرِ نفسُه بينَ الأزواجِ المرتَّبةِ المتتاليةِ فيهِ، ويكونُ معدّلُ التغيّرِ في هذهِ الحالةِ هو الميلَ.

مثال 4: منَ الحياةِ

ضغطُ الماءِ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ ضغطِ الماءِ والعمقِ.

الضغطُ (atm)	العمقُ (m)
1	0
2	10
5	40
6	50

أتعلّمُ

يُقاسُ ضغطُ الماءِ بوَحدةِ الأتموسفير (atm)

① أبيّنُ أنَّ العَلاقةَ بين ضغطِ الماءِ والعمقِ خطيّةٌ.

أجدُ معدلَ التغيُّرِ بينَ الأزواجِ المرتَّبةِ المتتاليةِ في الجدولِ.

	الضغطُ (atm)	العمقُ (m)	
	1	0	
1	2	10	10
3	5	40	30
1	6	50	10

$\frac{1}{10}=0.1$, $\frac{3}{30}=0.1$, $\frac{1}{10}=0.1$

إذنْ، العلاقةُ بينَ ضغطِ الماءِ والعمقِ خطيّةٌ، ومعدّلُ التغيُّرِ هو 0.1 atm لكلِّ مترٍ.

مثال 4: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، وأناقش الطلبة في المعطيات والمطلوب.
- أُناقش الطلبة في خطوات حل المثال وأوضح كيفية استنتاج أن العلاقة خطية بين الضغط والعمق، وأؤكد أنه عند ثبات معدّل التغيّر فإن العلاقة تكون خطية، وأوضح لهم أن العمق هو x والضغط هو y، ثم أستعمل المفهوم الأساسي لكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتعلم**) التي تشرح وحدة قياس ضغط الماء، وأوضح الرمز المستعمل للتعبير عنها.

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة حساب الضغط على عمق 20 m و 30 m

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–11)، والمسائل (18–20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

② أكتبُ معادلةً خطيةً بمتغيرينِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ يمكنُ استعمالُها لإيجادِ ضغطِ الماءِ عندَ أيِّ عمقٍ.

بِما أنَّ معدّلَ التغيّرِ يمثّلُ الميلَ، إذَنْ أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ أيِّ نقطةٍ في الجدولِ في صيغةِ الميلِ والنقطةِ.

صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

أعوّضُ $m = 0.1, (x_1, y_1) = (40, 5)$ $y - 5 = 0.1\ (x - 40)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 5 = 0.1(x - 40)$

أتحققُ من فهمي:

منطادٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ ارتفاعِ منطادِ هواءٍ ساخنٍ والزمنِ.

الارتفاعُ (m)	الزمنُ (s)
640	10
590	30
490	70
440	90

③ أُبيّنُ أنَّ العلاقةَ بينَ ارتفاعِ المنطادِ والزمنِ خطيّةٌ.

④ أكتبُ معادلةً خطّيةً بمتغيرينِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ يمكنُ استعمالُها لإيجادِ ارتفاعِ المنطادِ عندَ أيِّ لحظةٍ.

معدّل التغير وهو ثابت يمثل الميل -2.5،
المعادلة: $y - 640 = -2.5(x-10)$

أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المُعْطاةِ والمعلومِ ميلُه m في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

① $(4, -3), m = \frac{3}{4}$ $y + 3 = \frac{3}{4}(x-4)$

② $(-2, -7), m = -5$ $y + 7 = -5\ (x+2)$

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتينِ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

③ $(3, 7), (-3, 5)$ $y - 7 = \frac{1}{3}(x-3)$

④ $(-1, 8), (9, -6)$ $y - 8 = -\frac{7}{5}(x+1)$

⑤ $(-1, 6), (-3, 10)$ $y - 6 = -2\ (x+1)$

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ الميلِ ونقطةٍ:

(6–8) أنظر الهامش.

⑥ $y + 3 = 2(x-1)$ ⑦ $y - 1 = -3(x + 2)$ ⑧ $y - 2 = \frac{4}{9}(x-3)$

134

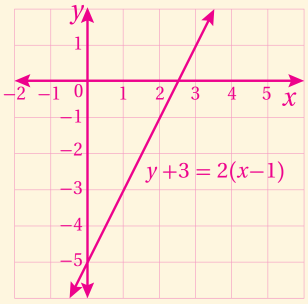
توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن غابات الأشجار التي تُعرف باسم (رئة الأرض).

تنويع التعليم:

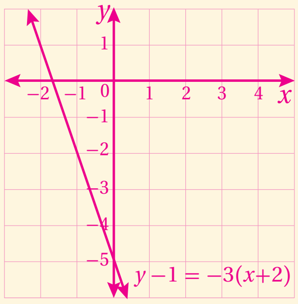
إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتدرَّب وأحل المسائل)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

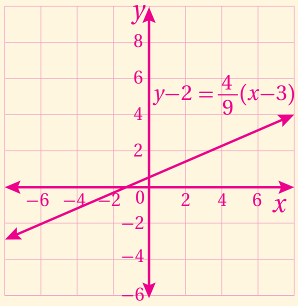
6) مستقيم يمر بالنقطتين $(2, -1), (1, -3)$

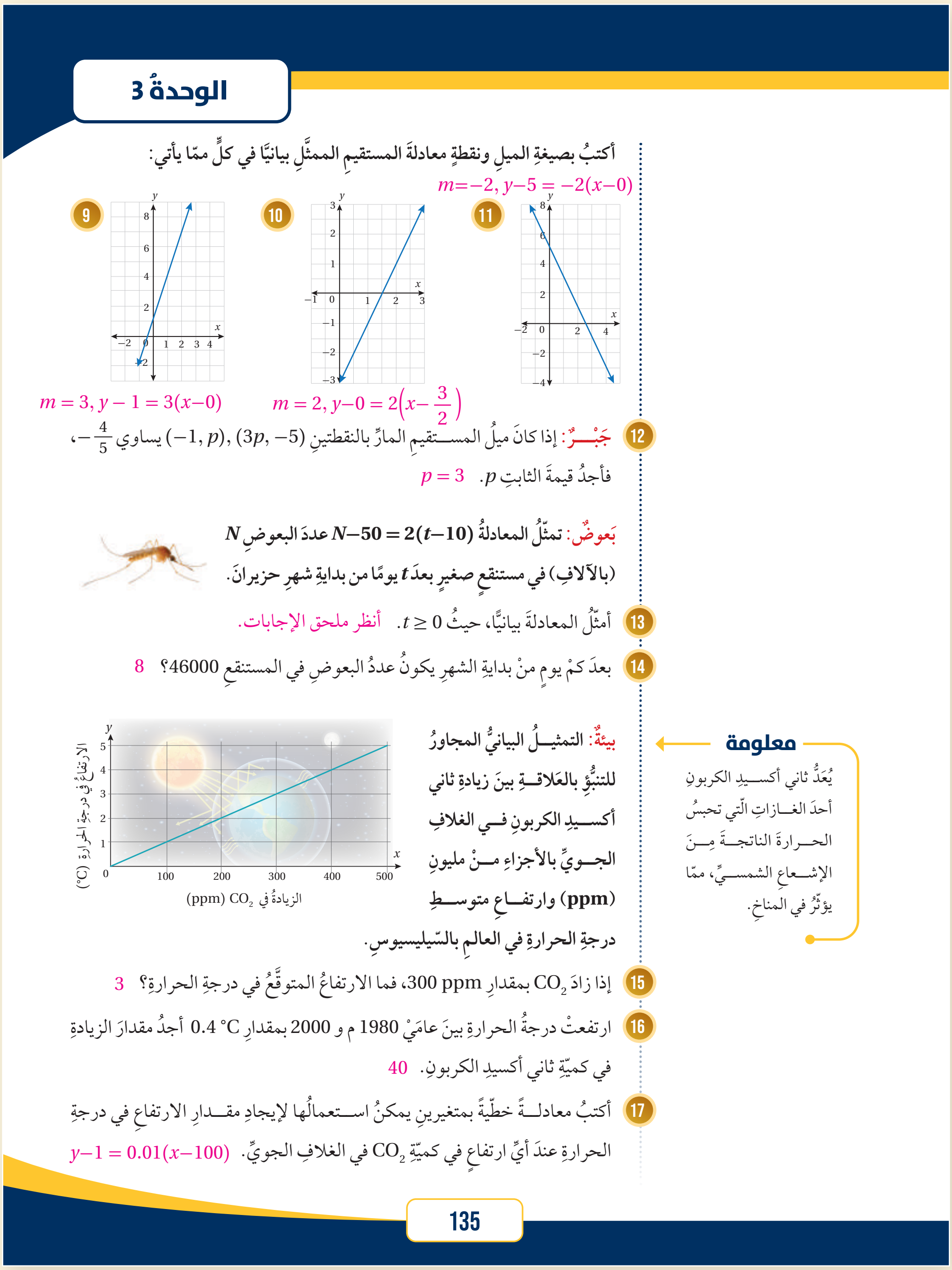


7) مستقيم يمر بالنقطتين $(-1, -2), (0, -5)$



8) مستقيم يمر بالنقطتين $(-1.5, 0), (3, 2)$





الوحدةُ 3

أكتبُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ معادلةَ المستقيمِ الممثَّلِ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي:

9 $m = 3, y - 1 = 3(x{-}0)$

10 $m = 2, y{-}0 = 2\left(x{-}\frac{3}{2}\right)$

11 $m{=}{-}2, y{-}5 = -2(x{-}0)$

12 **جَبْرٌ**: إذا كانَ ميلُ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(3p, -5)$, $(-1, p)$ يساوي $-\frac{4}{5}$، فأجدُ قيمةَ الثابتِ p. $p = 3$

بَعوضٌ: تمثّلُ المعادلةُ $N{-}50 = 2(t{-}10)$ عددَ البعوضِ N (بالآلافِ) في مستنقعٍ صغيرٍ بعدَ t يومًا من بدايةِ شهرِ حزيرانَ.

13 أمثّلُ المعادلةَ بيانيًّا، حيثُ $t \geq 0$. أنظر ملحق الإجابات.

14 بعدَ كمْ يومٍ منْ بدايةِ الشهرِ يكونُ عددُ البعوضِ في المستنقعِ 46000؟ 8

بيئةٌ: التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ للتنبُّؤِ بالعلاقةِ بينَ زيادةِ ثاني أكسيدِ الكربونِ في الغلافِ الجويِّ بالأجزاءِ منْ مليونٍ (ppm) وارتفاعِ متوسطِ درجةِ الحرارةِ في العالمِ بالسّيليسيوسِ.

معلومة

يُعَدُّ ثاني أكسيدِ الكربونِ أحدَ الغازاتِ التي تحبسُ الحرارةَ الناتجةَ منَ الإشعاعِ الشمسيِّ، ممّا يؤثّرُ في المناخِ.

15 إذا زادَ CO_2 بمقدارِ 300 ppm، فما الارتفاعُ المتوقَّعُ في درجةِ الحرارةِ؟ 3

16 ارتفعتْ درجةُ الحرارةِ بينَ عامَيْ 1980 م و 2000 بمقدارِ 0.4 °C أجدُ مقدارَ الزيادةِ في كميّةِ ثاني أكسيدِ الكربونِ. 40

17 أكتبُ معادلةً خطّيّةً بمتغيرينِ يمكنُ استعمالُها لإيجادِ مقدارِ الارتفاعِ في درجةِ الحرارةِ عندَ أيِّ ارتفاعٍ في كميّةِ CO_2 في الغلافِ الجويِّ. $y{-}1 = 0.01(x{-}100)$

135

إرشادات:

- في السؤال 11 أذكّر الطلبة بالميل الموجب والميل السالب وعلاقة كل منهما بشكل المستقيم.
- في الأسئلة (15–17) أوجه الطلبة إلى أهمية تقسيم المحورين x و y إلى وحدات متساوية، بحيث يكون التقسيم نفسه على المحور الواحد، وأوضح لهم أنه في الشكل المعطى قُسّم المحور y بوحدات: ... ,1, 2, 3, 4, 5، أما المحور x فقُسّم بوحدات: ... ,100, 200, 300, 400, 500، وأن تقسيم المحورين يتم وفق ما يقتضيه السؤال.

مهارات التفكير العليا

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة الأسئلة الواردة في بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21 – 23).

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (15–17), 21 كتاب التمارين: (1–3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (12–17), 21 كتاب التمارين: 1, 2, 4, 5, 8
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (12–14), (21–23) كتاب التمارين: (6–9)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أدون المعادلات الخطية الآتية على اللوح، وأكلّف الطلبة العمل في مجموعات لتصنيفها إلى: معادلة بالصورة القياسية، ومعادلة بصيغة الميل والمقطع، ومعادلة بصيغة الميل ونقطة:

1 $y + 3 = -4(x - 1)$

2 $y = \frac{1}{2}x + 6$

3 $2x - 3y = -4$

4 $-x - 2y = 5$

5 $y + 3 = 4x$

6 $x - y = 4$

- أطلب إلى الطلبة كتابة كل من المعادلات السابقة بصيغة الميل ونقطة، وتحديد قيمة ميل المستقيم الذي تمثله كل معادلة، وتحديد نقطتين يمر بهما.

توسعة: أدوّن على اللوح كلًّا من المعادلة: $5x-2y=6$، والجدول الآتي، ثم أخبر الطلبة أن كلًّا منهما يُمثّل اقترانًا خطيًّا (مستقيمًا)، وأطلب إليهم تحديد أي المستقيمين ميله أكبر.

x	-1	0	1
y	3	5	7

ملاحظة: يُمكن تكليف الطلبة تنفيذ نشاط (البحث وحل المسائل) أعلاه واجبًا منزليًّا، ثم أناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

إرشاد: في السؤال 21 أذكر الطلبة بأنه يُمكن استعمال أي من النقطتين المعطاتين عند كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

توسعة: في السؤال 21 أطلب إلى الطلبة بيان أن كلا المعادلتين متكافئتان، وأسألهم عن الصيغة التي توضح تكافؤ المعادلتين.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن مواقف حياتية يُمكن نمذجتها باستعمال معادلة مستقيم.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة إعادة كتابة المعادلات التي أوجدوها في الخطوة 7 بصيغة الميل ونقطة.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » **أجد معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل ونقطة:**

① المستقيم المارّ بالنقطة $(-1, 4)$ وميله $m=-3$

$y-4=-3(x+1)$

② المستقيم المارّ بالنقطتين $(-1, -3)$ و $(1, 3)$

$y-3=3(x-1)$ أو $y+3=3(x+1)$

معلومة

بعضُ الأشجارِ التي قُطِعَ جِذْعُها لديها القدرةُ على جذبِ النيتروجينِ منَ الجوِّ وتسميدِ المنطقةِ المحيطةِ بها.

أشجارٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ محيطِ جذعِ شجرةٍ والزمنِ.

محيطُ جذعِ الشجرةِ (cm)	الزمنُ (بالسنواتِ)
2	1
4	2
6	3
8	4

18 أبيّنُ أنَّ العلاقةَ بينَ محيطِ جِذْعِ الشجرةِ والزمنِ خطّيّةٌ.

19 أكتبُ معادلةً خطّيّةً بمتغيرينِ يمكنُ استعمالُها لإيجادِ محيطِ جذعِ الشجرةِ في أيِّ سنةٍ. $y=2x$

20 أتنبّأُ بمحيطِ جذعِ الشجرةِ بعدَ 10 سنواتٍ. 20 cm

18) $2=\frac{8-6}{4-3}=\frac{6-4}{3-2}=\frac{4-2}{2-1}$ ،

الميل = 2 ، إذن العلاقة خطية.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **تبريرٌ:** أوجَدَ كلٌّ منْ باسمٍ ولينَ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(1, 6)$, $(-2, -6)$ على النحوِ الآتي:

باسمٌ	لينُ
$y-6=4(x-1)$	$y+6=4(x+2)$

هلْ إجابةُ كلٍّ منهُما صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتِي. الإجابتان صحيحتان، استعمل كل منهما نقطة مختلفة، ومعادلتيهما متكافئتان.

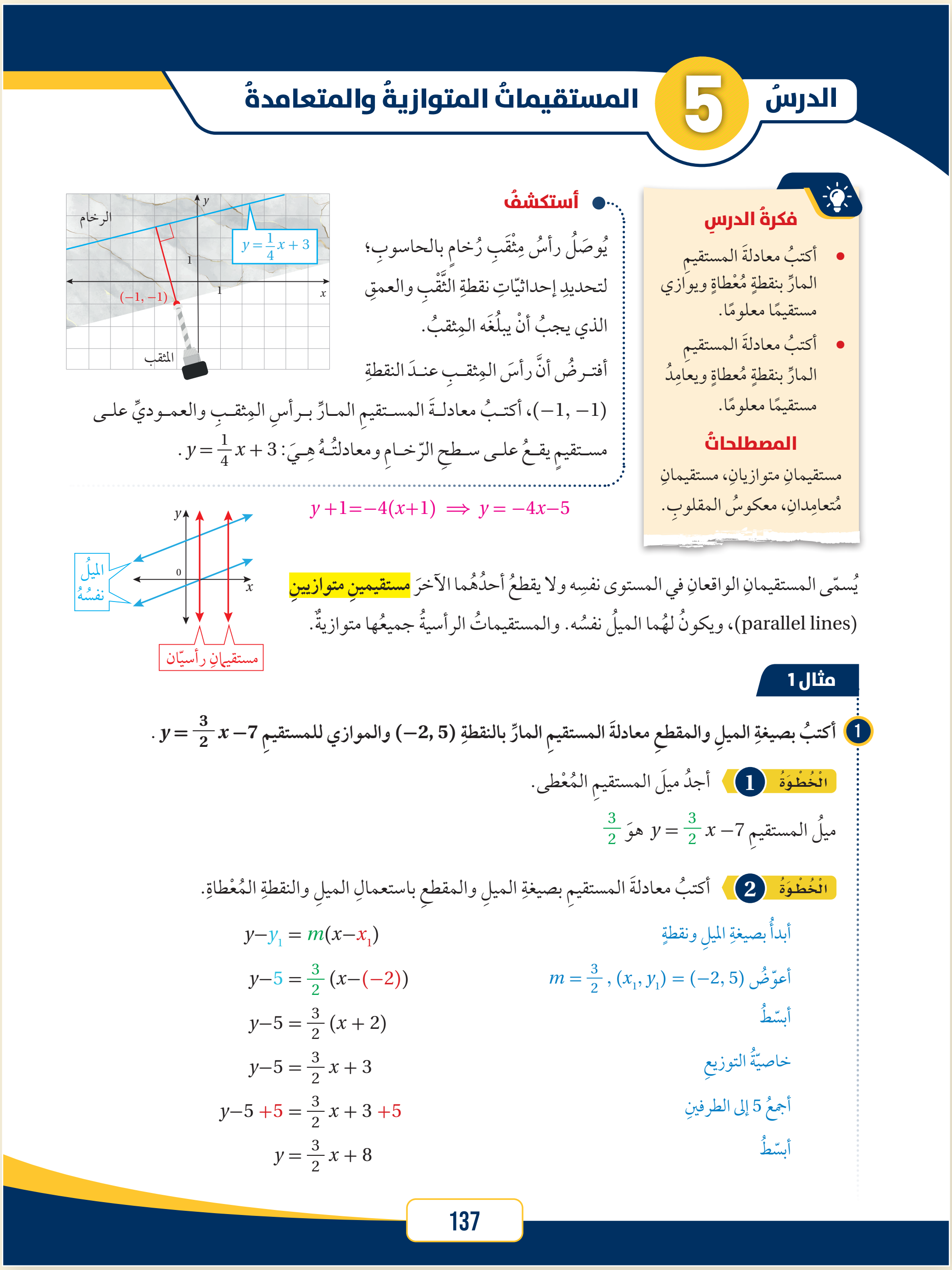
22 **تبريرٌ:** كيفَ سيتغيّرُ التمثيلُ البيانيُّ للمعادلةِ $y-12=8(x-2)$، إذا تغيّرتْ إشاراتا الطرحِ في المعادلةِ إلى إشاراتي جمعٍ؟ أبرّرُ إجابتي دونَ اللجوءِ إلى تمثيلِ المعادلةِ بيانيًّا. أحصل على مستقيم يوازي الأول وتنعكس إشارتي المقطع x، و المقطع y.

23 **تبريرٌ:** أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ $(5, 5)$, $(9, 1)$ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ، ثمَّ أُبيّنُ أنَّ المقطعَ x يساوي 10، مبرّرًا إجابتِي.
$y-5=-1(x-5), y=-x+10$، عندما $y=0$ فإن $x=10$ وهو المقطع x.

24 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ معادلةَ مستقيمٍ إذا عُلِمَ ميلُهُ ونقطةٌ يمرُّ بِها؟
أنظر إجابات الطلبة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة 18 إلى 20، أعزز الوعي البيئي لدى الطلبة بإخبارهم بتأثير بعض النشاطات التي يقوم بها الإنسان في سلامة البيئة، مثل قطع الأشجار الجائر، والمخاطر المترتبة على استنزاف الغابات.



المستقيماتُ المتوازيةُ والمتعامدةُ

فكرةُ الدرسِ

- أكتبُ معادلةَ المستقيم المارِّ بنقطةٍ مُعْطاةٍ ويوازي مستقيمًا معلومًا.
- أكتبُ معادلةَ المستقيم المارِّ بنقطةٍ مُعطاةٍ ويعامِدُ مستقيمًا معلومًا.

المصطلحاتُ

مستقيمانِ متوازيانِ، مستقيمانِ مُتعامِدانِ، معكوسُ المقلوبِ.

أستكشفُ

يُوصَلُ رأسُ مِثْقَبِ رُخامٍ بالحاسوبِ؛ لتحديدِ إحداثيّاتِ نقطةِ الثَّقْبِ والعمقِ الذي يجبُ أنْ يبلُغَه المِثقبُ.

أفترضُ أنَّ رأسَ المِثقبِ عندَ النقطةِ $(-1, -1)$، أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ برأسِ المِثقبِ والعموديِّ على مستقيمٍ يقعُ على سطحِ الرّخامِ ومعادلتُهُ هيَ: $y=\frac{1}{4}x+3$.

$y+1=-4(x+1) \Rightarrow y=-4x-5$

يُسمّى المستقيمانِ الواقعانِ في المستوى نفسِه ولا يقطعُ أحدُهُما الآخرَ **مستقيمينِ متوازيينِ** (parallel lines)، ويكونُ لهُما الميلُ نفسُه. والمستقيماتُ الرأسيةُ جميعُها متوازيةٌ.

مثال 1

① أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-2, 5)$ والموازي للمستقيمِ $y=\frac{3}{2}x-7$.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ $y=\frac{3}{2}x-7$ هوَ $\frac{3}{2}$

الْخُطْوَةُ 2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ باستعمالِ الميلِ والنقطةِ المُعْطاةِ.

أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ	$y-y_1=m(x-x_1)$
أعوّضُ $m=\frac{3}{2}, (x_1, y_1)=(-2, 5)$	$y-5=\frac{3}{2}(x-(-2))$
أبسّطُ	$y-5=\frac{3}{2}(x+2)$
خاصيّةُ التوزيعِ	$y-5=\frac{3}{2}x+3$
أجمعُ 5 إلى الطرفينِ	$y-5+5=\frac{3}{2}x+3+5$
أبسّطُ	$y=\frac{3}{2}x+8$

نتاجات الدرس:

- كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة ومُوازٍ لمستقيم معلوم.
- كتابة معادلة مستقيم مارّ بنقطة معلومة وعمودي على مستقيم معلوم.
- تحديد ما إذا كان مستقيمين متوازيان أو متعامدان أو غير ذلك إذا عُلمت معادلة كلّ منهما.

نتاجات التعلم القبلي:

- تحديد العلاقات بين المستقيمات في المستوى الإحداثي.
- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وبصيغة الميل ونقطة.
- إيجاد معكوس العدد الحقيقي ومقلوبه.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

ملاحظاتي

1 التهيئة

- أذكّر الطلبة بمفهوم معكوس العدد ومفهوم مقلوب العدد، مثلًا: العدد $\frac{-1}{2}$ هو معكوس $\frac{1}{2}$ ، والعدد $\frac{1}{2}$ هو مقلوب العدد 2، ولذلك نقول إن العدد $\frac{-1}{2}$ هو معكوس مقلوب العدد 2
- أُقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع على نصف المجموعات **ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1)**، وعلى النصف الآخر **ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2)**.
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة الموجودة في ورقة المصادر الخاصة بهم.
- أناقش مع الطلبة حل ورقتي العمل على اللوح، وأؤكد العلاقة بين المستقيمين.

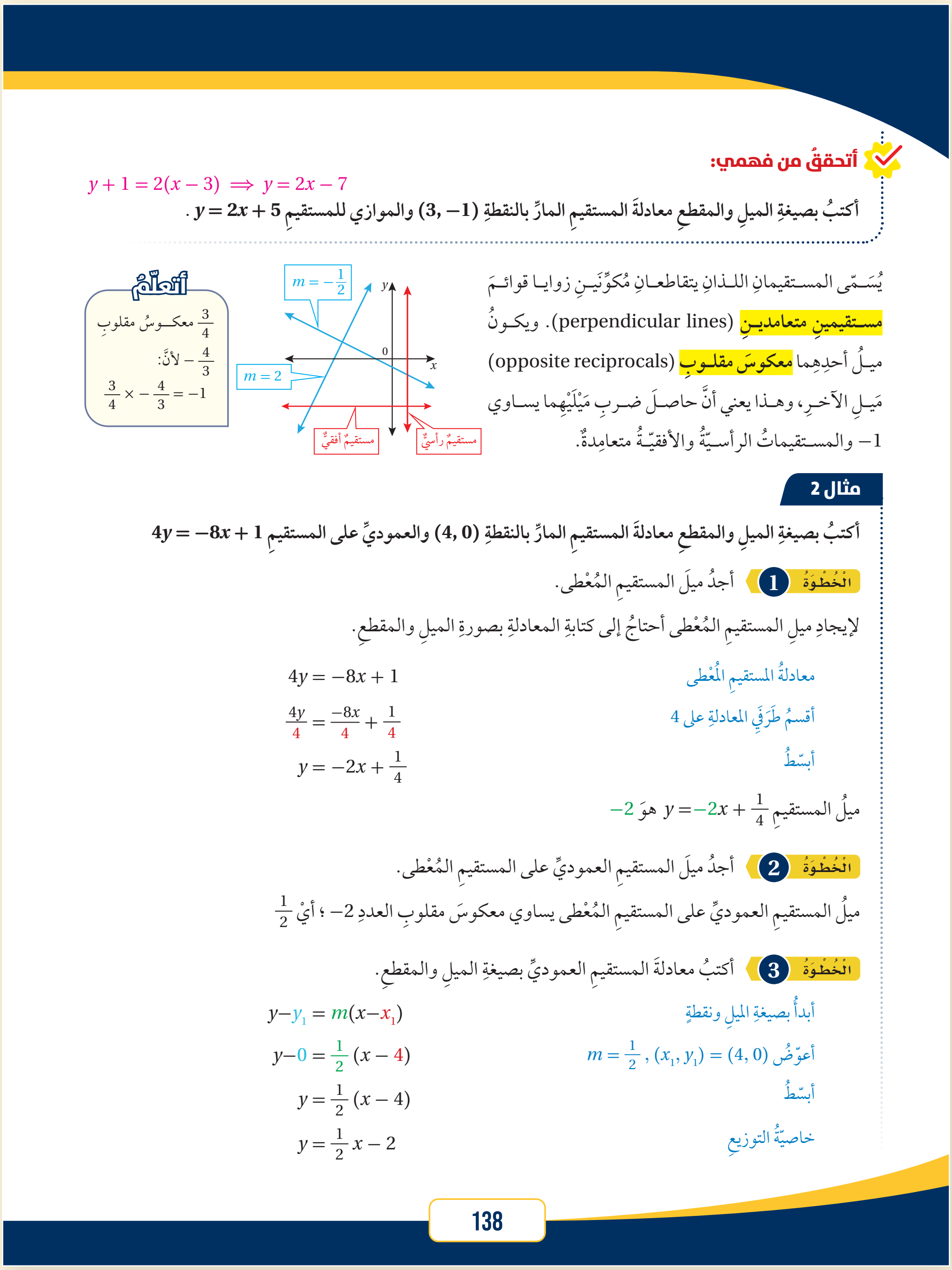
✓ **إرشاد:** يُمكن تنفيذ النشاط بطريقة مختلفة، وهي رسم المستقيمين المتوازيين من **ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1)** على نصف اللوح، ورسم المستقيمين المتعامدين من **ورقة المصادر 10: المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2)** على النصف الآخر من اللوح، ثم مناقشة إجابات الطلبة عن الأسئلة التي وردت في كل من ورقتي المصادر.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
  - » ما أشهر المواقع التي يُستخرَج منها الرخام في الأردن؟ القطرانة، عجلون، معان، الرويشد، ....
  - » أذكر بعض استعمالات الرخام. البناء، صناعة الأثاث، ...
  - » مَن شاهد عامل صيانة يريد تثبيت حنفية مياه على قطعة رخام؟ تختلف الإجابات.
  - » ما أهمية أن يثقب العامل قطعة الرخام بشكل رأسي؟ تختلف الإجابات.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

- أذكّر الطلبة بمفهوم المستقيمات المتوازية بالاستعانة بالرسم على اللوح، ثم أبين العلاقة بين ميليها.
- أبيّن للطلبة أن أي مستقيمين رأسيين هما مستقيمان متوازيان، وأن ميل كل منهما غير مُعرَّف، وأن أي مستقيمين أفقيين هما أيضًا مستقيمان متوازيان، وأن ميل كل منهما يساوي صفرًا.



أتحقّقُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(3, -1)$ والموازي للمستقيمِ $y = 2x + 5$.

$y + 1 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 7$

يُسَمّى المستقيمانِ اللذانِ يتقاطعانِ مُكوِّنَينِ زوايا قوائمَ مستقيمينِ متعامدينِ (perpendicular lines). ويكونُ ميلُ أحدِهِما معكوسَ مقلوبِ (opposite reciprocals) مَيلِ الآخرِ، وهذا يعني أنَّ حاصلَ ضربِ مَيْلَيْهِما يساوي -1 والمستقيماتُ الرأسيّةُ والأفقيّةُ متعامِدةٌ.

أتعلّمُ

$\frac{3}{4}$ معكوسُ مقلوبِ $-\frac{4}{3}$ لأنَّ:

$\frac{3}{4} \times -\frac{4}{3} = -1$

مثال 2

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(4, 0)$ والعموديِّ على المستقيمِ $4y = -8x + 1$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

لإيجادِ ميلِ المستقيمِ المُعْطى أحتاجُ إلى كتابةِ المعادلةِ بصورةِ الميلِ والمقطعِ.

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى $4y = -8x + 1$

أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 4 $\frac{4y}{4} = \frac{-8x}{4} + \frac{1}{4}$

أبسّطُ $y = -2x + \frac{1}{4}$

ميلُ المستقيمِ $y = -2x + \frac{1}{4}$ هوَ -2

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ ميلَ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى يساوي معكوسَ مقلوبِ العددِ -2 ؛ أيْ $\frac{1}{2}$

الْخُطْوَةُ 3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ العموديِّ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

أعوّضُ $m = \frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (4, 0)$ $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 4)$

أبسّطُ $y = \frac{1}{2}(x - 4)$

خاصيّةُ التوزيعِ $y = \frac{1}{2}x - 2$

138

أخطاء شائعة: قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد ميل المستقيم الذي معادلته مثل: $4y = -8x + 1$، إذ يحددون الميل بأنه يساوي -8 (معامل x)، ويحددون المقطع y بأنه يساوي 1؛ لذا أؤكد لهم ضرورة قسمة جميع الحدود في المعادلة على معامل y (أي العدد 4) لجعل معامل y يساوي العدد 1، قبل تحديد ميل المستقيم أو تحديد المقطع y.

تنبيه: في الخطوة 3 من خطوات حل المثال، أؤكد ضرورة استعمال ميل العمودي وليس ميل المستقيم الذي معادلته: $y = -2x + \frac{1}{4}$ عند البدء بكتابة معادلة المستقيم العمودي بصيغة الميل ونقطة.

مثال 1

- أذكّر الطلبة بكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، وكيفية إعادة كتابتها بصيغة الميل والمقطع.
- أناقش الطلبة بخطوات حل المثال 1 على اللوح، مع تأكيد أن المستقيمات المتوازية (غير الرأسية) التي معادلاتها مكتوبة بصيغة الميل والمقطع لها الميل نفسه، ولكن تختلف في المقطع y.

تعزيز اللغة ودعمها:

أُكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.

مثال 2

بالاستعانة بالرسم على اللوح:

- أذكّر الطلبة بمفهوم المستقيمات المتعامدة، ثم أبين العلاقة بين ميليهما (معكوس المقلوب)، وأدون التعميم الآتي على اللوح:

المستقيم l_1 الذي ميله m_1 يكون عموديًّا على المستقيم l_2 الذي ميله m_2، إذا وفقط إذا كان: $m_1 \times m_2 = -1$ حيث كل من l_1 و l_2 ليسا مستقيمين رأسيين.

- أوضح للطلبة أن المستقيمات الأفقية (ميلها يساوي 0) تعامد المستقيمات الرأسية (ميلها غير معرّف)، ومثال ذلك المحوران الإحداثيان.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال، وأؤكد في الخطوة 1 أهمية كتابة المعادلة $4y = -8x + 1$ بصيغة الميل والمقطع لتسهيل إيجاد الميل.

مثال 3

- أوضح للطلبة العلاقة بين الميل والمستقيمات المتوازية والمتعامدة، وأدونها على اللوح داخل إطار له شكل مميز (مثل شكل الغيمة أو غيرها) على النحو الآتي:

إذا كان للمستقيمين الميل نفسه؛ فإن المستقيمين متوازيان، وإذا كان حاصل ضرب ميليهما العدد 1− فإنهما متعامدان.

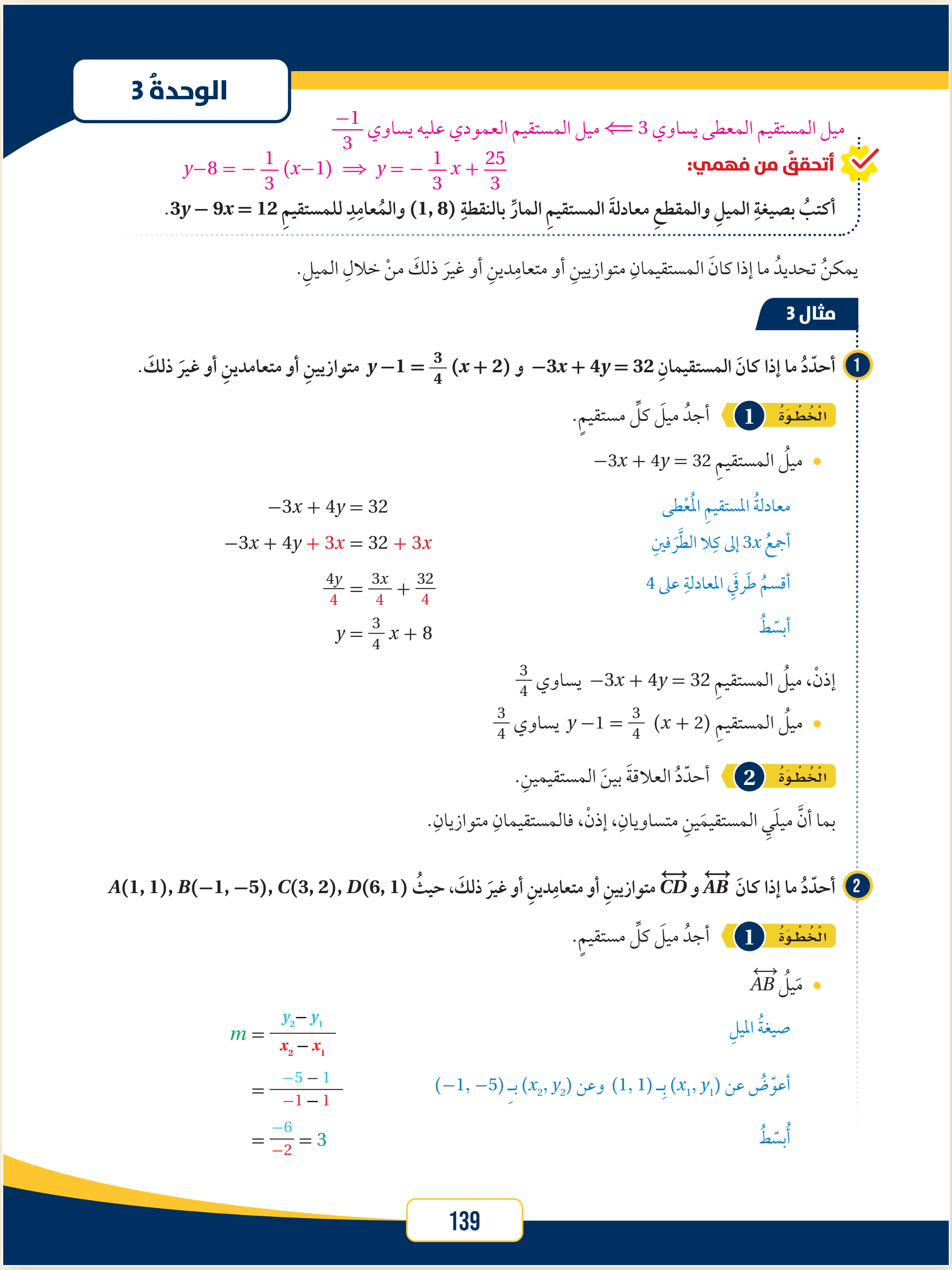
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

إرشادات:

- أوجّه الطلبة لتدوين شرح العلاقة أعلاه في دفاترهم، لكي يسهل عليهم الرجوع إليها عندما يُطلب إليهم تحديد ما إذا كانت معادلتان خطيتان معطاتان تمثلان مستقيمين متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.
- أوضح للطلبة أنه ليس بالضرورة أن يكون المستقيمان في المستوى متوازيين أو متعامدين، إذ قد يتقاطع المستقيمان دون أن يكونا متعامدين.

سؤال إضافي:

» أحدد ما إذا كان المستقيمان: $y = 3x + 2$ و $y = -3x + 2$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، وأبرر إجابتي، وأدعمها بالتمثيل البياني للمستقيمين.



الوحدةُ 3

ميل المستقيم المعطى يساوي 3 ⟸ ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $\frac{-1}{3}$

$y-8 = -\frac{1}{3}(x-1) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{25}{3}$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(1, 8)$ والمُعامِدِ للمستقيمِ $3y - 9x = 12$.

يمكنُ تحديدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ متوازيينِ أو متعامِدينِ أو غيرَ ذلكَ منْ خلالِ الميلِ.

مثال 3

① أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $-3x + 4y = 32$ و $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- ميلُ المستقيمِ $-3x + 4y = 32$

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى	$-3x + 4y = 32$
أجمعُ $3x$ إلى كِلا الطّرَفينِ	$-3x + 4y + 3x = 32 + 3x$
أقسمُ طَرفَيِ المعادلةِ على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{32}{4}$
أبسّطُ	$y = \frac{3}{4}x + 8$

إذنْ، ميلُ المستقيمِ $-3x + 4y = 32$ يساوي $\frac{3}{4}$

- ميلُ المستقيمِ $y - 1 = \frac{3}{4}(x + 2)$ يساوي $\frac{3}{4}$

الْخُطْوَةُ 2 أحدّدُ العلاقةَ بينَ المستقيمينِ.

بما أنَّ ميلَي المستقيمَينِ متساويانِ، إذنْ، فالمستقيمانِ متوازيانِ.

② أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامِدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(1, 1), B(-1, -5), C(3, 2), D(6, 1)$

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ.

- مَيلُ $\overleftrightarrow{AB}$

صيغةُ الميلِ	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
أعوّضُ عن (x_1, y_1) بِـ $(1, 1)$ وعن (x_2, y_2) بِـ $(-1, -5)$	$= \frac{-5 - 1}{-1 - 1}$
أُبسّطُ	$= \frac{-6}{-2} = 3$

139

- مَيلُ $\overleftrightarrow{CD}$

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بِـ $(3, 2)$ وعن (x_2, y_2) بِـ $(6, 1)$ $= \frac{1-2}{6-3}$

أُبسّطُ $= -\frac{1}{3}$

الْخُطْوَةُ 2 أحدّدُ العلاقةَ بينَ المستقيمينِ.

المَيْلانِ غيرُ متساويينِ، إذنْ، فالمستقيمانِ غيرُ متوازيينِ. ولتحديدِ ما إذا كان المستقيمانِ متعامِدينِ أجدُ حاصلَ ضربِ مَيْلَيْهِما.

$$3 \times -\frac{1}{3} = -1$$

بما أنَّ حاصلَ ضربِ مَيْلَي $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ يساوي -1، إذنْ، فالمستقيمانِ متعامدانِ.

أتحقّقُ من فهمي:

ميل المستقيم $y = -2x + 7$ يساوي -2، ميل المستقيم $y = 2x + 3$ يساوي 2

إذن المستقيمان غير متوازيين ، وغير متعامدين.

3 أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $2x + y = 7$ و $y - 2x = 3$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ.

4 أحدّدُ ما إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلكَ، حيثُ $A(3, 6), B(-9, 2), C(5, 4), D(2, 3)$

ميل $\overleftrightarrow{AB}$: $\frac{1}{3} = \frac{-4}{-12}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD}$: $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3}$ ، إذن المستقيمان متوازيان.

يمكنُ كتابةُ معادلةِ أيِّ مستقيمٍ يمرُّ بنقطةٍ معلومةٍ يوازي أو يعامِدُ مستقيمًا معلومًا في كثيرٍ منَ التطبيقاتِ الحياتيّةِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

عمارةٌ: ترغبُ إحدى البلدياتِ بربطِ مدخلِ الحديقةِ العامةِ بمسارِ الجريِ داخلَ الحديقةِ منْ خلالِ مَمرٍّ عموديٍّ على المسارِ. معتمدًا الشكلَ المجاورَ الذي يمثّلُ مخطّطَ الحديقةِ، أجدُ معادلةَ المستقيمِ الذي يمثلُ المَمَرَّ.

140

تنويع التعليم:

توسعة: أطلب إلى الطلبة المتميزين حل السؤال الآتي:

أبيّن بأمثلة أن جميع المستقيمات التي معادلاتها على الصورة: $2x + 3y = c$ حيث c عدد حقيقي، مستقيمات متوازية.

مثال 4: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية تطبيقات توازي وتعامد المستقيمات في الإنشاءات الهندسية، والعديد من التطبيقات الحياتية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أطلب إلى الطلبة تحديد المعطيات والمطلوب.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال، وأؤكد أهمية الاستعانة بالتمثيل البياني الخاص بالمثال.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1–8)، والمسائل (16–18) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 18، أعزز لدى الطلبة الوعي بأهمية الترشيد باستهلاك الطاقة والمحافظة على بيئة صحية، بإخبارهم أن العالم يتجه في أيامنا الحالية إلى الاعتماد المتزايد على الطاقة الشمسية بوصفها مصدرًا بديلًا للمشتقات النفطية؛ بهدف ترشيد استهلاك مصادر الطاقة غير المتجددة، والتقليل من الانبعاثات الضارة الناتجة من احتراقها، وأطلب إليهم البحث في شبكة الإنترنت عما يُعرف بمزارع حصاد الطاقة الشمسية في الأردن، وإعداد تقرير حول ذلك.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى قراءة الأسئلة الواردة في بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20 – 23).
- أرصد أيَّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الوحدةُ 3

الْخُطْوَةُ ① أجدُ ميلَ المستقيمِ الذي يمثلُ مسارَ الجري.

تقعُ النقطتانِ $(2, 1)$, $(4, 5)$ على مسارِ الجريِ، إذنْ، يمكنُ منْ خلالِهما إيجادُ ميلِ المستقيمِ الذي يمثّلُ المسارَ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(2, 1)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(4, 5)$ $= \frac{5 - 1}{4 - 2}$

أُبسّطُ $= \frac{4}{2} = 2$

الْخُطْوَةُ ② أجدُ ميلَ المستقيمِ الذي يمثلُ معادلةَ الممرِّ.

بما أنَّ الممرَّ عموديٌّ على مسارِ الجريِ، إذنْ، أجدُ مقلوبَ معكوسِ ميلِ مسارِ الجريِ.

بما أنَّ ميلَ مسارِ الجريِ يساوي 2، فإنَّ مقلوبَ معكوسِه $-\frac{1}{2}$

الْخُطْوَةُ ③ أجدُ معادلةَ المستقيمِ الذي يمثلُ الممرَّ.

بما أنَّ المستقيمَ الذي يمثلُ المَمرَّ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, 4)$، إذنْ، فإنَّ المقطعَ y لهُ يساوي 4، وعليهِ فإنَّ معادلةَ الممرِّ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ هيَ:

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

أتحققُ من فهمي:

في المثالِ السابقِ، تخطّطُ البلديةُ لإنشاءِ مسارِ ركضٍ آخرَ داخلَ الحديقةِ موازٍ لمسارِ الركضِ الأولِ ويمرُّ في مَدخلِ الحديقةِ. أجدُ معادلةَ المستقيمِ الذي يمثلُ مسارَ الركضِ الجديدَ. $y - 4 = 2(x-0) \Rightarrow y = 2x + 4$

أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المُعْطاةِ والموازي للمستقيمِ المُعْطاةِ معادلتُه في كلٍّ ممّا يأتي:

① $(-1, 5), y = \frac{1}{2}x - 10$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

② $(2, -7), 2y = 5x - 3$ $y = \frac{5}{2}x - 12$

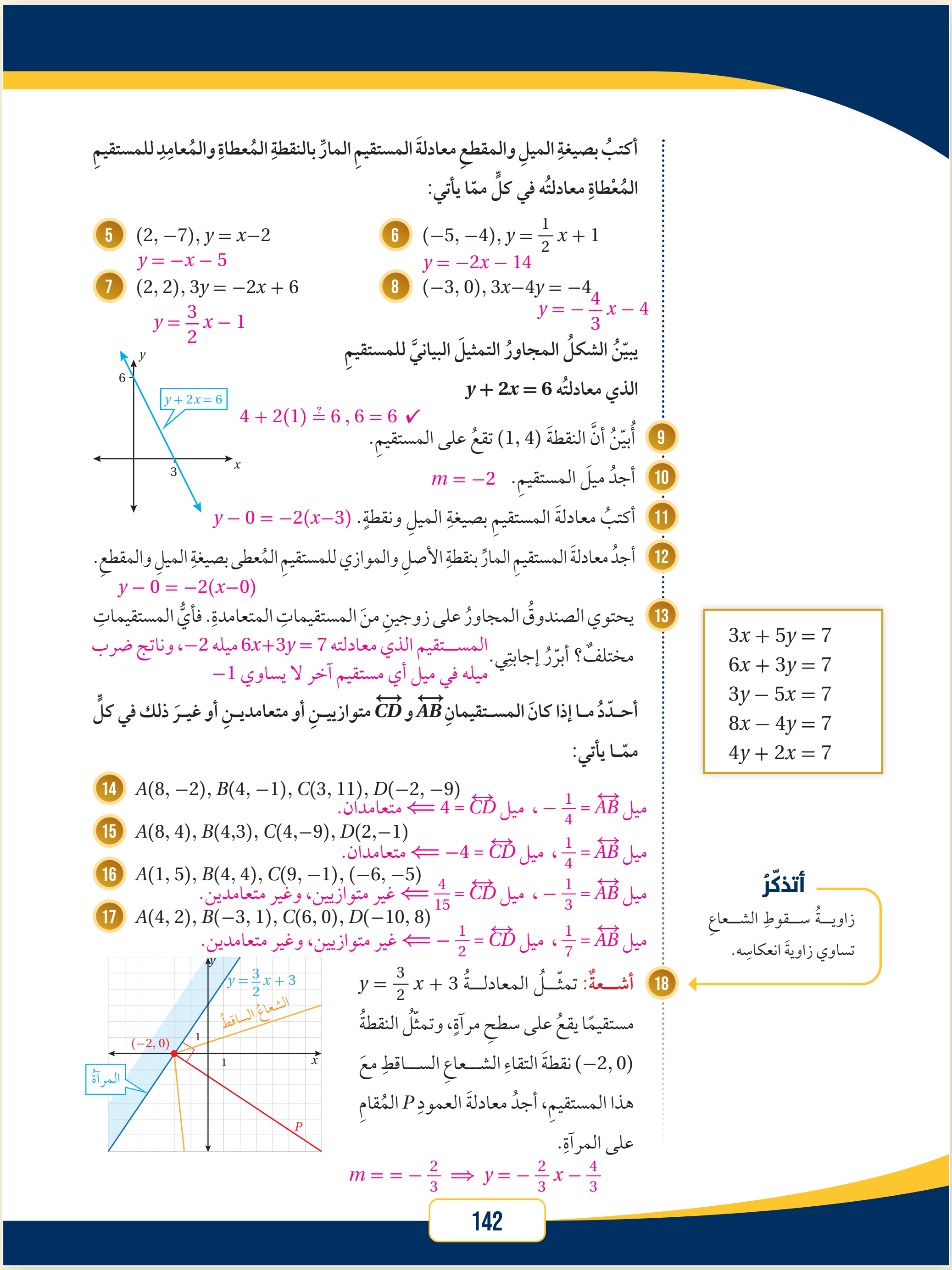
③ $(4, 8), x + 4y - 9 = 0$ $y = -\frac{1}{4}x + 9$

④ $(9, 3), 2x - 7y + 1 = 0$ $y = \frac{2}{7}x + \frac{3}{7}$

141

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، فإنَّني أضع كُلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.



أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المُعطاةِ والمُعامِدِ للمستقيمِ المُعْطاةِ معادلتُه في كلٍّ ممّا يأتي:

⑤ $(2, -7), y = x-2$
$y = -x - 5$

⑥ $(-5, -4), y = \frac{1}{2}x + 1$
$y = -2x - 14$

⑦ $(2, 2), 3y = -2x + 6$
$y = \frac{3}{2}x - 1$

⑧ $(-3, 0), 3x-4y = -4$
$y = -\frac{4}{3}x - 4$

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ التمثيلَ البيانيَّ للمستقيمِ الذي معادلتُه $y + 2x = 6$

⑨ أُبيّنُ أنَّ النقطةَ $(1, 4)$ تقعُ على المستقيمِ. $4 + 2(1) \overset{?}{=} 6 , 6 = 6$ ✓

⑩ أجدُ ميلَ المستقيمِ. $m = -2$

⑪ أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ. $y - 0 = -2(x-3)$

⑫ أجدُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بنقطةِ الأصلِ والموازي للمستقيمِ المُعطى بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.
$y - 0 = -2(x-0)$

⑬ يحتوي الصندوقُ المجاورُ على زوجينِ منَ المستقيماتِ المتعامدةِ. فأيُّ المستقيماتِ مختلفٌ؟ أبرّرُ إجابتِي.
المستقيم الذي معادلته $6x+3y = 7$ ميله -2، وناتج ضرب ميله في ميل أي مستقيم آخر لا يساوي -1

$3x + 5y = 7$
$6x + 3y = 7$
$3y - 5x = 7$
$8x - 4y = 7$
$4y + 2x = 7$

أحدّدُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيينِ أو متعامدينِ أو غيرَ ذلك في كلٍّ ممّا يأتي:

⑭ $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$
ميل $\overleftrightarrow{AB} = -\frac{1}{4}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = 4 \Leftarrow$ متعامدان.

⑮ $A(8, 4), B(4,3), C(4,-9), D(2,-1)$
ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{4}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = -4 \Leftarrow$ متعامدان.

⑯ $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -1), (-6, -5)$
ميل $\overleftrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = \frac{4}{15} \Leftarrow$ غير متوازيين، وغير متعامدين.

⑰ $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$
ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{7}$ ، ميل $\overleftrightarrow{CD} = -\frac{1}{2} \Leftarrow$ غير متوازيين، وغير متعامدين.

أتذكّرُ
زاويةُ سقوطِ الشعاعِ تساوي زاويةَ انعكاسِه.

⑱ **أشعةٌ:** تمثّلُ المعادلةُ $y = \frac{3}{2}x + 3$ مستقيمًا يقعُ على سطحِ مرآةٍ، وتمثّلُ النقطةُ $(-2, 0)$ نقطةَ التقاءِ الشعاعِ الساقطِ معَ هذا المستقيمِ، أجدُ معادلةَ العمودِ P المُقامِ على المرآةِ.

$m = = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

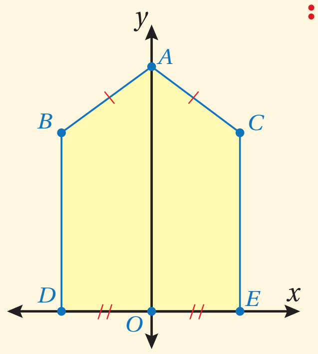
الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 15 كتاب التمارين: (4−6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9−13), 14, (19−21) كتاب التمارين: (1−3), 7
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18−23) كتاب التمارين: (1−3), 7, 8

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:



- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأوضح أن $DE = 8$، وأن $EC = 10$، وأن $AC = 5$، وأن O هي نقطة الأصل، ثم أطلب إلى الطلبة الإجابة عن الأسئلة الآتية، وتبرير إجاباتهم:

① ما إحداثيا النقطة A؟ $(0, 13)$، من المعطيات وتطبيق نظرية فيثاغورس.

② ما إحداثيا النقطة B؟ $(-4, 10)$، من خواص التماثل/ الانعكاس حول y.

③ أجد معادلة $\overleftrightarrow{AB}$. $y = \frac{3}{4}x - \frac{39}{4}$

④ أجد معادلة المستقيم الموازي لـ $\overleftrightarrow{AB}$، ويمر في C.
$y = \frac{3}{4}x + 7$

⑤ أجد معادلة المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$، ويمر في B. $y = \frac{-4}{3}x + \frac{14}{3}$

⑥ أحدّد ما إذا كان المستقيمان اللذان حصلت على معادلتيهما في السؤالين السابقين متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك. متعامدان

ملاحظة: يُمكن تكليف الطلبة تنفيذ النشاط واجبًا منزليًّا، ثم مناقشة النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

نشاط التكنولوجيا:

- أحُثّ الطلبةَ على استعمال برمجية جيوجبرا، واستعمال الأداة: Parallel Line لرسم مستقيمين متوازيين، والأداة Perpendicular Line لرسم مستقيمين متعامدين، والأداة Slope لحساب الميل.
- أوجّه الطلبة إلى كيفية الاستفادة من الأدوات أعلاه في توضيح مفاهيم توازي المستقيمات وتعامدها.

✓ إرشاد: يمكنني تنفيذ النشاط في غرفة الحاسوب، أو باستعمال الهواتف النقالة إذا كانت متوافرة لدى بعض الطلبة.

تعليمات المشروع:

- أوجّه الطلبة إلى تنفيذ الخطوتين 8 و 9 من المشروع، وأوضح لهم المطلوب تنفيذه فيهما.
- أذكّر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد من أن جميع العناصر المطلوبة من المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أجد ميل كل من المستقيمات $y = 3x-2$ و $y = 3x+4$ و $y = \frac{-1}{3}x+4$، وأكتب زوجًا من معادلات المستقيمات المتوازية وزوجًا من معادلات المستقيمات المتعامدة.**

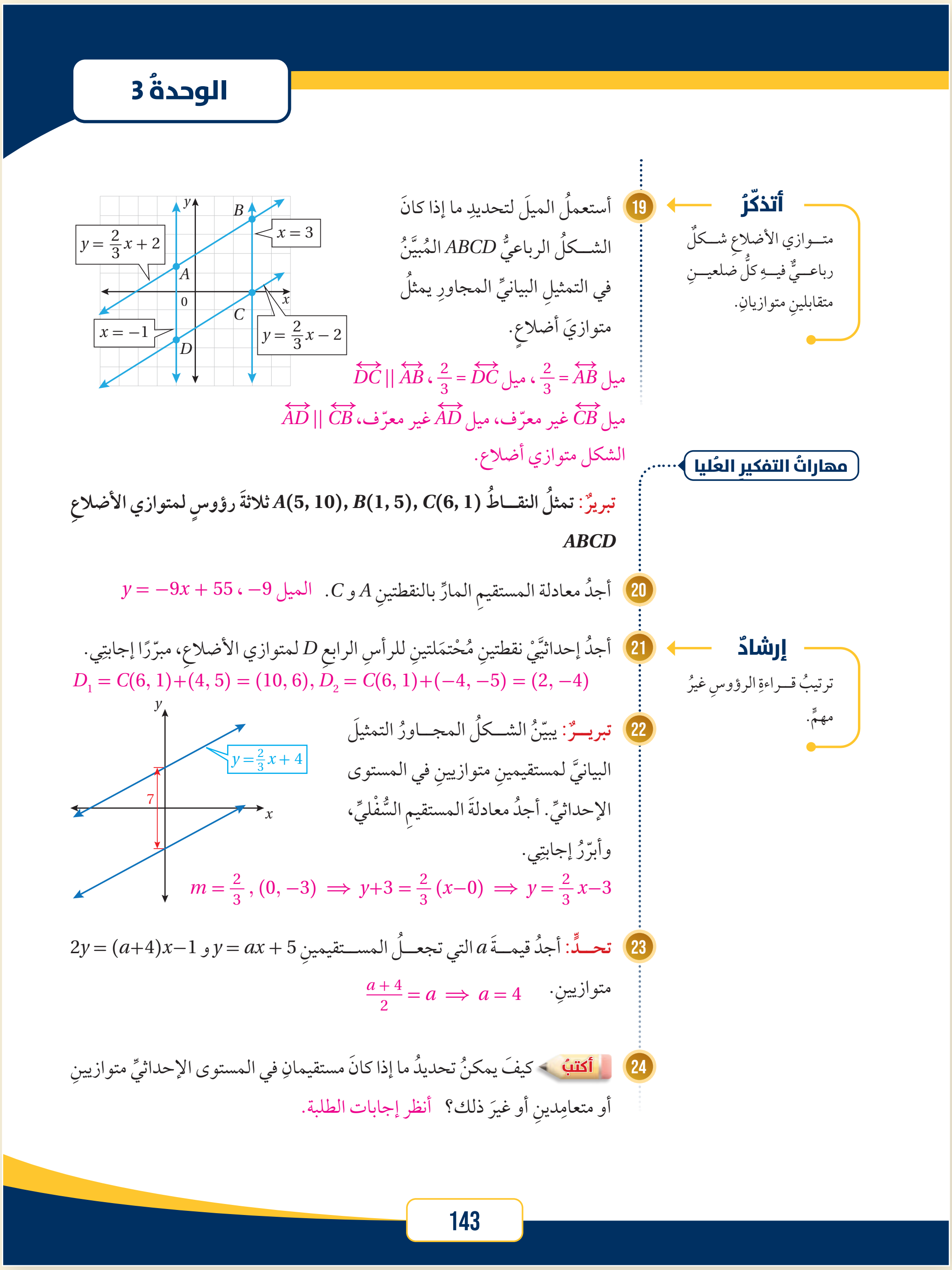
$y = 3x-2$, $m=3$

$y = 3x+4$, $m=3$

$y = \frac{-1}{3}x + 4$, $m = \frac{-1}{3}$

المستقيم الذي معادلته: $y = 3x-2$ يوازي المستقيم الذي معادلته: $y = 3x+4$

المستقيم الذي معادلته: $y = 3x-2$ يعامد المستقيم الذي معادلته: $y = \frac{-1}{3}x +4$



الوحدة 3

أتذكّر

متوازي الأضلاع شكلٌ رباعيٌّ فيه كلُّ ضلعين متقابلين متوازيان.

19 أستعملُ الميلَ لتحديدِ ما إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ $ABCD$ المُبيَّنُ في التمثيلِ البيانيِّ المجاورِ يمثلُ متوازيَ أضلاعٍ.

ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{2}{3}$ ، ميل $\overleftrightarrow{DC} = \frac{2}{3}$ ، $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

ميل $\overleftrightarrow{CB}$ غير معرّف، ميل $\overleftrightarrow{AD}$ غير معرّف، $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{CB}$

الشكل متوازي أضلاع.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: تمثلُ النقاطُ $A(5, 10), B(1, 5), C(6, 1)$ ثلاثةَ رؤوسٍ لمتوازي الأضلاعِ $ABCD$

20 أجدُ معادلة المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ A و C. الميل -9 ، $y = -9x + 55$

إرشادٌ

ترتيبُ قراءةِ الرؤوسِ غيرُ مهمٍّ.

21 أجدُ إحداثيَّيْ نقطتينِ مُحْتمَلتينِ للرأسِ الرابعِ D لمتوازي الأضلاعِ، مبرّرًا إجابتِي.

$D_1 = C(6, 1)+(4, 5) = (10, 6), D_2 = C(6, 1)+(-4, -5) = (2, -4)$

22 **تبريرٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لمستقيمينِ متوازيينِ في المستوى الإحداثيِّ. أجدُ معادلةَ المستقيمِ السُّفْليِّ، وأبرّرُ إجابتِي.

$m = \frac{2}{3}, (0, -3) \Rightarrow y+3 = \frac{2}{3}(x-0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x-3$

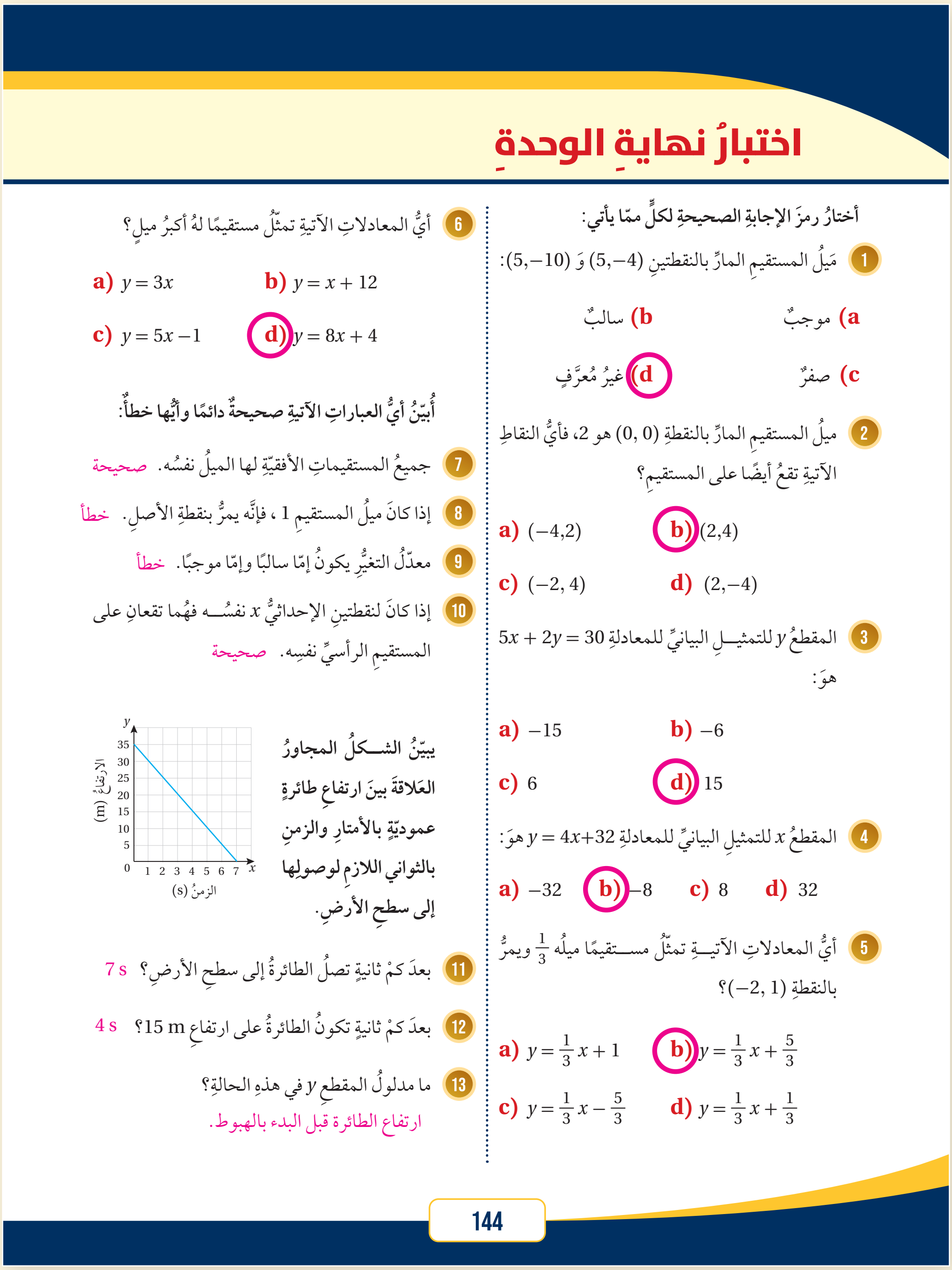
23 **تحدٍّ:** أجدُ قيمةَ a التي تجعلُ المستقيمينِ $y = ax + 5$ و $2y = (a+4)x-1$ متوازيينِ.

$\frac{a+4}{2} = a \Rightarrow a = 4$

24 **أكتبُ** كيفَ يمكنُ تحديدُ ما إذا كانَ مستقيمانِ في المستوى الإحداثيِّ متوازيينِ أو متعامِدينِ أو غيرَ ذلك؟ أنظر إجابات الطلبة.

143

✓ إرشاد: في السؤال 21، ألفت انتباه الطلبة إلى أنه عند المحافظة على الترتيب في تسمية متوازي الأضلاع $ABCD$، فإنه يمكن إيجاد نقطة واحدة D، أما في حالة عدم الاهتمام بترتيب الرؤوس، وقراءة تسمية متوازي الأضلاع قراءة مختلفة، مثل $ADBC$، فإنه يمكن إيجاد أكثر من حل للنقطة D.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

① مَيلُ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ (5,−4) وَ (5,−10):

a) موجبٌ b) سالبٌ c) صفرٌ [✓ d) غيرُ مُعرَّفٍ]

② ميلُ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (0, 0) هو 2، فأيُّ النقاطِ الآتيةِ تقعُ أيضًا على المستقيمِ؟

a) (−4,2) [✓ b) (2,4)] c) (−2, 4) d) (2,−4)

③ المقطعُ y للتمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ $5x + 2y = 30$ هوَ:

a) −15 b) −6 c) 6 [✓ d) 15]

④ المقطعُ x للتمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ $y = 4x+32$ هوَ:

a) −32 [✓ b) −8] c) 8 d) 32

⑤ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ تمثّلُ مستقيمًا ميلُه $\frac{1}{3}$ ويمرُّ بالنقطةِ (−2, 1)؟

a) $y=\frac{1}{3}x+1$ [✓ b) $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$] c) $y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$ d) $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

⑥ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ تمثّلُ مستقيمًا لهُ أكبرُ ميلٍ؟

a) $y = 3x$ b) $y = x + 12$ c) $y = 5x -1$ [✓ d) $y = 8x + 4$]

أُبيّنُ أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ دائمًا وأيُّها خطأٌ:

⑦ جميعُ المستقيماتِ الأفقيّةِ لها الميلُ نفسُه. صحيحة

⑧ إذا كانَ ميلُ المستقيمِ 1 ، فإنَّه يمرُّ بنقطةِ الأصلِ. خطأ

⑨ معدّلُ التغيُّرِ يكونُ إمّا سالبًا وإمّا موجبًا. خطأ

⑩ إذا كانَ لنقطتينِ الإحداثيُّ x نفسُه فهُما تقعانِ على المستقيمِ الرأسيِّ نفسِه. صحيحة

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ العَلاقةَ بينَ ارتفاعِ طائرةٍ عموديّةٍ بالأمتارِ والزمنِ بالثواني اللازمِ لوصولِها إلى سطحِ الأرضِ.

⑪ بعدَ كمْ ثانيةٍ تصلُ الطائرةُ إلى سطحِ الأرضِ؟ 7 s

⑫ بعدَ كمْ ثانيةٍ تكونُ الطائرةُ على ارتفاعِ 15 m؟ 4 s

⑬ ما مدلولُ المقطعِ y في هذهِ الحالةِ؟

ارتفاع الطائرة قبل البدء بالهبوط.

اختبار نهاية الوحدة:

- أوجّه الطلبةَ إلى (**اختبار نهاية الوحدة**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (1–6) فرديًّا، وأتجوّل بينهم، وأقدّم لهم التغذيـة الراجعـة، ثم أناقش حل بعض المسـائل على السبورة مع الصف كاملًا.
- أُوزّع الطلبـة إلـى مجموعات رباعية، ثـم أطلب إليهم حـل المسـائل (7–21)، وأتجوَّل بينهم لمسـاعدتهم وإرشـادهم وتوجيههـم، وأُقـدم لهم التغذيـة الراجعة اللازمـة، ثم أُحدّد المسـائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

✓ إرشادات:

- في الأسئلة (7–10)، أذكّر الطلبة بأنه لكي نحكم على صحة العبارة، فإنها يجب أن تكون صحيحة دائمًـا، ولا يُقبـل أن تكـون صحيحـة فـي بعض الحالات وغير صحيحة في حالات أخرى.
- في الأسئلة (11–13)، أذكّر الطلبة بدلالة مقطع العلاقـة الخطية مـن المحور x، ودلالـة مقطعها من المحور y، ويُمكن توجيه أسئلة إضافية تُعمق فهم الطلبة، مثل:
  - » كم ثانية استغرقت الطائرة العمودية للهبوط من ارتفاع 30 m إلى ارتفاع 10 m؟ 4 ثوانٍ.
  - » هل معدّل هبوط الطائرة العمودية ثابت وفق هذا التمثيل البياني؟ نعم، ويساوي 5 m/s

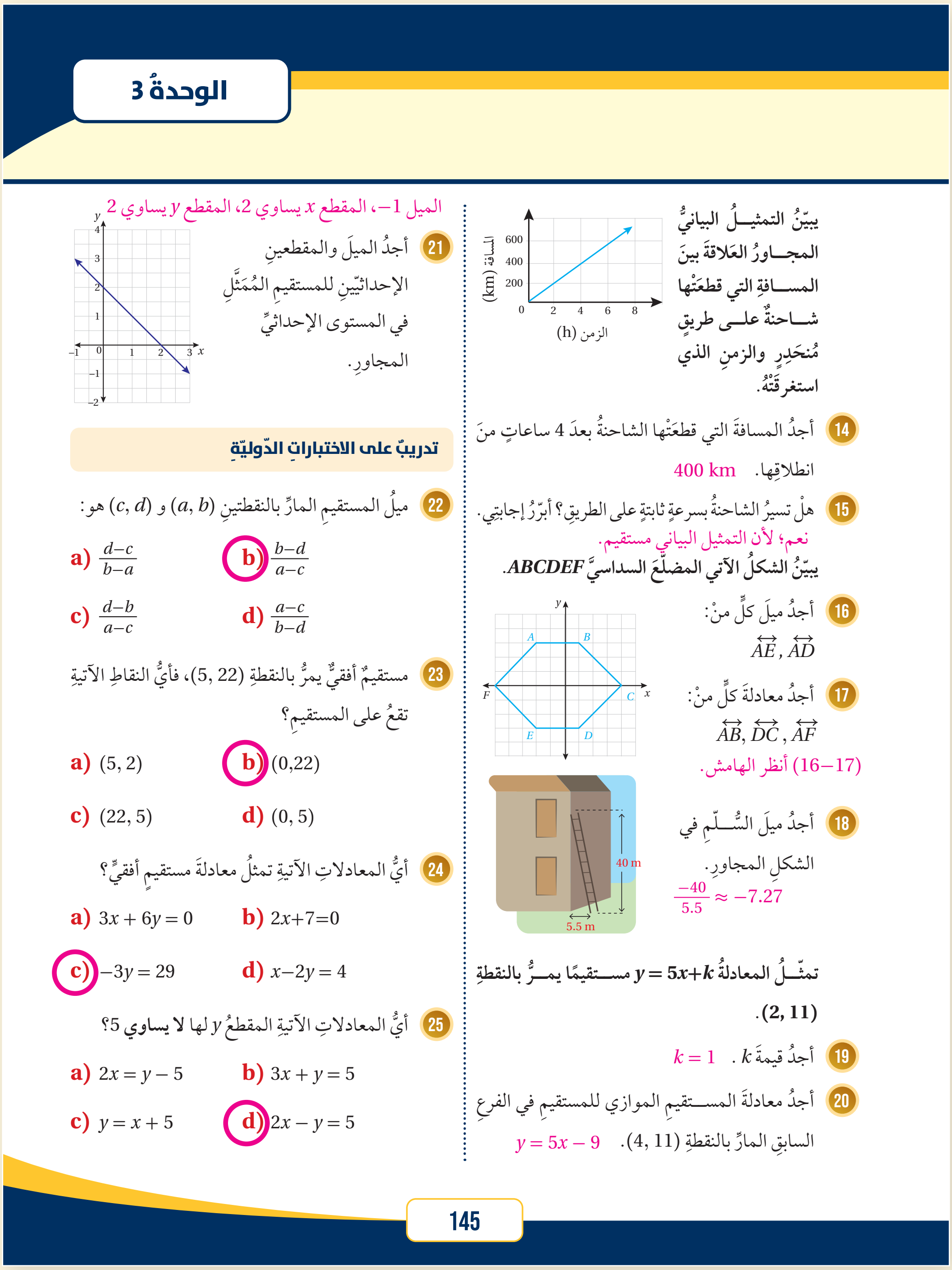
تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حل الأسـئلة فـي بنـد (**تدريب على الاختبـارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقشـهـم فـي إجاباتها على اللوح.
- أحفّز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدّيـة، وأحـرص على تضميـن اختباراتي المدرسـية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.

إجابات:

16) ميل $\overleftrightarrow{AE}$ غير معرّف، ميل $\overleftrightarrow{AD} = -2$.

17) معادلة $\overleftrightarrow{AF}$: $y = x + 5$،
معادلة $\overleftrightarrow{DC}$: $y = x - 4$،
معادلة $\overleftrightarrow{AB}$: $y = 3$



الوحدةُ 3

يبيّنُ التمثيـلُ البيانيُّ المجـاورُ العَلاقةَ بينَ المسـافةِ التي قطعَتْها شـاحنةٌ علـى طريقٍ مُنحَدِرٍ والزمنِ الذي استغرقَتْهُ.

⑭ أجدُ المسافةَ التي قطعَتْها الشاحنةُ بعدَ 4 ساعاتٍ منَ انطلاقِها. 400 km

⑮ هلْ تسيرُ الشاحنةُ بسرعةٍ ثابتةٍ على الطريقِ؟ أبرّرُ إجابتِي.
نعم؛ لأن التمثيل البياني مستقيم.

يبيّنُ الشكلُ الآتي المضلّعَ السداسيَّ *ABCDEF*.

⑯ أجدُ ميلَ كلٍّ منْ:
$\overleftrightarrow{AE}, \overleftrightarrow{AD}$

⑰ أجدُ معادلةَ كلٍّ منْ:
$\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{DC}, \overleftrightarrow{AF}$
(16–17) أنظر الهامش.

⑱ أجدُ ميلَ السُّلّمِ في الشكلِ المجاورِ.
$\frac{-40}{5.5} \approx -7.27$

تمثّلُ المعادلةُ $y = 5x+k$ مستقيمًا يمرُّ بالنقطةِ (2, 11).

⑲ أجدُ قيمةَ k . $k = 1$

⑳ أجدُ معادلةَ المستقيمِ الموازي للمستقيمِ في الفرعِ السابقِ المارِّ بالنقطةِ (4, 11). $y = 5x - 9$

الميل 1–، المقطع x يساوي 2، المقطع y يساوي 2

㉑ أجدُ الميلَ والمقطعينِ الإحداثيّينِ للمستقيمِ المُمَثّلِ في المستوى الإحداثيِّ المجاورِ.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

㉒ ميلُ المستقيمِ المارِّ بالنقطتينِ (a, b) و (c, d) هو:

a) $\frac{d-c}{b-a}$ [✓ b)] $\frac{b-d}{a-c}$

c) $\frac{d-b}{a-c}$ d) $\frac{a-c}{b-d}$

㉓ مستقيمٌ أفقيٌّ يمرُّ بالنقطةِ (5, 22)، فأيُّ النقاطِ الآتيةِ تقعُ على المستقيمِ؟

a) (5, 2) [✓ b)] (0,22)

c) (22, 5) d) (0, 5)

㉔ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ تمثلُ معادلةَ مستقيمٍ أفقيٍّ؟

a) $3x + 6y = 0$ b) $2x+7=0$

[✓ c)] $-3y = 29$ d) $x-2y = 4$

㉕ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ المقطعُ y لها **لا يساوي** 5؟

a) $2x = y - 5$ b) $3x + y = 5$

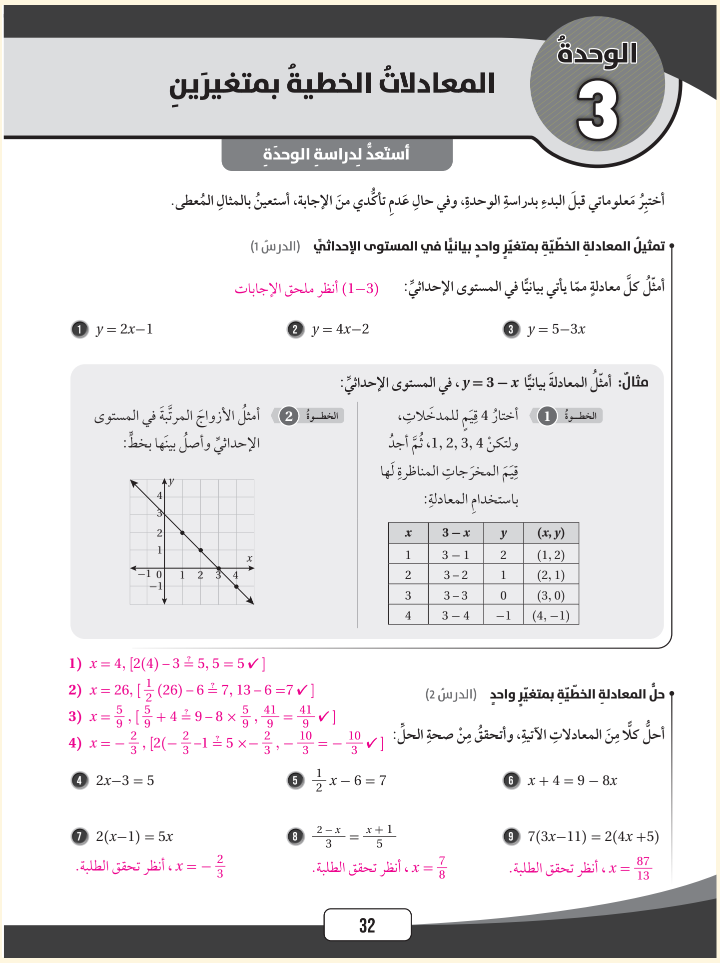
c) $y = x + 5$ [✓ d)] $2x - y = 5$

145

إرشادات:

- في السؤالين 16 و 17، أوجّه الأسئلة الإضافية الآتية بهدف تعميق الفهم لدى الطلبة:
  - » في المضلع السداسي الذي يظهر في الشكل:
  - » كيف نثبت أن $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$؟ الميل للضلعين يساوي 0
  - » كيف نثبت أن $\overline{CD} \parallel \overline{AF}$؟ الميل للضلعين يساوي 1
  - » كيف نثبت أن $\overline{FE} \parallel \overline{BC}$؟ الميل للضلعين يساوي 1–

كتاب التمارين



الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

تمثيلُ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ (الدرسُ 1)

أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ: (1–3) أنظر ملحق الإجابات

① $y = 2x - 1$ ② $y = 4x - 2$ ③ $y = 5 - 3x$

مثالٌ: أمثّلُ المعادلةَ بيانيًّا $y = 3 - x$، في المستوى الإحداثيِّ:

الخطـوةُ 1 أختارُ 4 قِيَمٍ للمدخَلاتِ، ولتكنْ 1, 2, 3, 4، ثُمَّ أجدُ قِيَمَ المخرَجاتِ المناظرةِ لَها باستخدامِ المعادلةِ:

(x, y)	y	$3 - x$	x
(1, 2)	2	3 − 1	1
(2, 1)	1	3 − 2	2
(3, 0)	0	3 − 3	3
(4, −1)	−1	3 − 4	4

الخطـوةُ 2 أمثلُ الأزواجَ المرتَّبَةَ في المستوى الإحداثيِّ وأصلُ بينَها بخطٍّ:

حلُّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ (الدرسُ 2)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

1) $x = 4, [2(4) - 3 \stackrel{?}{=} 5, 5 = 5 ✓]$

2) $x = 26, [\frac{1}{2}(26) - 6 \stackrel{?}{=} 7, 13 - 6 = 7 ✓]$

3) $x = \frac{5}{9}, [\frac{5}{9} + 4 \stackrel{?}{=} 9 - 8 \times \frac{5}{9}, \frac{41}{9} = \frac{41}{9} ✓]$

4) $x = -\frac{2}{3}, [2(-\frac{2}{3} - 1 \stackrel{?}{=} 5 \times -\frac{2}{3}, -\frac{10}{3} = -\frac{10}{3} ✓]$

④ $2x - 3 = 5$ ⑤ $\frac{1}{2}x - 6 = 7$ ⑥ $x + 4 = 9 - 8x$

⑦ $2(x - 1) = 5x$ ⑧ $\frac{2 - x}{3} = \frac{x + 1}{5}$ ⑨ $7(3x - 11) = 2(4x + 5)$

$x = -\frac{2}{3}$، أنظر تحقق الطلبة. $x = \frac{7}{8}$، أنظر تحقق الطلبة. $x = \frac{87}{13}$، أنظر تحقق الطلبة.

32

الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $2(5x - 1) = 8$، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

المعادلةُ الأصليةُ $2(5x - 1) = 18$

خاصيةُ التوزيعِ $10x - 2 = 8$

أجمعُ 2 للطرفَينِ $10x - 2 + 2 = 18 + 2$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 10 $\frac{10x}{10} = \frac{20}{10}$

أبسطُ $x = 2$

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

بتعويضِ $x = 2$ في المعادلةِ $2(5(2) - 1) \stackrel{?}{=} 18$

أبسطُ $2(9) \stackrel{?}{=} 18$

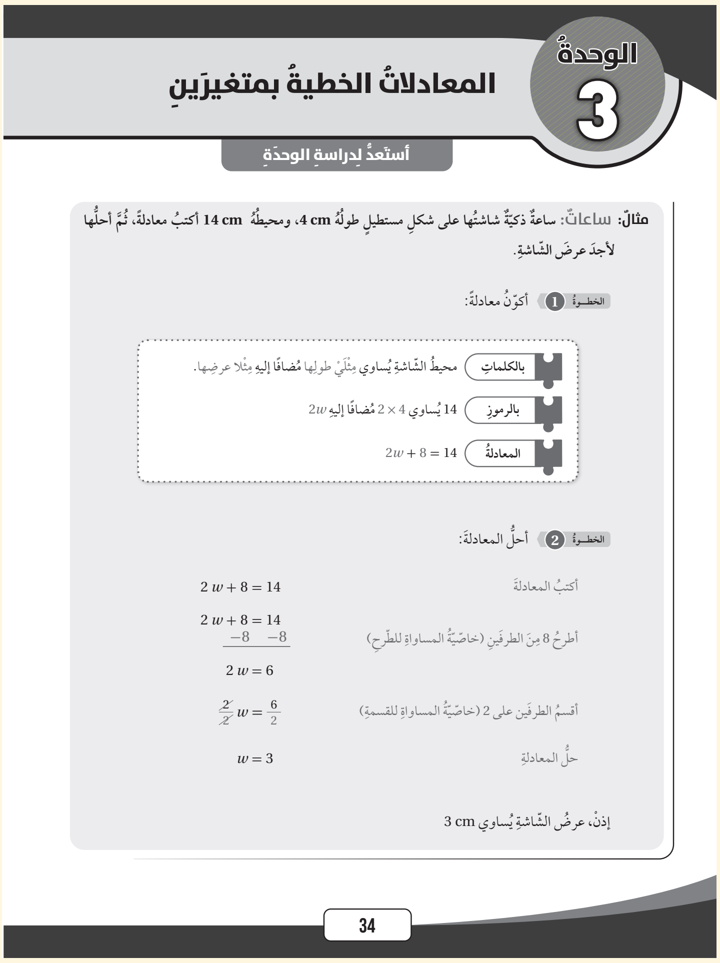
الطرفانِ متساويانِ، إذنِ الحلُّ صحيحٌ $18 = 18$ ✓

التعبيرُ عَنْ مسألةٍ حياتيةٍ بمعادلةٍ، ثُمَّ حلُّها (الدرسُ 3)

⑩ فَلَكٌ: يرغبُ علاءٌ في شراءِ تلسكوبٍ لمراقبةِ النّجومِ ليلًا، فإذا كانَ ثمنُ التلسكوبِ JD 92، وكانَ مع علاءٍ JD 32، فأكتبُ معادلةً يمكنُ بحلِّها إيجادُ المبلغِ الّذِي يدّخِرُهُ علاءٌ شهريًّا ليتمكّنَ مِنْ شراءِ التلسكوبِ خلالَ 4 أشهرٍ.

$4x + 32 = 92$

33



الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مثالٌ: ساعاتٌ: ساعةٌ ذكيّةٌ شاشتُها على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ 4 cm، ومحيطُهُ 14 cm أكتبُ معادلةً، ثُمَّ أحلُّها لأجدَ عرضَ الشّاشةِ.

الخطـوةُ 1 أكوّنُ معادلةً:

بالكلماتِ محيطُ الشّاشةِ يُساوي مِثْلَيْ طولِها مُضافًا إليهِ مِثْلا عرضِها.

بالرموزِ 14 يُساوي 4 × 2 مُضافًا إليهِ $2w$

المعادلةُ $2w + 8 = 14$

الخطـوةُ 2 أحلُّ المعادلةَ:

أكتبُ المعادلةَ $2w + 8 = 14$

أطرحُ 8 مِنَ الطرفَينِ (خاصّيّةُ المساواةِ للطّرحِ) $2w + 8 = 14$, $-8 \quad -8$

$2w = 6$

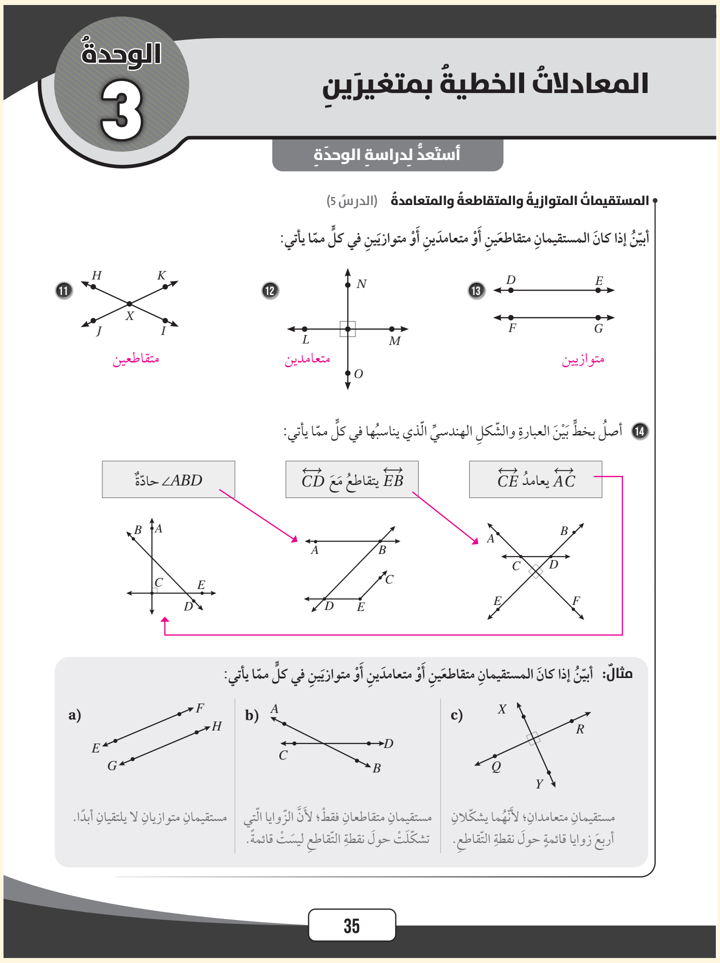
أقسمُ الطرفَين على 2 (خاصّيّةُ المساواةِ للقسمةِ) $\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}w = \frac{6}{2}$

حلُّ المعادلةِ $w = 3$

إذنْ، عرضُ الشّاشةِ يُساوي 3 cm

34

كتاب التمارين



الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

أستعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

المستقيماتُ المتوازيةُ والمتقاطعةُ والمتعامدةُ (الدرسُ 5)

أبيّنُ إذا كانَ المستقيمانِ متقاطعَينِ أَوْ متعامدَينِ أَوْ متوازيَينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑪ متقاطعين

⑫ متعامدين

⑬ متوازيين

⑭ أصلُ بخطٍّ بَيْنَ العبارةِ والشّكلِ الهندسيِّ الّذي يناسبُها في كلٍّ ممّا يأتي:

$\overleftrightarrow{AC}$ يعامدُ $\overleftrightarrow{CE}$

$\overleftrightarrow{EB}$ يتقاطعُ مَعَ $\overleftrightarrow{CD}$

$\angle ABD$ حادّةٌ

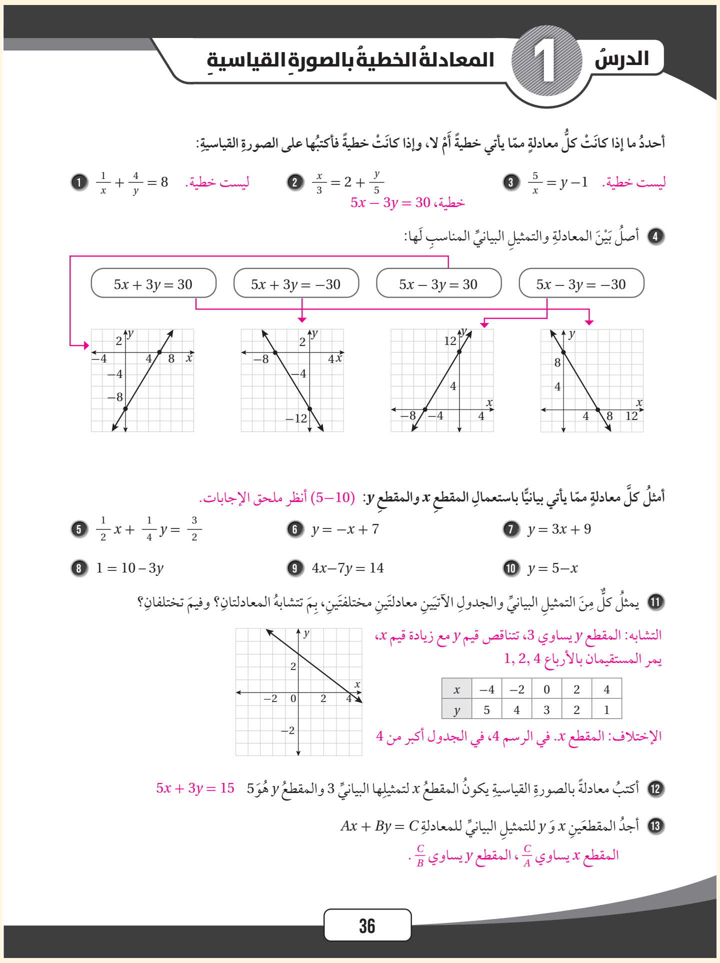
مثالٌ: أبيّنُ إذا كانَ المستقيمانِ متقاطعَينِ أَوْ متعامدَينِ أَوْ متوازيَينِ في كلٍّ ممّا يأتي:

c) مستقيمانِ متعامدانِ؛ لأنّهُما يشكّلانِ أربعَ زوايا قائمةٍ حولَ نقطةِ التّقاطعِ.

b) مستقيمانِ متقاطعانِ فقطْ؛ لأنَّ الزّوايا الّتي تشكّلَتْ حولَ نقطةِ التّقاطعِ ليسَتْ قائمةً.

a) مستقيمانِ متوازيانِ لا يلتقيانِ أبدًا.

35



الدرسُ 1

المعادلةُ الخطيةُ بالصورةِ القياسيةِ

أحددُ ما إذا كانَتْ كلُّ معادلةٍ ممّا يأتي خطيةً أَمْ لا، وإذا كانَتْ خطيةً فأكتبُها على الصورةِ القياسيةِ:

③ $\frac{5}{x} = y - 1$ ليست خطية.

② $\frac{x}{3} = 2 + \frac{y}{5}$ خطية، $5x - 3y = 30$

① $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 8$ ليست خطية.

④ أصلُ بَيْنَ المعادلةِ والتمثيلِ البيانيِّ المناسبِ لَها:

$5x - 3y = -30$ | $5x - 3y = 30$ | $5x + 3y = -30$ | $5x + 3y = 30$

أمثلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y: (5–10) أنظر ملحق الإجابات.

⑤ $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = \frac{3}{2}$

⑥ $y = -x + 7$

⑦ $y = 3x + 9$

⑧ $1 = 10 - 3y$

⑨ $4x - 7y = 14$

⑩ $y = 5 - x$

⑪ يمثلُ كلٌّ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ والجدولِ الآتيَينِ معادلتَينِ مختلفتَينِ، بِمَ تتشابهُ المعادلتانِ؟ وفيمَ تختلفانِ؟

التشابه: المقطع y يساوي 3، تتناقص قيم y مع زيادة قيم x، يمر المستقيمان بالأرباع 1, 2, 4

x	−4	−2	0	2	4
y	5	4	3	2	1

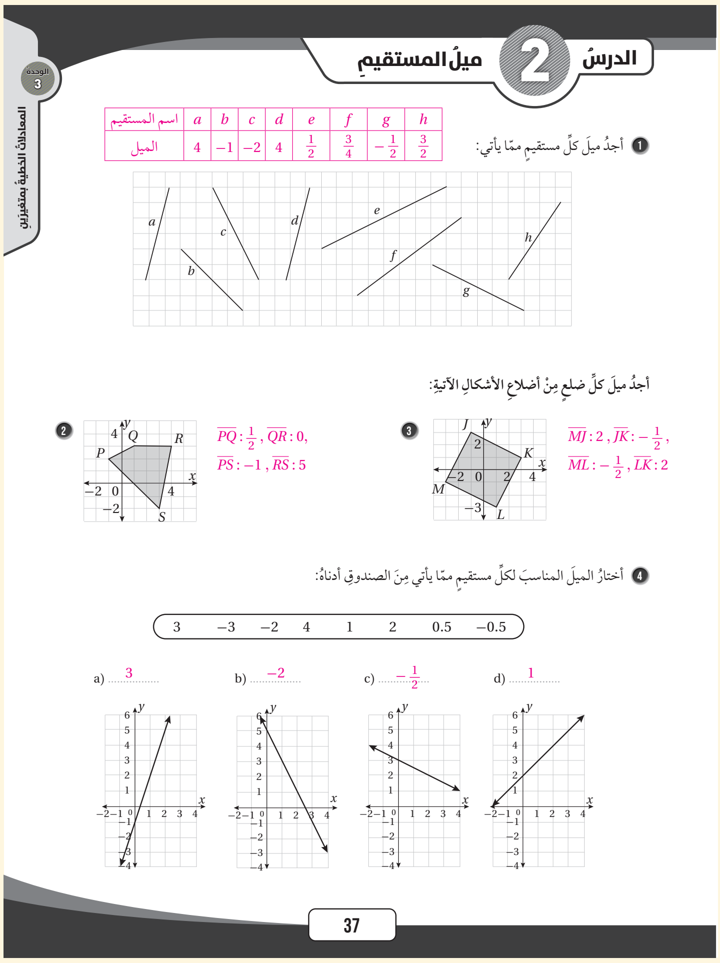
الإختلاف: المقطع x. في الرسم 4، في الجدول أكبر من 4

⑫ أكتبُ معادلةً بالصورةِ القياسيةِ يكونُ المقطعُ x لتمثيلِها البيانيِّ 3 والمقطعُ y هُوَ 5 $5x + 3y = 15$

⑬ أجدُ المقطعَينِ x وَ y للتمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ $Ax + By = C$

المقطع x يساوي $\frac{C}{A}$، المقطع y يساوي $\frac{C}{B}$.

36



الدرسُ 2

ميلُ المستقيمِ

الوحدة 3 المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَينِ

① أجدُ ميلَ كلِّ مستقيمٍ ممّا يأتي:

اسم المستقيم	a	b	c	d	e	f	g	h
الميل	4	−1	−2	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

أجدُ ميلَ كلِّ ضلعٍ مِنْ أضلاعِ الأشكالِ الآتيةِ:

③ $\overline{MJ}: 2, \overline{JK}: -\frac{1}{2}, \overline{ML}: -\frac{1}{2}, \overline{LK}: 2$

② $\overline{PQ}: \frac{1}{2}, \overline{QR}: 0, \overline{PS}: -1, \overline{RS}: 5$

④ أختارُ الميلَ المناسبَ لكلِّ مستقيمٍ ممّا يأتي مِنَ الصندوقِ أدناهُ:

3 −3 −2 4 1 2 0.5 −0.5

a) 3

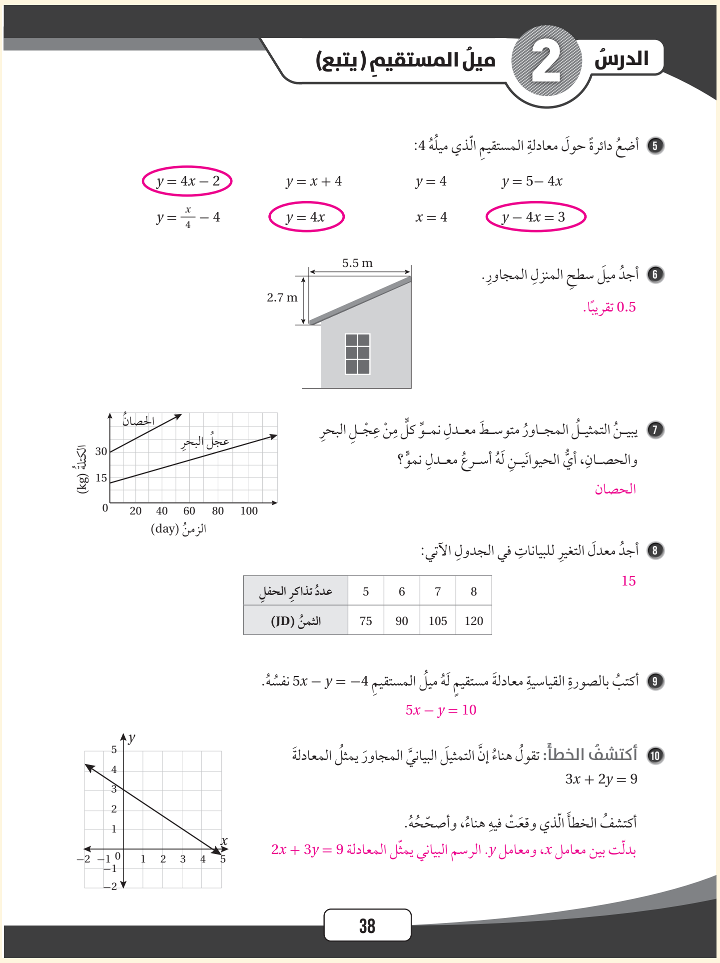
b) −2

c) $-\frac{1}{2}$

d) 1

37

كتاب التمارين



الدرس 2 ميلُ المستقيمِ (يتبع)

5 أضعُ دائرةً حولَ معادلةِ المستقيمِ الّذي ميلُهُ 4:

[✓ $y=4x-2$] $y=x+4$ $y=4$ $y=5-4x$

$y=\frac{x}{4}-4$ [✓ $y=4x$] $x=4$ [✓ $y-4x=3$]

6 أجدُ ميلَ سطحِ المنزلِ المجاورِ.

0.5 تقريبًا.

7 يبينُ التمثيلُ المجاورُ متوسطَ معدلِ نموٍّ كلٍّ مِنْ عِجْلِ البحرِ والحصانِ، أيُّ الحيوانَينِ لَهُ أسرعُ معدلِ نموٍّ؟

الحصان

8 أجدُ معدلَ التغيرِ للبياناتِ في الجدولِ الآتي:

15

عددُ تذاكرِ الحفلِ	5	6	7	8
الثمنُ (JD)	75	90	105	120

9 أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ معادلةَ مستقيمٍ لَهُ ميلُ المستقيمِ $5x-y=-4$ نفسُهُ.

$5x-y=10$

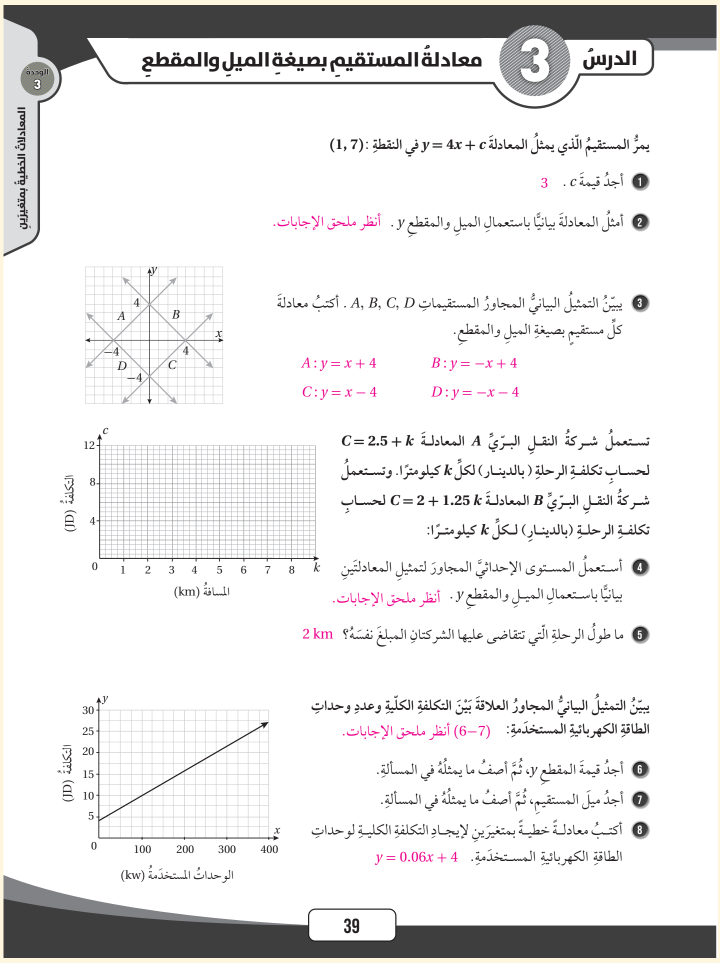
10 **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ هناءُ إنَّ التمثيلَ البيانيَّ المجاورَ يمثلُ المعادلةَ

$3x+2y=9$

أكتشفُ الخطأَ الّذي وقعَتْ فيهِ هناءُ، وأصحّحُهُ.

بدلّت بين معامل x، ومعامل y. الرسم البياني يمثّل المعادلة $2x+3y=9$

38



الدرس 3 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ

يمرُّ المستقيمُ الّذي يمثلُ المعادلةَ $y=4x+c$ في النقطةِ: $(1, 7)$

1 أجدُ قيمةَ c . 3

2 أمثلُ المعادلةَ بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y . أنظر ملحق الإجابات.

3 يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ المستقيماتِ A, B, C, D . أكتبُ معادلةَ كلِّ مستقيمٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

$A: y=x+4$ $B: y=-x+4$

$C: y=x-4$ $D: y=-x-4$

تستعملُ شركةُ النقلِ البرّيِّ A المعادلةَ $C=2.5+k$ لحسابِ تكلفةِ الرحلةِ (بالدينارِ) لكلِّ k كيلومترًا. وتستعملُ شركةُ النقلِ البرّيِّ B المعادلةَ $C=2+1.25\,k$ لحسابِ تكلفةِ الرحلةِ (بالدينارِ) لكلِّ k كيلومترًا:

4 أستعملُ المستوى الإحداثيَّ المجاورَ لتمثيلِ المعادلتَينِ بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y . أنظر ملحق الإجابات.

5 ما طولُ الرحلةِ الّتي تتقاضى عليها الشركتانِ المبلغَ نفسَهُ؟ 2 km

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بَيْنَ التكلفةِ الكلّيةِ وعددِ وحداتِ الطاقةِ الكهربائيةِ المستخدَمةِ: (6–7) أنظر ملحق الإجابات.

6 أجدُ قيمةَ المقطعِ y، ثُمَّ أصفُ ما يمثلُهُ في المسألةِ.

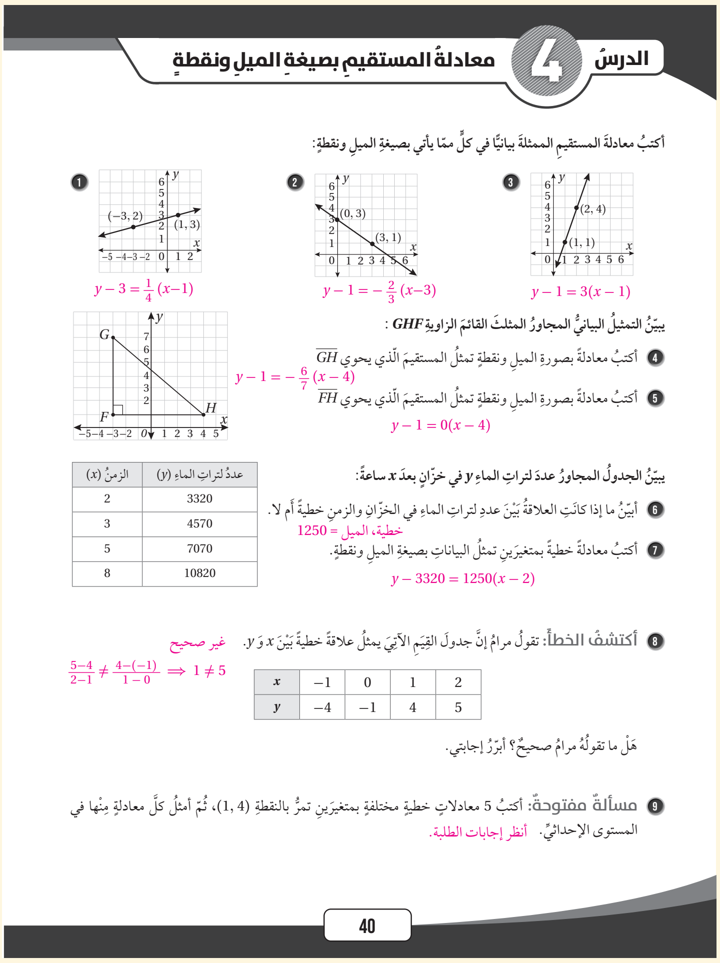
7 أجدُ ميلَ المستقيمِ، ثُمَّ أصفُ ما يمثلُهُ في المسألةِ.

8 أكتبُ معادلةً خطيةً بمتغيرَينِ لإيجادِ التكلفةِ الكليةِ لوحداتِ الطاقةِ الكهربائيةِ المستخدَمةِ. $y=0.06x+4$

39

ملاحظاتي

كتاب التمارين



الدرسُ 4 معادلةُ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

أكتبُ معادلةَ المستقيمِ الممثلةَ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

①

$y-3=\frac{1}{4}(x-1)$

②

$y-1=-\frac{2}{3}(x-3)$

③

$y-1=3(x-1)$

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ المثلثَ القائمَ الزاويةِ **GHF** :

④ أكتبُ معادلةً بصورةِ الميلِ ونقطةٍ تمثلُ المستقيمَ الّذي يحوي $\overline{GH}$

$y-1=-\frac{6}{7}(x-4)$

⑤ أكتبُ معادلةً بصورةِ الميلِ ونقطةٍ تمثلُ المستقيمَ الّذي يحوي $\overline{FH}$

$y-1=0(x-4)$

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ لتراتِ الماءِ *y* في خزّانٍ بعدَ *x* ساعةً:

الزمنُ (x)	عددُ لتراتِ الماءِ (y)
2	3320
3	4570
5	7070
8	10820

⑥ أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بَيْنَ عددِ لتراتِ الماءِ في الخزّانِ والزمنِ خطيةً أَم لا.

خطية، الميل = 1250

⑦ أكتبُ معادلةً خطيةً بمتغيرَينِ تمثلُ البياناتِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

$y-3320=1250(x-2)$

⑧ **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ مرامُ إنَّ جدولَ القِيَمِ الآتِيَ يمثلُ علاقةً خطيةً بَيْنَ *x* وَ *y*.

x	−1	0	1	2
y	−4	−1	4	5

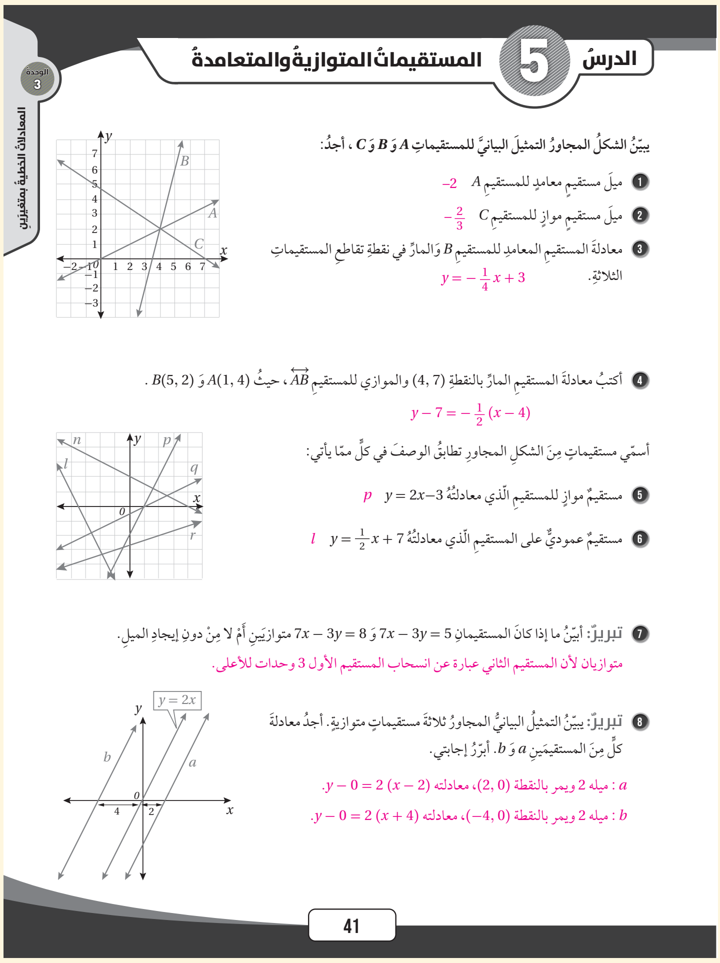
هَلْ ما تقولُهُ مرامُ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

غير صحيح

$\frac{5-4}{2-1}\neq\frac{4-(-1)}{1-0}\Rightarrow 1\neq 5$

⑨ **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ 5 معادلاتٍ خطيةٍ مختلفةٍ بمتغيرَينِ تمرُّ بالنقطةِ (1, 4)، ثُمّ أمثلُ كلَّ معادلةٍ مِنْها في المستوى الإحداثيِّ. أنظر إجابات الطلبة.

40



الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطيةُ بمتغيرَين

الدرسُ 5 المستقيماتُ المتوازيةُ والمتعامدةُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ التمثيلَ البيانيَّ للمستقيماتِ **A** وَ **B** وَ **C** ، أجدُ:

① ميلَ مستقيمٍ معامدٍ للمستقيمِ A   −2

② ميلَ مستقيمٍ موازٍ للمستقيمِ C $-\frac{2}{3}$

③ معادلةَ المستقيمِ المعامدِ للمستقيمِ B وَالمارِّ في نقطةِ تقاطعِ المستقيماتِ الثلاثةِ.

$y=-\frac{1}{4}x+3$

④ أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ (4, 7) والموازي للمستقيمِ $\overleftrightarrow{AB}$ ، حيثُ $A(1, 4)$ وَ $B(5, 2)$.

$y-7=-\frac{1}{2}(x-4)$

أسمّي مستقيماتٍ مِنَ الشكلِ المجاورِ تطابقُ الوصفَ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑤ مستقيمٌ موازٍ للمستقيمِ الّذي معادلتُهُ $y=2x-3$ p

⑥ مستقيمٌ عموديٌّ على المستقيمِ الّذي معادلتُهُ $y=\frac{1}{2}x+7$ l

⑦ **تبريرٌ:** أبيّنُ ما إذا كانَ المستقيمانِ $7x-3y=5$ وَ $7x-3y=8$ متوازيَينِ أَمْ لا مِنْ دونِ إيجادِ الميلِ.

متوازيان لأن المستقيم الثاني عبارة عن انسحاب المستقيم الأول 3 وحدات للأعلى.

⑧ **تبريرٌ:** يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ ثلاثةَ مستقيماتٍ متوازيةٍ. أجدُ معادلةَ كلٍّ مِنَ المستقيمَينِ *a* وَ *b*. أبرّرُ إجابتي.

a : ميله 2 ويمر بالنقطة (2, 0)، معادلته $y-0=2(x-2)$.

b : ميله 2 ويمر بالنقطة (−4, 0)، معادلته $y-0=2(x+4)$.

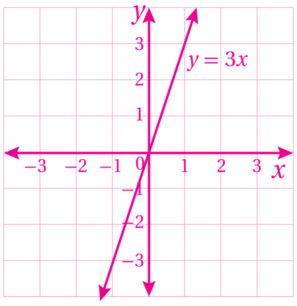
41

ملاحظاتي

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 2):

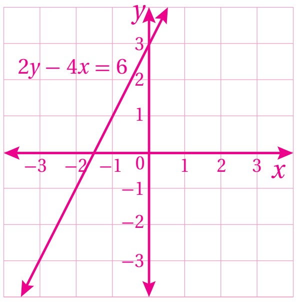
2) أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطة (0, 0) ونقاط أخرى مثل:

$(-1, -3), (1, 3)$



3) أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بنقاط مثل:

$(-2, -1), (-1, 1)\ (0, 3)$



الدرس 1 (أتحقق من فهمي 4):

4) المقطع x يساوي 20، المقطع y يساوي 200

5) المقطع y يساوي 200 وهذا يعني وجود 200 لتر وقود في خزان الشاحنة قبل مغادرتها.

المقطع x يساوي 20 وهذا يعني إمكانية قيادة السيارة 20 ساعة حتى ينفذ الوقود.

6) 10 ساعات.

الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

4) أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم أفقي يمر بالنقطة $(0, -1)$.

5) أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 8), (-8, 0)$.

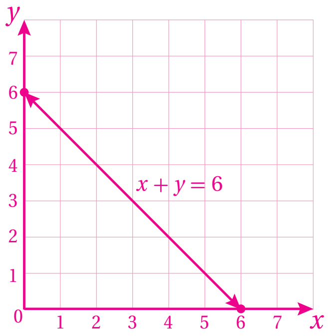
6) أنظر جداول الطلبة و تمثيلهم البياني. الرسم مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 7.5), (5, 0)$.

9) أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $(-6, 0), \left(0, \frac{3}{2}\right)$

10) أنظر رسم الطلبة، المستقيم رأسي يمر بالنقطة $(-6, 0)$.

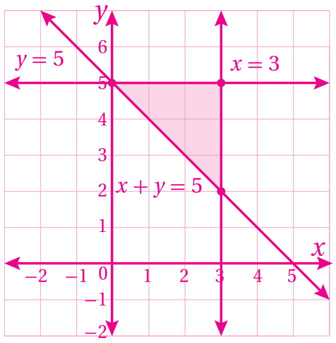
11) أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $\left(\frac{3}{4}, 0\right), \left(0, \frac{-4}{3}\right)$

20) أنظر رسم الطلبة، المستقيم يمر بالنقطتين $(6, 0), (0, 6)$



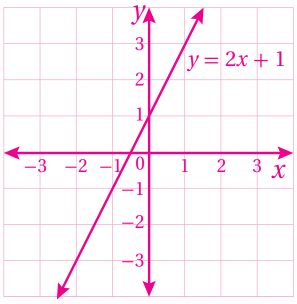
22) إجابة ممكنة:

$y = 5, x = 3$

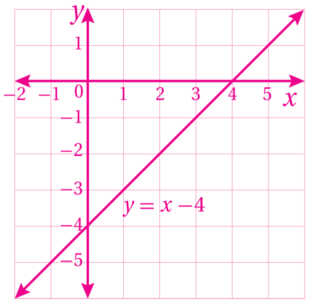


الدرس 3 (أتحقق من فهمي 2):

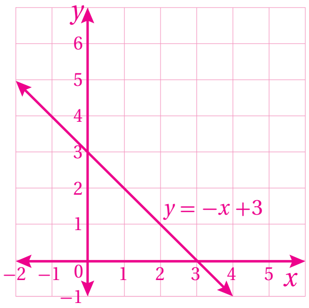
2) أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين $(1, 3), (0, 1)$



3) أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين $(1, -3), (0, -4)$



4) أنظر رسم الطلبة، مستقيم يمر بالنقطتين $(1, 2), (0, 3)$



الدرس 3 (أتحقق من فهمي 4):

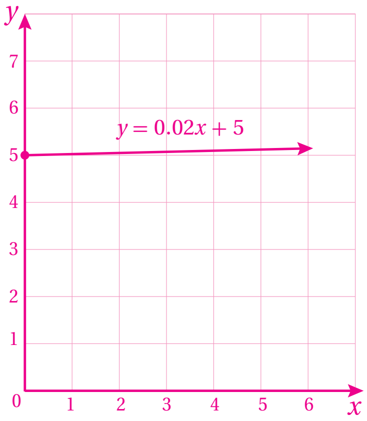
بفرض أن x عدد كلي تُمثل الدقائق التي تتحدثها فرح:

1) $y = 0.02x + 5$

2) المقطع y يساوي JD 5 ويمثل تكلفة الشحن الشهري دون إجراء مكالمات. والميل 0.02 يمثل تكلفة التحدث لمدة دقيقة واحدة وهو معدّل ثابت.

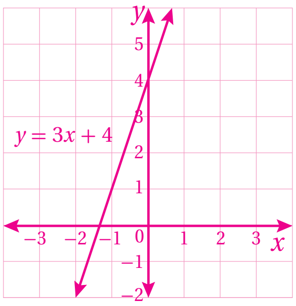
3) لا يوجد مقطع x؛ لأن أقل قيمة للمتغير x هي 0، وعندها $y = 5$.

4) أنظر رسم الطلبة، شعاع يمر بالنقطتين $(5, 5.1), (0, 5)$.

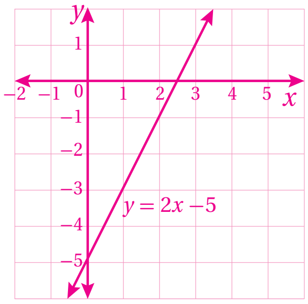


الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

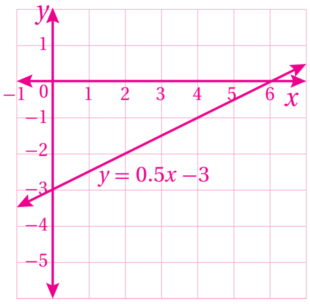
5) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 4), (-2, -2)$



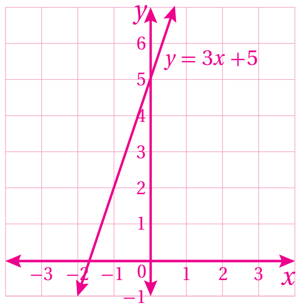
6) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, -5), (1,-3)$



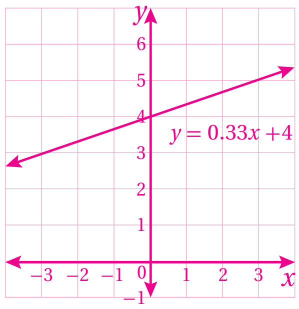
7) مستقيم يمر بالنقطتين $(0,- 3), (2,-2)$



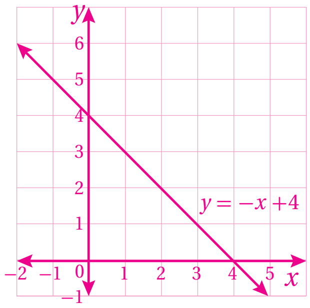
8) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 5), (-1,2)$



9) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 4), (-3,3)$

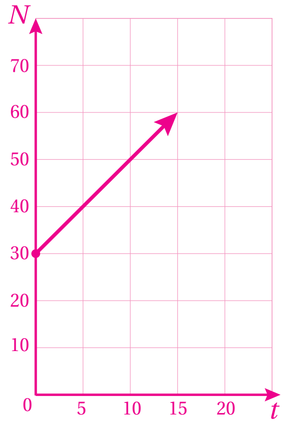


10) مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 4), (1,3)$



الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

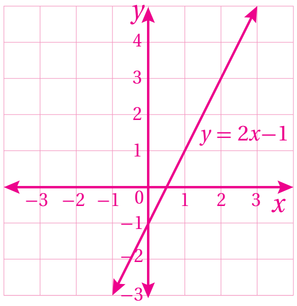
13) أنظر رسم الطلبة، شعاع يمر بالنقطتين $(0, 30), (10, 50)$



كتاب التمارين، (أستعد لدراسة الوحدة):

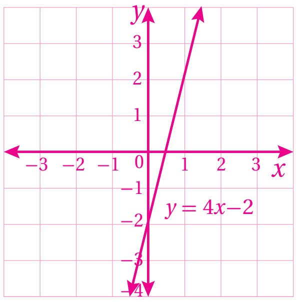
7) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, -1), (1, 1), (-1, -3), (3,5)$



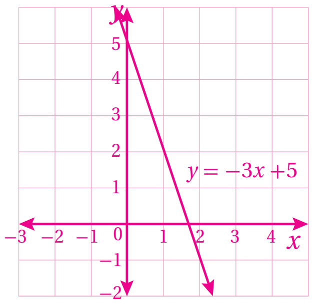
8) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, -2), (1, 2), (-1, -6), (2, 6)$



9) أنظر رسم الطلبة.

مستقيم يمر بنقاط مثل: $(0, 5), (1, 2), (-1, 8), (2,-1)$



كتاب التمارين، (الدرس 1):

في المسائل 10 – 5 أنظر رسم الطلبة الذي يحقق ما يأتي:

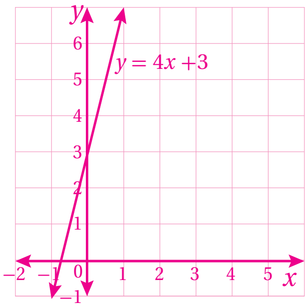
رقم السؤال	5	6	7	8	9	10
المقطع x	3	7	−3	لا يوجد	$\frac{7}{2}$	5
المقطع y	6	7	9	3	−2	5

كتاب التمارين، (الدرس 3):

2) أنظر رسم الطلبة.

التمثيل البياني مستقيم يمر بالنقطتين

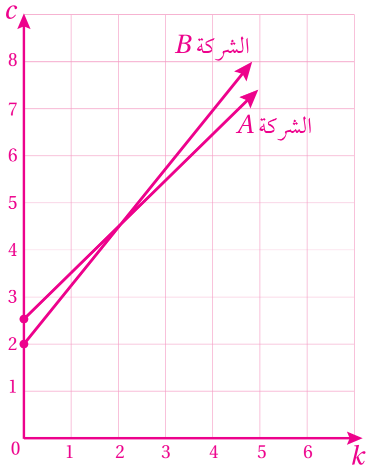
$\left(-\frac{3}{4}, 0\right), (0, 3)$



4) أنظر رسم الطلبة.

الشركة A : مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2.5), (1, 3.5)$

الشركة B : مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 2), (1, 3.25)$



6) 4 JD، تكلفة الاشتراك الشهري دون استخدام وحدات طاقة كهربائية.

7) الميل يساوي 0.06 JD ويمثل تكلفة استخدام 1 kw من الطاقة الكهربائية.

الوحدة 4

المثلثات المتطابقة

www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 11	1
الدرس 1: **تطابق المثلثات (SSS, SAS, HL)**	• إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS. • إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS. • إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.	المسلّمة. النظرية. البرهان. البرهان السهمي. الزاوية المحصورة. البرهان ذو العمودين.	• ورقة المصادر 12 • ورقة المصادر 13 • ورقة المصادر 14 • مسطرة. • منقلة. • جهاز حاسوب. • برمجية جيوجبرا.	4
الدرس 2: **تطابق المثلثات (ASA, AAS)**	• إثبات تطابق المثلثات باستعمال مسلّمة ASA. • إثبات تطابق المثلثات باستعمال نظرية AAS.	الضلع المحصور.		3
الدرس 3: **المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.**	• استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين. • استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.	الساقان. زاوية الرأس. القاعدة. زاويتا القاعدة. النتيجة.	• أوراق بيضاء قياس A4 • مسطرة. • منقلة. • جهاز حاسوب. • برمجية جيوجبرا.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• أعواد آيسكريم. • سيلكون لاصق.	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				14 حصة

الوحدة 4 تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلموه في الصف السابع عن تطابق المضلعات؛ لتعرف مسلّمات ونظريات تطابق المثلثات، وسيستعملونها في إثبات تطابق المثلثات.

إضافةً إلى ما سبق، سيتعرّف الطلبة أجزاء المثلث المتطابق الضلعين والنظريات المتعلقة به، وسيتعرفون أيضًا النظريات المتعلقة بالمثلث المتطابق الأضلاع، وسيستعملون هذه النظريات في مسائل رياضية وحياتية.

الوحدةُ 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

ما أهميّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعملُ المثلثاتُ كثيرًا في التصاميمِ الهندسيةِ؛ لأنَّ خصائصَها الهندسيةَ تضيفُ قوةً كبيرةً وجمالًا للتصميمِ؛ فأيُّ قوةٍ تؤثرُ في المثلثِ تتوزعُ بالتساوي على أضلاعِهِ، لذلكَ نرى المثلثاتِ كثيرًا في الجسورِ، والمباني، وأعمدةِ الكهرباءِ العاليةِ، والرافعاتِ.

تعلّمتُ سابقًا:

- ✓ تصنيفَ المثلثاتِ بحسبِ أطوالِ أضلاعِها وزواياها.
- ✓ تمييزَ المضلعاتِ المتطابقةِ، وتحديدَ العناصرِ المتناظرةِ في مضلعَين متطابقَين.
- ✓ حلَّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التطابقِ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إثباتَ تطابقِ مثلثَينِ باستخدامِ حالاتِ التطابقِ المتعددةِ.
- تعرّفَ خصائصِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ والمتطابقِ الأضلاعِ.
- حلَّ مسائلَ حياتيةٍ على تطابقِ المثلثاتِ.

146

التزابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- تمييز الأشكال المتطابقة بقياس الزوايا والأضلاع المتناظرة.
- استنتاج العلاقات بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في شكلين متطابقين باستعمال طرائق متنوعة مثل: التحويلات الهندسية، وبرمجيات الحاسوب.
- حل مسائل ومعادلات خطية بسيطة تعتمد على مفاهيم التطابق والتشابه.

الصف الثامن

- تمييز حالات تطابق مثلثين (SSS, SAS, HL, ASA, AAS).
- حل مسائل هندسية وتطبيقات حياتية على المثلثات والحالات الخاصة لمتوازي الأضلاع تتطلب البرهنة على تطابق مثلثات فيها.
- استنتاج أن زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين تكونان متطابقتين.
- استنتاج أن زوايا المثلث المتطابق الأضلاع الثلاث متطابقة وقياس كل منها 60°
- تبرير الاستنتاجات المتعلقة بتطابق المثلثات.

الصف التاسع

- تطبيق نظريات هندسة المثلث الآتية:
  - » القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث.
  - » طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية إلى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر.
  - » طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 30° في المثلث القائم الثلاثيني الستيني يساوي طول نصف الوتر.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالمثلثات بصورة عامة، والمثلث قائم الزاوية بصورة خاصة في حل مسائل هندسية وحياتية.

مشروعُ الوحدةِ: أبني جسرًا

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ، الّذي سنوظفُ فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوحدةِ حولَ تطابقِ المثلثاتِ، لِعملِ نموذجِ جسرٍ.

الموادُّ والأدواتُ اللازمةُ:

- أعوادُ آيسكريم.
- سيليكون لاصقٌ.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

تُستعملُ المثلثاتُ المتطابقةُ كثيرًا في تصميمِ الجسورِ؛ لأنَّها توزعُ الأحمالَ بالتساوي بَيْنَ أجزاءِ الجسرِ، ممّا يزيدُ مِنْ قدرتِهِ على تحمّلِ الأثقالِ.

1. أبحثُ في شبكةِ الإنترنتِ عَنْ تصاميمَ لجسورٍ باستعمالِ أعوادِ الآيسكريمِ، مستعينًا بالكلماتِ المفتاحيةِ الآتيةِ: ice cream stick bridge, popsicle stick bridge.
2. أختارُ تصميمًا جميلًا وجاذبًا للجسرِ، ثُمَّ أرسمُ مخططًا لَهُ على ورقةٍ، وأحرصُ على استعمالِ المثلثاتِ المتطابقةِ الضلعَينِ والمتطابقةِ الأضلاعِ بشكلٍ متماثلٍ في تصميمي.
3. أبدأُ تصميمَ الجسرِ، وإلصاقَ الأعوادِ بشكلٍ جيدٍ؛ لضمانِ ثباتِ الجسرِ، ويمكنُني البحثُ عَنْ مقاطعِ فيديو تساعدُني على تنفيذِ التصميمِ باستعمالِ الكلماتِ المفتاحيةِ السابقةِ.
4. أُعِدُّ عرضًا تقديميًّا يتضمنُ صورَ جسورٍ معدنيةٍ عالميةٍ استُعملَتِ المثلثاتُ في تصميمِها. أضيفُ بعضَ المعلوماتِ حولَ كلِّ جسرٍ، مثلَ: الطولِ، والبلدِ الّذي يقعُ فيهِ، وتاريخِ الإنشاءِ.

عرضُ النتائجِ:

- أعرضُ جسري أمامَ الصفِّ، وأحددُ المثلثاتِ المتطابقةَ فيهِ.
- أقدّمُ العرضَ التقديميَّ، وأتحدثُ بالتفصيلِ حولَ الجسورِ الّتي يحتويها.
- نصوّتُ لأجملِ جسرٍ.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	اختيار تصميم جاذب للجسر يحتوي مثلثات متطابقة.			
2	رسم مخطط لجسر على ورقة رسمًا صحيحًا.			
3	بناء الجسر من أعواد الآيسكريم مطابقًا للتصميم.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1	تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2	تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3	تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة حول تطابق المثلثات والمثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع لعمل نموذج جسر باستعمال أعواد الآيسكريم.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على أن تحتوي كل مجموعة على مستويات متفاوتة، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهمات في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه. وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولًا بأول معززة بالصور.
- أذكّر الطلبة بالعودة للمشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أوضح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع (publisher, Power Point,...).
  - » تختار كل مجموعة أحد طلبتها للوقوف أمام الصف وعرض نموذج الجسر، والتحدث عن استخدامات تطابق المثلثات والمثلثات المتطابقة الضلعين والمتطابقة الأضلاع فيها، ودور كل واحد منهم في العمل. تكمن أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة.
  - » أطلب إلى الطلبة ذكر بعض الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع، وكيفية حلّهم لهذه المشكلة؛ لتعزيز مهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

نشاط 1:

هدف النشاط:

- مراجعة الطلبة في العلاقات بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين.

خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل مجموعة **بورقة المصادر 11: العلاقات بين الزوايا.**
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة في ورقة المصادر.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل النشاط مع الصف كاملًا.

التكيُّف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تحديد العلاقات بين الزوايا، فأقدّم أمثلة لتذكير الطلبة بهذه العلاقات.

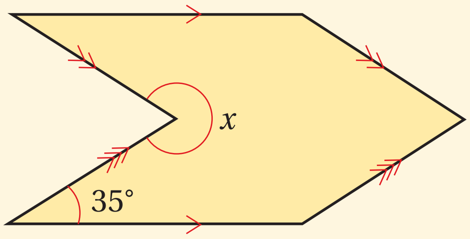
توسعة: أطلب إلى أحد الطلبة أن يرسم شكلًا هندسيًّا آخر يتضمن مستقيمين وقاطعًا، ثم أوجّه أسئلة للطلبة الآخرين عن العلاقات بين الزوايا.

نشاط 2:

هدف النشاط:

- مراجعة الطلبة بالعلاقات بين الزوايا.

خطوات العمل:



- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأوضّح لهم أنّ له خط تماثل واحدًا.
- أطلب إلى المجموعات إيجاد قياس الزاوية x وتبرير خطوات الحل.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش الحل مع الصف كاملًا.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى رسم خط التماثل أولًا.

الدرس 1

الدرسُ 1 تطابقُ المثلثاتِ (SSS, SAS, HL)

فكرةُ الدرسِ

- أثبتُ تطابقَ مثلثَينِ باستعمالِ حالتَيْ SSS وَ SAS.
- أثبتُ تطابـقَ مثلثَينِ قائمَـي الزاويةِ باستعمالِ حالةِ HL.

المصطلحاتُ

المسلمةُ، النظريةُ، البرهانُ، البرهانُ السهميُّ، الزاويةُ المحصورةُ، البرهانُ ذو العمودَينِ.

أستكشفُ

يسـتعملُ المزارعونَ طرائـقَ مختلفةً لدعمِ الأشجارِ الصغيرةِ، منها الطريقةُ المبيَّنةُ في الشـكلِ المجـاورِ، حيثُ تثبَّتُ الشجرةُ بأسلاكٍ تصلُ بَيْنَ جذعِها وأوتادٍ في الأرضِ.

ما العلاقةُ بَيْنَ ΔLKJ وَ ΔLKM الّتي تجعلُ الشجرةَ أكثرَ ثباتًا؟

المسلمةُ (Postulate) عبارةٌ رياضيةٌ تُقبَلُ على أنَّها صحيحةٌ مِنْ دونِ برهانٍ، أما **النظريةُ** (theorem) فهي عبارةٌ أَوْ تخمينٌ تحتاجُ إلى كتابةِ **برهانٍ** (proof) لإثباتِ صحتِها؛ فالبرهانُ دليلٌ منطقيٌّ على كلِّ عبارةٍ مكتوبةٍ فيهِ تكونُ مبرّرةً بعبارةٍ سـبقَ إثباتُها أو قبولُ صحّتِها، ويمكنُ استعمالُ العباراتِ أو التخميناتِ المُثبتِ صحتُها في البراهينِ لتبريرِ صحةِ عباراتٍ أُخرى.

مفهومٌ أساسيٌّ خطواتُ كتابةِ البرهانِ

الخطوةُ 1: أكتبُ المعطياتِ وأرسمُ شكلًا يوضِّحُها إنْ أمكنَ.

الخطوةُ 2: أكتبُ العبارةَ أو التخمينَ المطلوبَ إثباتُهُ.

الخطوةُ 3: أكوِّنُ سلسلةً منَ العباراتِ الّتي تربطُ المعطياتِ بالمطلوبِ.

الخطوةُ 4: أبرِّرُ كلَّ عبارةٍ مستعملًا تعريفاتٍ أو خصائصَ جبريّةً أو مسلّماتٍ أو نظريّاتٍ.

الخطوةُ 5: أكتبُ العباراتِ أو التخمينَ الذي أثْبَتُّهُ.

تعلمْتُ سـابقًا أنَّهُ إذا كانَتِ الأضلاعُ المتناظرةُ في شكلَينِ هندسـيَّينِ متطابقةً، وزواياهُما المتناظرةُ متطابقةً، فإنَّ الشكلَينِ متطابقانِ، فمثلًا المثلثانِ الآتيانِ متطابقانِ؛ لأنَّ:

$\angle Y \cong \angle Q$ $\overline{XZ} \cong \overline{PR}$

$\angle X \cong \angle P$ $\overline{XY} \cong \overline{PQ}$

$\angle Z \cong \angle R$ $\overline{YZ} \cong \overline{QR}$

148

نتاجات الدرس:

- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.

نتاجات التعلم القبلي:

- إيجاد مجموع قياسات زوايا المثلث.
- تعرف العلاقات بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين.
- تمييز المضلعات المتطابقة، وحل مسائل تعتمد على مفهوم التطابق.
- تصنيف المثلثات حسب أطوال أضلاعها.
- تصنيف المثلثات حسب قياسات زواياها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقص بطاقات الرموز الرياضية من **ورقة المصادر 12:** رموز رياضية.
- أرفع البطاقات أمام الطلبة بشكل واضح واحدة تلو الأخرى، وأطلب إليهم تحديد المقصود بكل رمز، مع ضرورة مراعاة توزيع الأسئلة على الطلبة، وتقديم التغذية الراجعة اللازمة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
  - » ما أهمية وضع دعامات للأشـجار وهي صغيرة؟ إجابات ممكنة: لتنمو الأشـجار بشـكل مستقيم. لحماية الأشجار الصغيرة من تأثير الرياح.
  - » إذا كان طول أحد السلكين 3 m، فكم من المفترض أن يكون طول السلك الآخر؟ 3 m
  - » ما قياس الزاوية بين ساق الشجرة والأرض؟ 90°
  - » ما نوع المثلث المكون من الشجرة والأرض والسلك؟ قائم الزاوية.
  - » ما العلاقة بين $\Delta LKM, \Delta LKJ$؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- لا يقـل المجـال العاطفي أهمية عن المجـال المعرفي، فأحرص على ألا أخطـئ أحدًا، بل أقول: (اقتربـت مـن الإجابة الصحيحة، من يسـتطيع إعطـاء إجابة أخرى؟)، ثم أشـكره علـى محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السـؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعـززه، ثـم أعود إلـى الطالب نفسـه/ الطالبة نفسـها وأطلب إليـه/ إليها الإجابة عن السـؤال، وأعززه/ أعززها كما عززت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

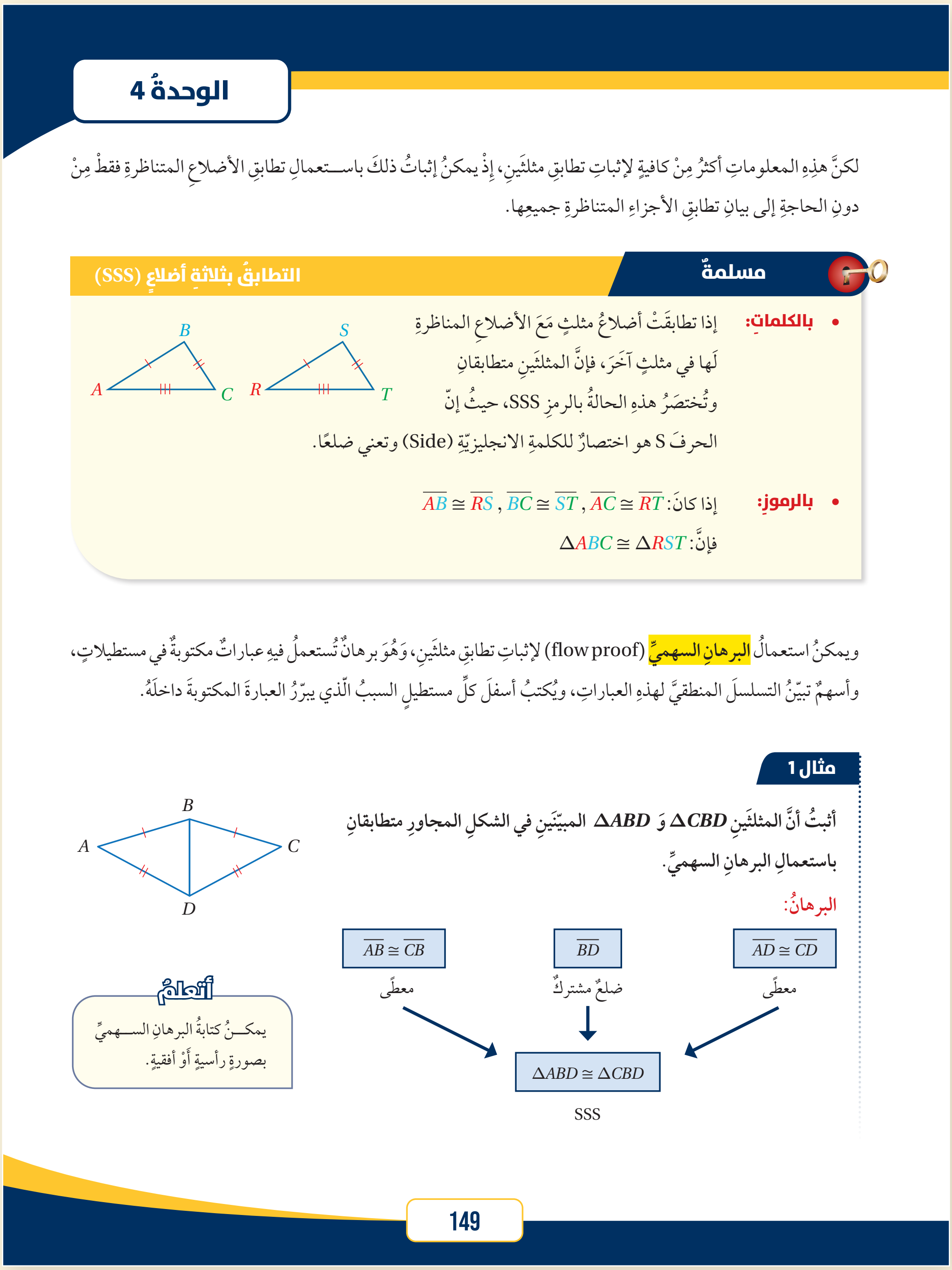
3 التدريس

مثال 1

- أقدّم المصطلحات الجديدة للطلبة (مسلّمة، نظرية، برهان)، وأؤكد الفرق بين المسلمة والنظرية.
- أناقش مع الطلبة المفهوم الأساسي الذي يبين خطوات كتابة البرهان الرياضي، وأؤكد أهمية تبرير كل عبارة في البرهان.
- أذكّر الطلبة بما تعلموه سابقًا عن المضلعات المتطابقة، بتوجيههم إلى كتابة جمل التطابق الخاصة بمثلثين متطابقين.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع عليهم **ورقة المصادر 13: تطابق المثلثات (SSS)**.
- أطلـب إلـى المجموعـات الإجابة عن الأسـئلة فـي ورقة المصـادر 13، ثم أناقش معهـم النتيجة التـي توصلوا إليها والتـي مفادها أنه لإثبات تطابق مثلثين لا حاجـة لإثبات تطابق جميع العناصر المتناظـرة فيهمـا (الزوايا المتناظـرة، والأضلاع المتناظـرة)، وإنما يكفي إثبـات تطابق الأضلاع المتناظرة.
- أقدّم للطلبة مسـلّمة التطابق بثلاثة أضلاع بالكلمات والرموز بالاسـتعانة بالرسـم، وأبيّن لهم أنه يُرمز إلى هذه المسلّمة بالرمز (SSS).
- أوضّح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال البرهان السهمي، وأبيّن لهم كيفية ذلك.
- أناقـش حل المثـال 1 مع الطلبة على اللوح باسـتعمال البرهان السـهمي في الإثبـات المطلوب، وأوضّح كيفية توظيف المسلّمة (SSS) في البرهان.

ملاحظاتي

إرشـاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف S هو اختصار للكلمة الإنجليزية (Side) وتعني ضلعًا.



الوحدةُ 4

لكنَّ هذِهِ المعلوماتِ أكثرُ مِنْ كافيةٍ لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ، إذْ يمكنُ إثباتُ ذلكَ باســتعمالِ تطابقِ الأضلاعِ المتناظرةِ فقطْ مِنْ دونِ الحاجةِ إلى بيانِ تطابقِ الأجزاءِ المتناظرةِ جميعِها.

مسلمةٌ التطابقُ بثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)

- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَتْ أضلاعُ مثلثٍ مَعَ الأضلاعِ المناظرةِ لَها في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ SSS، حيثُ إنّ الحرفَ S هو اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Side) وتعني ضلعًا.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{ST}$, $\overline{AC} \cong \overline{RT}$

  فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta RST$

ويمكنُ استعمالُ **البرهانِ السهميِّ** (flow proof) لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ، وَهُوَ برهانٌ تُستعملُ فيهِ عباراتٌ مكتوبةٌ في مستطيلاتٍ، وأسهمٌ تبيّنُ التسلسلَ المنطقيَّ لهذهِ العباراتِ، ويُكتبُ أسفلَ كلِّ مستطيلٍ السببُ الّذي يبرّرُ العبارةَ المكتوبةَ داخلَهُ.

مثال 1

أثبتُ أنَّ المثلثَينِ ΔCBD وَ ΔABD المبيّنَينِ في الشكلِ المجاورِ متطابقانِ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

البرهانُ:

$\overline{AD} \cong \overline{CD}$ معطًى

$\overline{BD}$ ضلعٌ مشتركٌ

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$ معطًى

$\Delta ABD \cong \Delta CBD$

SSS

أتعلّمُ

يمكنُ كتابةُ البرهانِ السهميِّ بصورةٍ رأسيةٍ أَوْ أفقيةٍ.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأنّ عدد الإشارات على الأضلاع يدلّ على الأضلاع المتطابقة.
- أؤكد للطلبة ضرورة الانتباه عند تسمية المثلثات المتطابقة، وذلك بالمحافظة على كتابة الرؤوس المتطابقة بالتسلسل نفسه.
- ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية كتابة البرهان السهمي بصورة أفقية أو رأسية، وأؤكد ضرورة تبرير كل من العبارات المكتوبة داخل المستطيلات.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

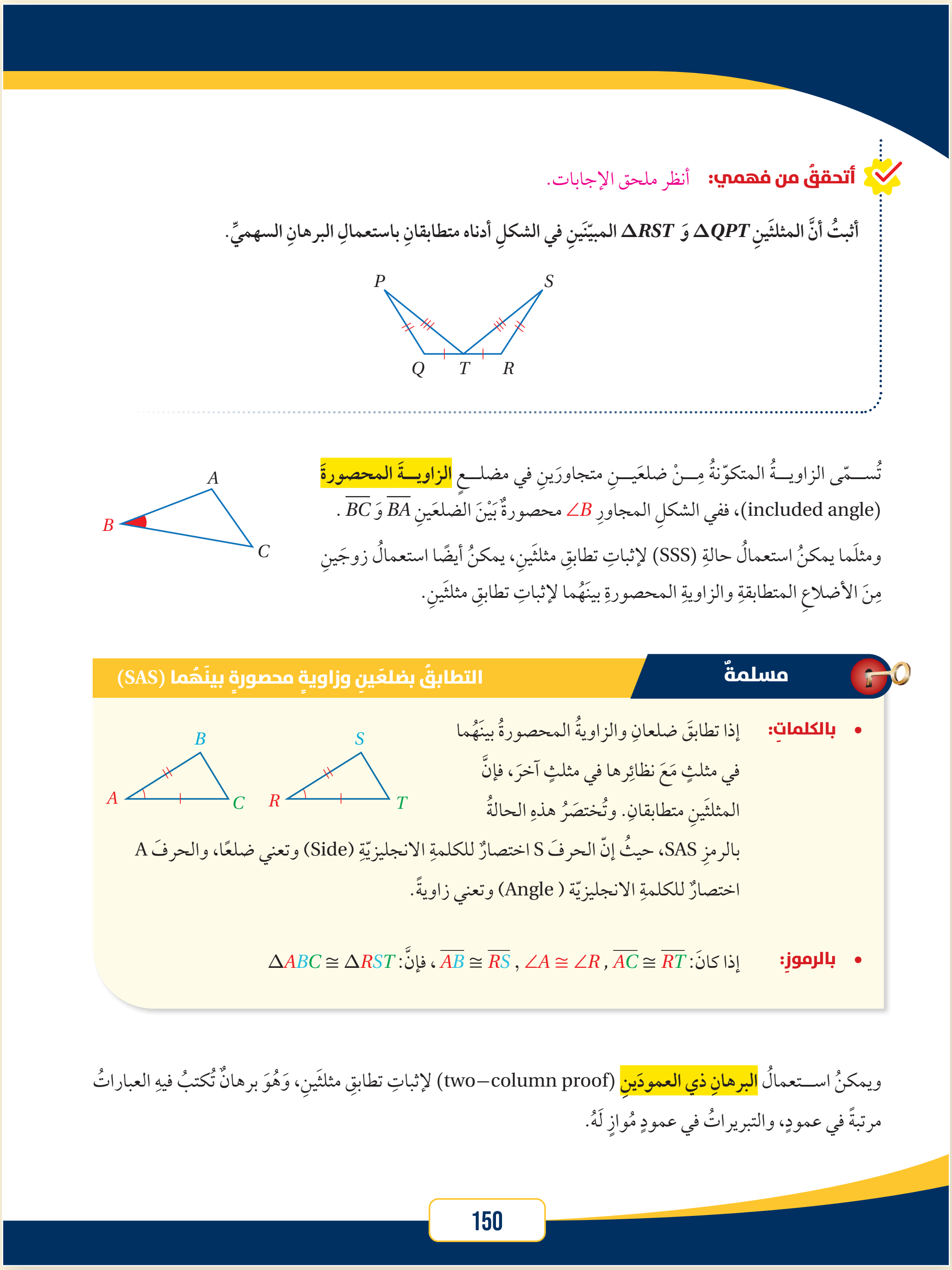
مثال 2

- أقدّم للطلبة مفهوم الزاوية المحصورة بين ضلعين عن طريق رسم أمثلة توضيحية على اللوح.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أوزع عليهم **ورقة المصادر 14: تطابق المثلثات (SAS).**
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة في ورقة المصادر 14، ثم أناقش معهم النتيجة التي توصلوا إليها والتي مفادها أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال تطابق ضلعين وزاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظيراتها في المثلث الآخر.
- أقدم للطلبة مسلّمة التطابق بضلعين وزاوية محصورة بينهما بالكلمات والرموز بالاستعانة بالرسم، وأبيّن لهم أنه يرمز إلى هذه المسلّمة بالرمز (SAS).
- أوضّح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال البرهان ذي العمودين، وأبيّن لهم كيفية ذلك.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، باستعمال البرهان ذي العمودين، وأوضّح لهم كيفية توظيف المسلّمة (SAS) في البرهان.

✓ إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأن رأس السّهم الأحمر في الشّكل الوارد في المثال 2 يدلّ على الأضلاع المتوازية.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف S هو اختصار للكلمة الإنجليزية (Side) وتعني ضلعًا، وأن الحرف A اختصار للكلمة الإنجليزية (Angle) وتعني زاوية.

توسعة: أطلب إلى الطلبة حلّ المثال باستخدام البرهان السّهمي، ويمكن تكليفهم بتنفيذ التوسعة واجبًا منزليًّا، ثم متابعة الحل في الحصة التالية وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.



أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أثبتُ أنَّ المثلثَينِ ΔQPT وَ ΔRST المبيّنَينِ في الشكلِ أدناه متطابقانِ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

تُسمّى الزاويةُ المتكوّنةُ مِنْ ضلعَينِ متجاورَينِ في مضلعٍ **الزاويةَ المحصورةَ** (included angle)، ففي الشكلِ المجاورِ $\angle B$ محصورةٌ بَيْنَ الضلعَينِ $\overline{BA}$ وَ $\overline{BC}$.

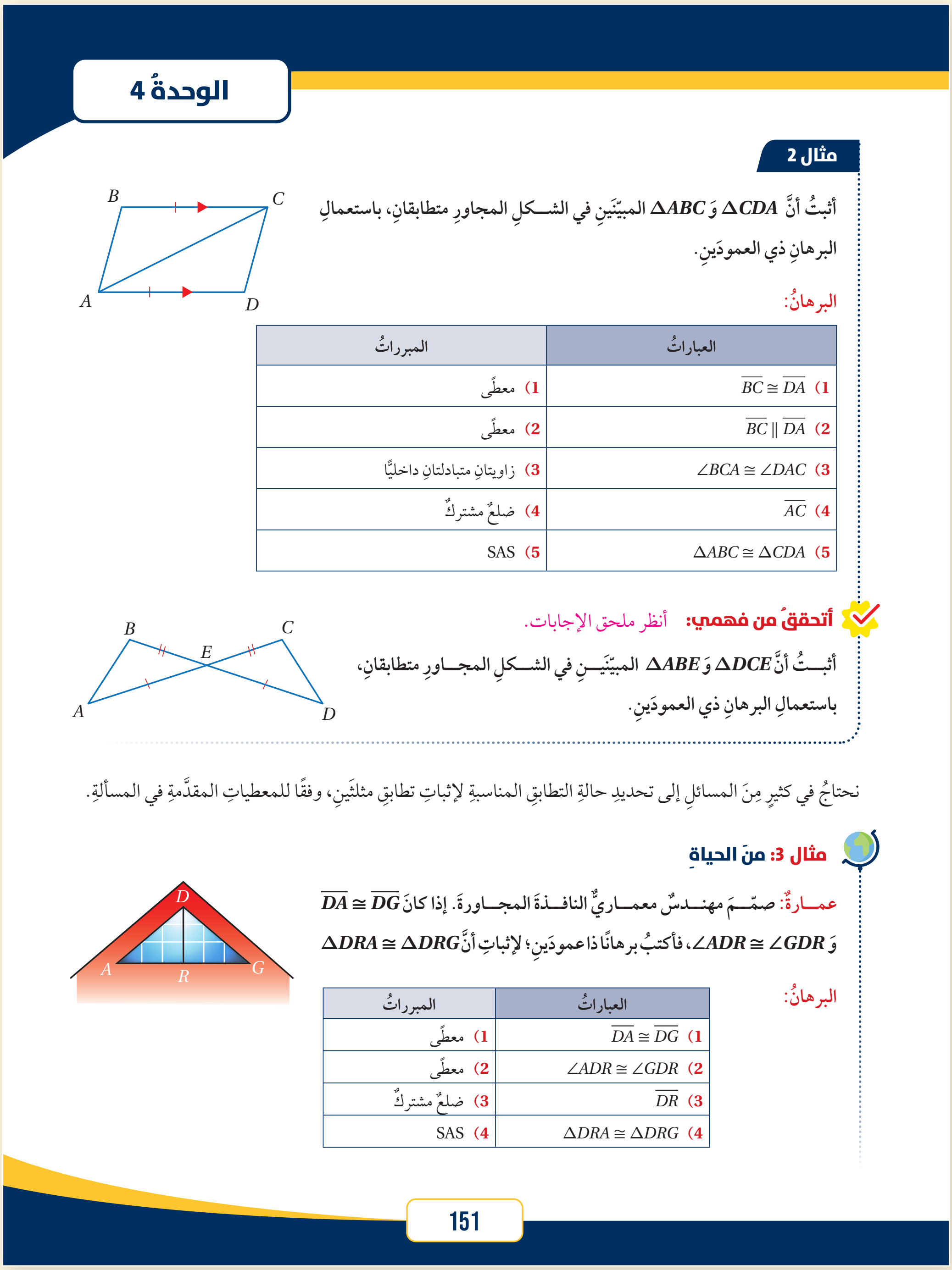
ومثلَما يمكنُ استعمالُ حالةِ (SSS) لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ، يمكنُ أيضًا استعمالُ زوجَينِ مِنَ الأضلاعِ المتطابقةِ والزاويةِ المحصورةِ بينَهُما لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ.

مسلمةٌ **التطابقُ بضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ بينَهُما (SAS)**

- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَ ضلعانِ والزاويةُ المحصورةُ بينَهُما في مثلثٍ مَعَ نظائِرِها في مثلثٍ آخرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ SAS، حيثُ إنّ الحرفَ S اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Side) وتعني ضلعًا، والحرفَ A اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّة (Angle) وتعني زاويةً.

- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{RT} \cong \overline{AC}$, $\angle R \cong \angle A$, $\overline{RS} \cong \overline{AB}$ ، فإنَّ: $\Delta RST \cong \Delta ABC$

ويمكنُ استعمالُ **البرهانِ ذي العمودَينِ** (two–column proof) لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ، وَهُوَ برهانٌ تُكتبُ فيهِ العباراتُ مرتبةً في عمودٍ، والتبريراتُ في عمودٍ مُوازٍ لَهُ.



مثال 2

أثبتُ أنَّ ΔCDA وَ ΔABC المبيّنَينِ في الشكلِ المجاورِ متطابقانِ، باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

البرهانُ:

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$	1) معطًى
2) $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$	2) معطًى
3) $\angle BCA \cong \angle DAC$	3) زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا
4) $\overline{AC}$	4) ضلعٌ مشتركٌ
5) $\Delta ABC \cong \Delta CDA$	5) SAS

أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أثبتُ أنَّ ΔDCE وَ ΔABE المبيّنَينِ في الشكلِ المجاورِ متطابقانِ، باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

نحتاجُ في كثيرٍ مِنَ المسائلِ إلى تحديدِ حالةِ التطابقِ المناسبةِ لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ، وفقًا للمعطياتِ المقدَّمةِ في المسألةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

عمارةٌ: صمّمَ مهندسٌ معماريٌّ النافذةَ المجاورةَ. إذا كانَ $\overline{DA} \cong \overline{DG}$ وَ $\angle GDR \cong \angle ADR$، فأكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لإثباتِ أنَّ $\Delta DRG \cong \Delta DRA$

البرهانُ:

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{DA} \cong \overline{DG}$	1) معطًى
2) $\angle ADR \cong \angle GDR$	2) معطًى
3) $\overline{DR}$	3) ضلعٌ مشتركٌ
4) $\Delta DRA \cong \Delta DRG$	4) SAS

مثال 3: من الحياة

- أناقش مع الطلبة أهمية تطابق المثلثات في الحياة، مثل الإنشاءات الهندسيّة.
- أناقش مع الطلبة حلّ مثال 3 على اللوح، وأؤكد أهمية تحديد حالة التطابق المناسبة لإثبات تطابق المثلثين، وفقًا للمعطيات في المسألة.

إرشاد: أناقش الطلبة في إمكانية إثبات تطابق المثلثين في المثال 3 باستعمال مسلّمة (SSS).

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تكوين سلسلة من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم الدعم اللازم.

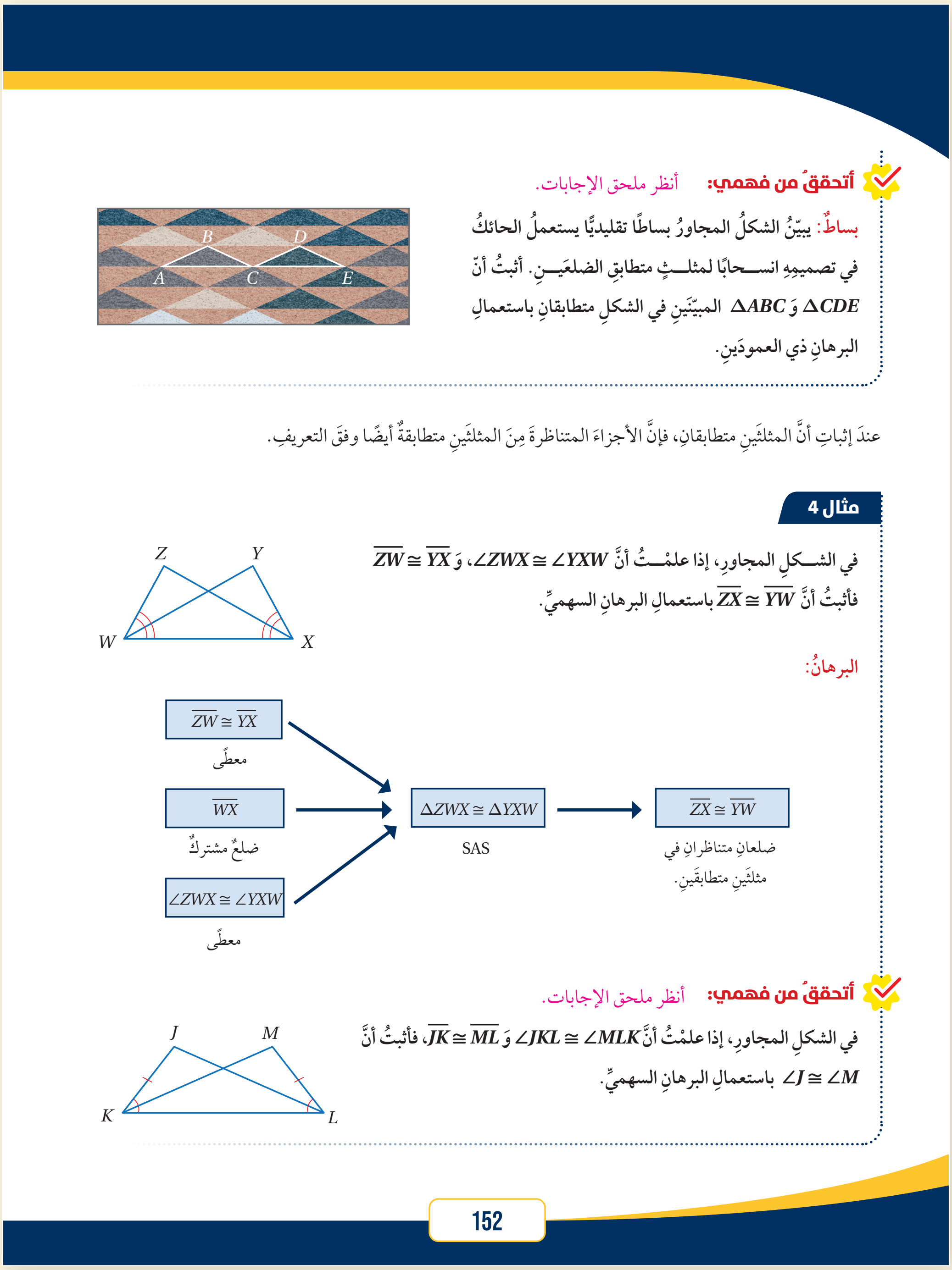
مثال 4

- أوضّح للطلبة أنه: لإثبات تطابق ضلعين متناظرين أو زاويتين متناظرتين في مثلثين، أُثبت تطابق المثلثين أولًا.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، وأوجّه الطلبة إلى استنتاج معطيات السؤال من الشّكل المعطى، ثم أسألهم:
  - » كيف يمكن إثبات تطابق الضلعين $\overline{ZX}$ و $\overline{YW}$؟ عن طريق إثبات تطابق ΔZWX و ΔYXW
  - » أيّ مسلّمة يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين؟ SAS
- لماذا اخترت المسلّمة SAS لإثبات التطابق؟ بسبب وجود شرط تطابق ضلعين وزاوية محصورة.
- أناقش حل المثال 4 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان السهمي.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطّلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في قراءة المعطيات في الأشكال التي تحتوي على مثلثات متداخلة، فأوجّه الطّلبة إلى رسم المثلثات المتداخلة بصورة منفصلة مع ضرورة مراعاة المعلومات المعطاة.

توسعة: أطلب إلى الطّلبة استخدام معطيات المثال في إثبات $\angle WZX \cong \angle WYX$



أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

بساطٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ بساطًا تقليديًّا يستعملُ الحائكُ في تصميمِهِ انسحابًا لمثلثٍ متطابقِ الضلعَينِ. أثبتُ أنّ ΔCDE وَ ΔABC المبيّنَينِ في الشكلِ متطابقانِ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

عندَ إثباتِ أنَّ المثلثَينِ متطابقانِ، فإنَّ الأجزاءَ المتناظرةَ مِنَ المثلثَينِ متطابقةٌ أيضًا وفقَ التعريفِ.

مثال 4

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle ZWX \cong \angle YXW$، وَ $\overline{ZW} \cong \overline{YX}$ فأثبتُ أنَّ $\overline{YW} \cong \overline{ZX}$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

البرهانُ:

$\overline{ZW} \cong \overline{YX}$
معطًى

$\overline{WX}$
ضلعٌ مشتركٌ

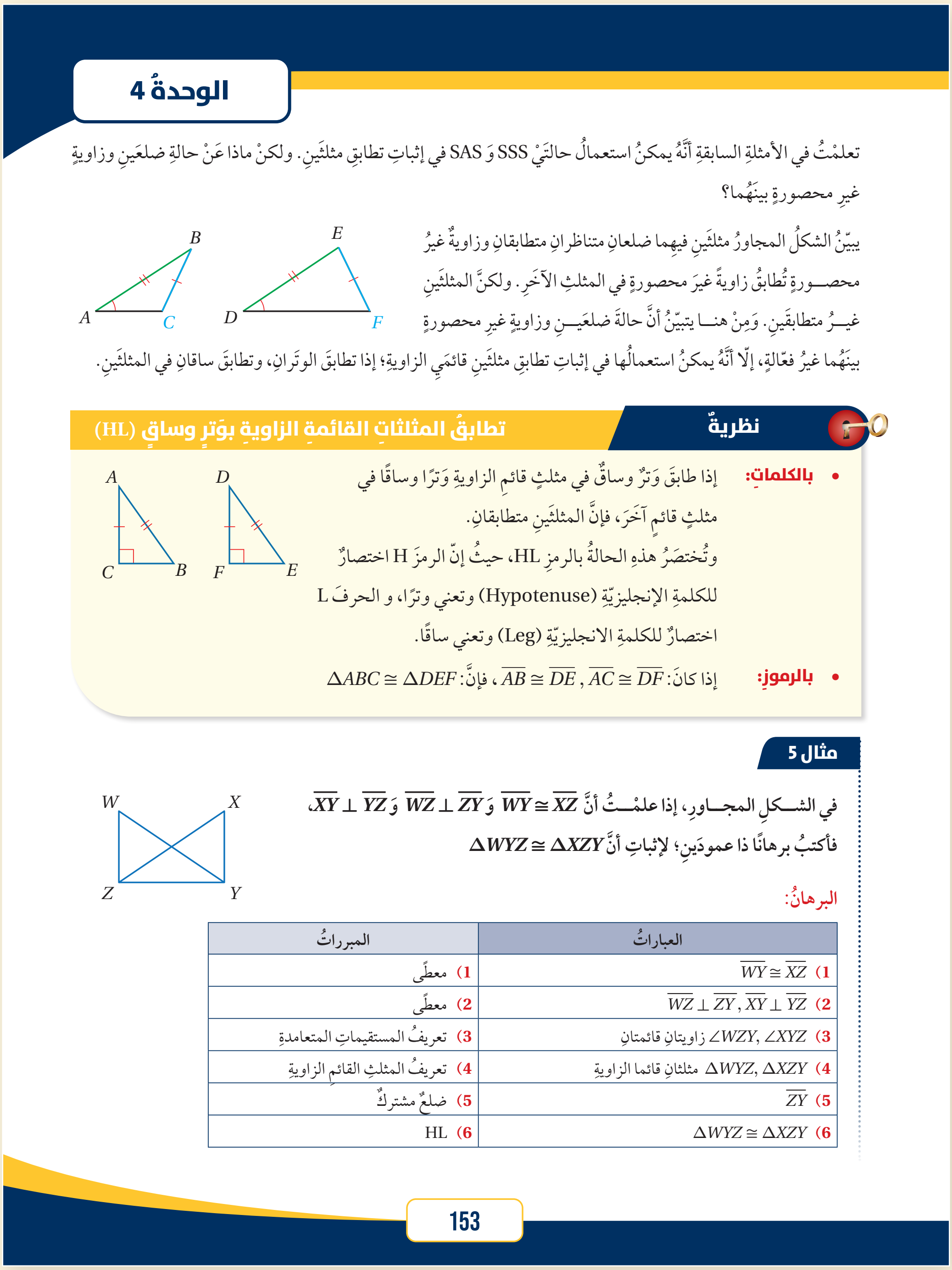
$\angle ZWX \cong \angle YXW$
معطًى

$\Delta ZWX \cong \Delta YXW$
SAS

$\overline{ZX} \cong \overline{YW}$
ضلعانِ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ.

أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle MLK \cong \angle JKL$ وَ $\overline{ML} \cong \overline{JK}$، فأثبتُ أنَّ $\angle M \cong \angle J$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.



الوحدةُ 4

تعلمْتُ في الأمثلةِ السابقةِ أنَّهُ يمكنُ استعمالُ حالتَيْ SSS وَ SAS في إثباتِ تطابقِ مثلثَينِ. ولكنْ ماذا عَنْ حالةِ ضلعَينِ وزاويةٍ غيرِ محصورةٍ بينَهُما؟

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مثلثَينِ فيهِما ضلعانِ متناظرانِ متطابقانِ وزاويةٌ غيرُ محصورةٍ تُطابقُ زاويةً غيرَ محصورةٍ في المثلثِ الآخَرِ. ولكنَّ المثلثَينِ غيرُ متطابقَينِ. وَمِنْ هنا يتبيّنُ أنَّ حالةَ ضلعَينِ وزاويةٍ غيرِ محصورةٍ بينَهُما غيرُ فعّالةٍ، إلّا أنَّهُ يمكنُ استعمالُها في إثباتِ تطابقِ مثلثَينِ قائمَي الزاويةِ؛ إذا تطابقَ الوتَرانِ، وتطابقَ ساقانِ في المثلثَينِ.

نظريةٌ **تطابقُ المثلثاتِ القائمةِ الزاويةِ بوَترٍ وساقٍ (HL)**

- **بالكلماتِ:** إذا طابقَ وَترٌ وساقٌ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ وَترًا وساقًا في مثلثٍ قائمٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ.
وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ HL، حيثُ إنّ الرمزَ H اختصارٌ للكلمةِ الإنجليزيّةِ (Hypotenuse) وتعني وترًا، و الحرفَ L اختصارٌ للكلمةِ الانجليزيّةِ (Leg) وتعني ساقًا.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

مثال 5

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$ وَ $\overline{ZY} \perp \overline{WZ}$ وَ $\overline{YZ} \perp \overline{XY}$، فأكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لإثباتِ أنَّ $\Delta WYZ \cong \Delta XZY$

البرهانُ:

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$	1) معطًى
2) $\overline{WZ} \perp \overline{ZY}$, $\overline{XY} \perp \overline{YZ}$	2) معطًى
3) $\angle WZY, \angle XYZ$ زاويتانِ قائمتانِ	3) تعريفُ المستقيماتِ المتعامدةِ
4) $\Delta WYZ, \Delta XZY$ مثلثانِ قائما الزاويةِ	4) تعريفُ المثلثِ القائمِ الزاويةِ
5) $\overline{ZY}$	5) ضلعٌ مشتركٌ
6) $\Delta WYZ \cong \Delta XZY$	6) HL

153

توسعة: أوجّه الطّلبة إلى البحث في شبكة (الإنترنت) حول أهمية أبراج الاتصالات، ومدى التّطور الحاصل بسبب تقدّم التكنولوجيا.

مثال 5

- أوضّـح للطلبة أنه لا يمكن إثبـات تطابق مثلثين فيهما ضلعـان متطابقـان وزاويـة غيـر محصـورة متطابقـة، وأدعـم ذلك بلفت انتباههم إلى المثلثين المرسـومين فـي الصفحـة 153، ثـم أبيّن لهـم أن هـذه الحالة غير فاعلة إلا في حالة إثبات تطابق مثلثين قائمي الزاوية.
- أقدم للطلبة نظرية تطابق المثلثات القائمة الزاوية بوتر وسـاق بالكلمـات والرمـوز، وأبيّن لهم أنـه يرمز إلى هذه النظرية بالرمز (HL).
- أناقـش حل المثال 5 مع الطّلبة على اللوح باسـتعمال البرهان ذي العمودين، وأوضّح كيفية توظيف النظرية (HL) في البرهان.

أخطاء شائعة: قد يخطىء بعض الطّلبة في إثبــات تطابق مثلثين غير قائمَي الزاوية باســتعمال نظرية (HL)، ولعلاج ذلك أذكّر الطلبة بشروط النظرية.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّـه الطلبـة إلـى بند (أتـدرَّب وأحل المسـائل)، ثم أطلب إليهم حل المسـائل (6 – 1) ضمن مجموعات ثنائيـة داخـل الغرفـة الصفية؛ فهـذه المسـائل تحديدًا ترتبـط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلة الدرس، وهي تُسـتعمَل خاصـةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسـها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحـد الطلبـة مِمَّنْ تمكَّـن/ تمكَّنت من حل المسـألة؛ لمناقشـة استراتيجيته/ اسـتراتيجيتها في حل المسألة على اللـوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تسـاؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل (15–14).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

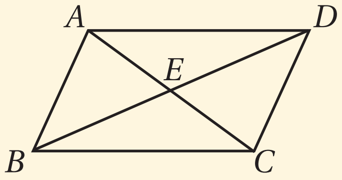
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 12 ,11 ,(9 – 7) كتاب التمارين: (3–1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (13–10) كتاب التمارين: (11–8) ,5 ,4
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (15–13) كتاب التمارين: (12–6)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

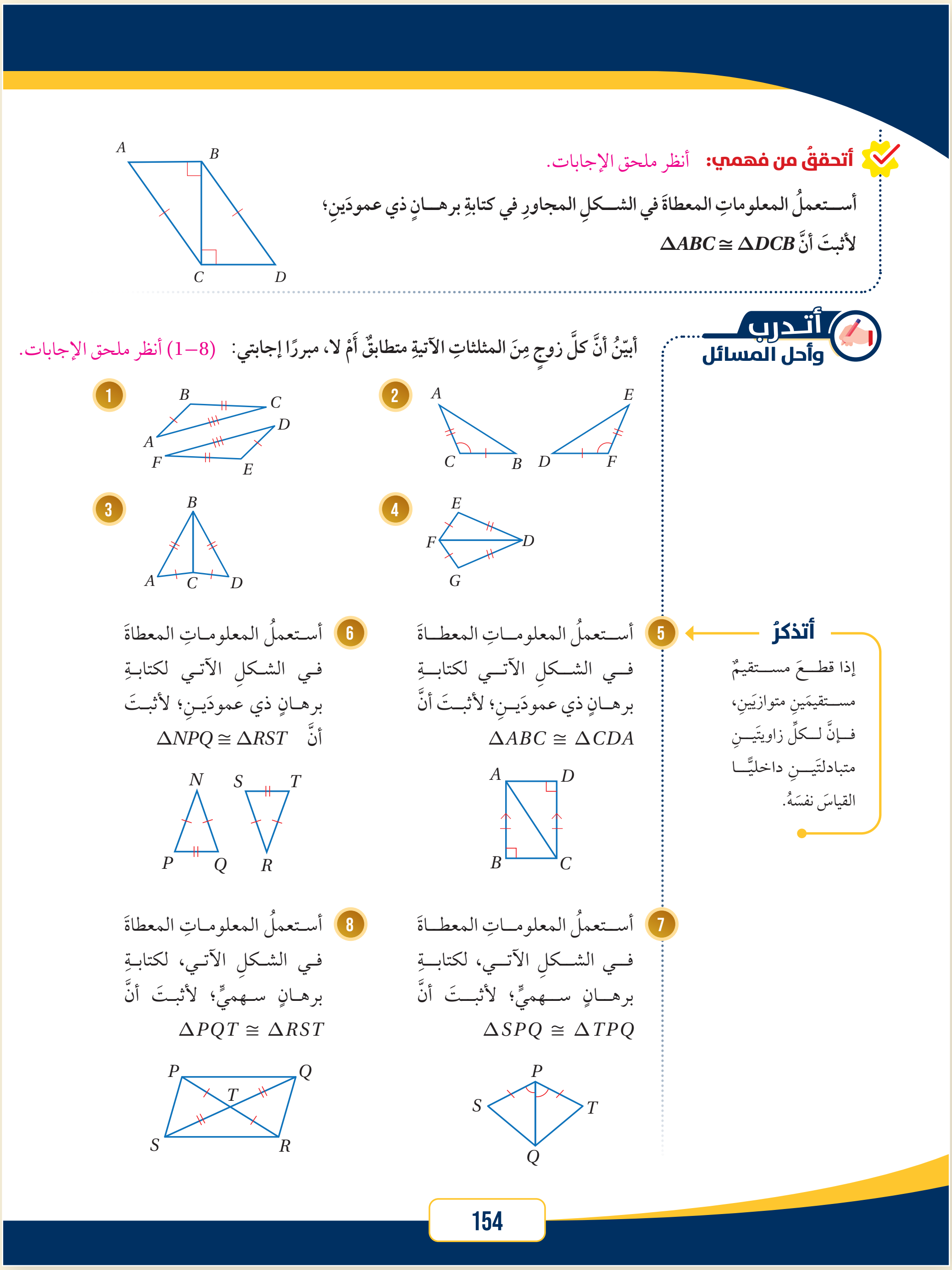
» يبين الشكل الآتي متوازي الأضلاع $ABCD$، أذكر أكبر عدد من المثلثات المتطابقة في الشكل، وأبرّر إجابتي.



إجابات محتملة:

$(\Delta BAD, \Delta BCD), (\Delta AED, \Delta CEB)$

ملحوظة: يفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.



أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ في كتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

أتدرب وأحل المسائل

أبيّنُ أنَّ كلَّ زوجٍ مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ متطابقٌ أَمْ لا، مبررًا إجابتي: (8–1) أنظر ملحق الإجابات.

أتذكرُ
إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّ لكلِّ زاويتَينِ متبادلتَينِ داخليًّا القياسَ نفسَهُ.

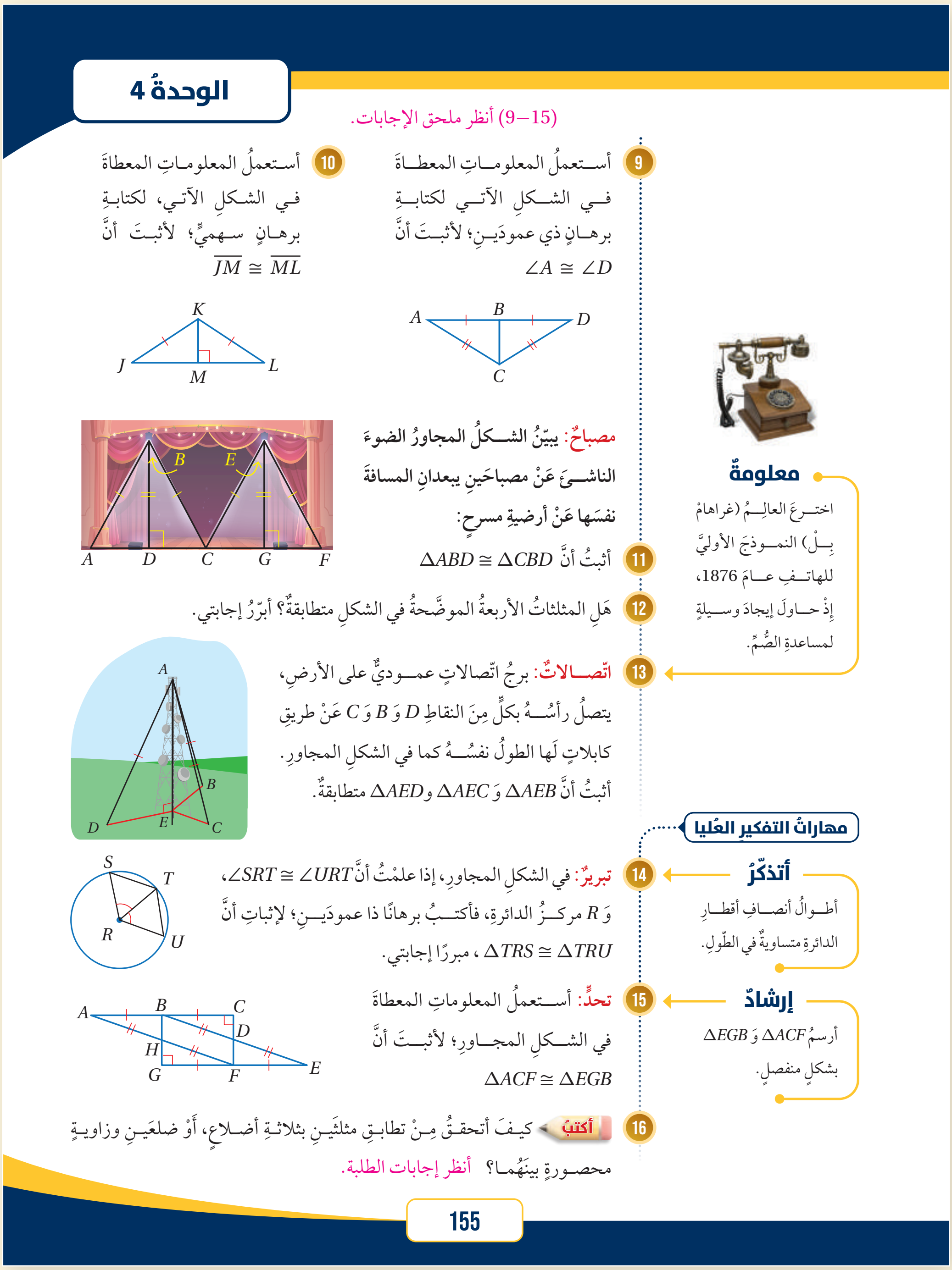
5 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

6 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta NPQ \cong \Delta RST$

7 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta SPQ \cong \Delta TPQ$

8 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta PQT \cong \Delta RST$

إرشاد: في سؤال (6) أوجّه الطّلبة إلى تدوير أحد المثلثين نصف دورة حتى تتّضح الأضلاع المتناظرة.



الوحدةُ 4

(9–15) أنظر ملحق الإجابات.

9 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\angle A \cong \angle D$

10 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{JM} \cong \overline{ML}$

مصباحٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ الضوءَ الناشئَ عَنْ مصباحَينِ يبعدانِ المسافةَ نفسَها عَنْ أرضيةِ مسرحٍ:

11 أثبتُ أنَّ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$

12 هَلِ المثلثاتُ الأربعةُ الموضَّحةُ في الشكلِ متطابقةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

معلومةٌ

اخترعَ العالِمُ (غراهامْ بِلْ) النموذجَ الأوليَّ للهاتفِ عامَ 1876، إذْ حاولَ إيجادَ وسيلةٍ لمساعدةِ الصُّمِّ.

13 **اتّصالاتٌ:** برجُ اتّصالاتٍ عموديٌّ على الأرضِ، يتصلُ رأسُهُ بكلٍّ مِنَ النقاطِ D وَ B وَ C عَنْ طريقِ كابلاتٍ لَها الطولُ نفسُهُ كما في الشكلِ المجاورِ. أثبتُ أنَّ ΔAEB وَ ΔAEC وΔAED متطابقةٌ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14 **تبريرٌ:** في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle SRT \cong \angle URT$، وَ R مركزُ الدائرةِ، فأكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لإثباتِ أنَّ $\Delta TRS \cong \Delta TRU$، مبررًا إجابتي.

أتذكّرُ

أطوالُ أنصافِ أقطارِ الدائرةِ متساويةٌ في الطّولِ.

15 **تحدٍّ:** أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ACF \cong \Delta EGB$

إرشادٌ

أرسمُ ΔACF وَ ΔEGB بشكلٍ منفصلٍ.

16 **أكتبُ** كيفَ أتحققُ مِنْ تطابقِ مثلثَينِ بثلاثةِ أضلاعٍ، أَوْ ضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ بينَهُما؟ أنظر إجابات الطلبة.

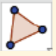
155

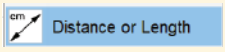
المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 13، أعزّز الوعي البيئي لدى الطلبة بقضية توفير الطاقة، مع التركيز على بعض الممارسات التي تساعد على تخفيض استهلاك الكهرباء، وذلك بالطلب إليهم كتابة فقرة تتضمّن مقترحات لترشيد استهلاك الكهرباء في المدرسة.

نشاط التكنولوجيا:

- أوجّه الطّلبة إلى استخدام برمجية جيوجبرا لرسم مثلث رؤوسه $A(1, 5)\ B(4, 1)\ C(-2, 1)$.

ومثلث آخر رؤوسه $D(0,-2)\ E(-3,-6)\ F(3,-6)$ باستعمال الأداة 

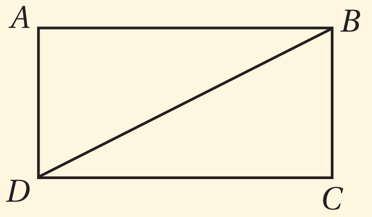
- أطلب إلى الطّلبة إيجاد طول كل ضلع من أضلاع المثلثين باستعمال الأداة  ، ومن ثمّ الحكم على تطابق المثلثين.

تعليمات المشروع

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، ثم أطلب إلى أفراد كل مجموعة البدء بتحضير المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**) للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:
  - » يبين الشكل الآتي المستطيل $ABCD$، أثبت أن $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ باستعمال البرهان ذي العمودين.



العبارات	المبررات
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	ضلعان متقابلان في مستطيل
$\angle DAB, \angle BCD$ زاويتان قائمتان	زاويتان مختلفتان في مستطيل
$\overline{BD}$	وتر مشترك
$\Delta ABC \cong \Delta CBD$	HL

الدرس
2

نتاجات الدرس:

- إثبات تطابق المثلثات باستعمال مسلّمة ASA.
- إثبات تطابق المثلثات باستعمال نظرية AAS.

نتاجات التعلم القبلي:

- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SSS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال مسلّمة SAS.
- إثبات تطابق مثلثين باستعمال نظرية HL.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أرسم مثلثين متطابقين على اللوح مع بيان شروط إحدى حالات التطابق (SSS, SAS, HL) على الرسم.
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد حالة تطابق المثلثين.
- أكرر الخطوتين السابقتين بحيث تغطّي حالات تطابق المثلثات الثلاث (SSS, SAS, HL).

الدرسُ 2 تطابقُ المثلثاتِ (ASA, AAS)

فكرةُ الدرسِ

أثبتُ تطابقَ مثلثَينِ باستعمالِ حالتَيْ ASA وَ AAS .

المصطلحاتُ

الضلعُ المحصورُ.

أستكشفُ

يظهرُ في الشكلِ المجاورِ مسّاحٌ يقيسُ عرضَ نهرٍ مستعملًا تطابقَ المثلثاتِ. أصفُ كيفَ يمكنُهُ ذلكَ؟

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ كيفَ أثبتُ تطابقَ مثلثَينِ باستعمالِ ثلاثةِ أضلاعٍ أَوْ ضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ بينَهُما، وسأتعلمُ في هذا الدرسِ حالاتٍ أُخرى لإثباتِ تطابقِ مثلثَينِ.

يسمّى الضلعُ الواقعُ بَيْنَ زاويتَينِ متتاليتَينِ في مضلعٍ **الضلعَ المحصورَ** (included side). ففي المثلثِ المجاورِ $\overline{PQ}$ هُوَ الضلعُ المحصورُ بَيْنَ $\angle P$ وَ $\angle Q$

يمكنُ إثباتُ تطابقِ مثلثَينِ باستعمالِ زوجٍ مِنَ الأضلاعِ المتطابقةِ وزوجَينِ مِنَ الزوايا المتطابقةِ في المثلثَينِ.

مسلمةٌ التطابقُ بزاويتَينِ وضلعٍ محصورٍ بينَهُما (ASA)

- **بالكلماتِ:** إذا طابقَتْ زاويتانِ والضلعُ المحصورُ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَهُما في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ ASA.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\angle A \cong \angle D, \overline{AC} \cong \overline{DF}, \angle C \cong \angle F$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

مثال 1

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{NP} \cong \overline{NM}$ وَ $\angle P \cong \angle M$، فأثبتُ أنَّ $\Delta NPO \cong \Delta NML$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

156

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
    - » هل عرض النّهر ثابت دائمًا؟ لا.
    - » ما الذي يغيّر عرض النّهر؟ تختلف الإجابات.
    - » هل يُلاحَظ في الصورة ثبات عرض النّهر؟ نعم.
    - » لماذا يستعمل المسّاح هذه الطّريقة لقياس عرض النّهر؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
    - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
    - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بالمسلّمات والنظريات التي تعلموها في الدرس السابق والتي يمكن بها إثبات تطابق مثلثين.
- أقدم مفهوم الضلع المحصور بين زاويتين متتاليتين في المثلث.
- أبيّن للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال زوج من الأضلاع المتطابقة وزوجين من الزوايا المتطابقة في المثلثين، ثم أستعين بالرسم لأقدم لهم مسلّمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بالكلمات والرموز، وأبيّن لهم أنه يرمز إلى هذه المسلّمة بالرمز (ASA).
- أناقش حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين في الإثبات المطلوب، وأوضّح كيفية توظيف المسلّمة (ASA) في البرهان.

✓ **إرشاد:** يفضّل استعمال الأقلام الملونة أثناء تقديم مفهوم الضلع المحصور؛ لما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على التخيّل، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

توسعة: في المثال 1، أطلب إلى الطلبة إثبات أن $\overline{LM} \parallel \overline{PO}$

ملاحظاتي

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ من اللغــة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقَّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

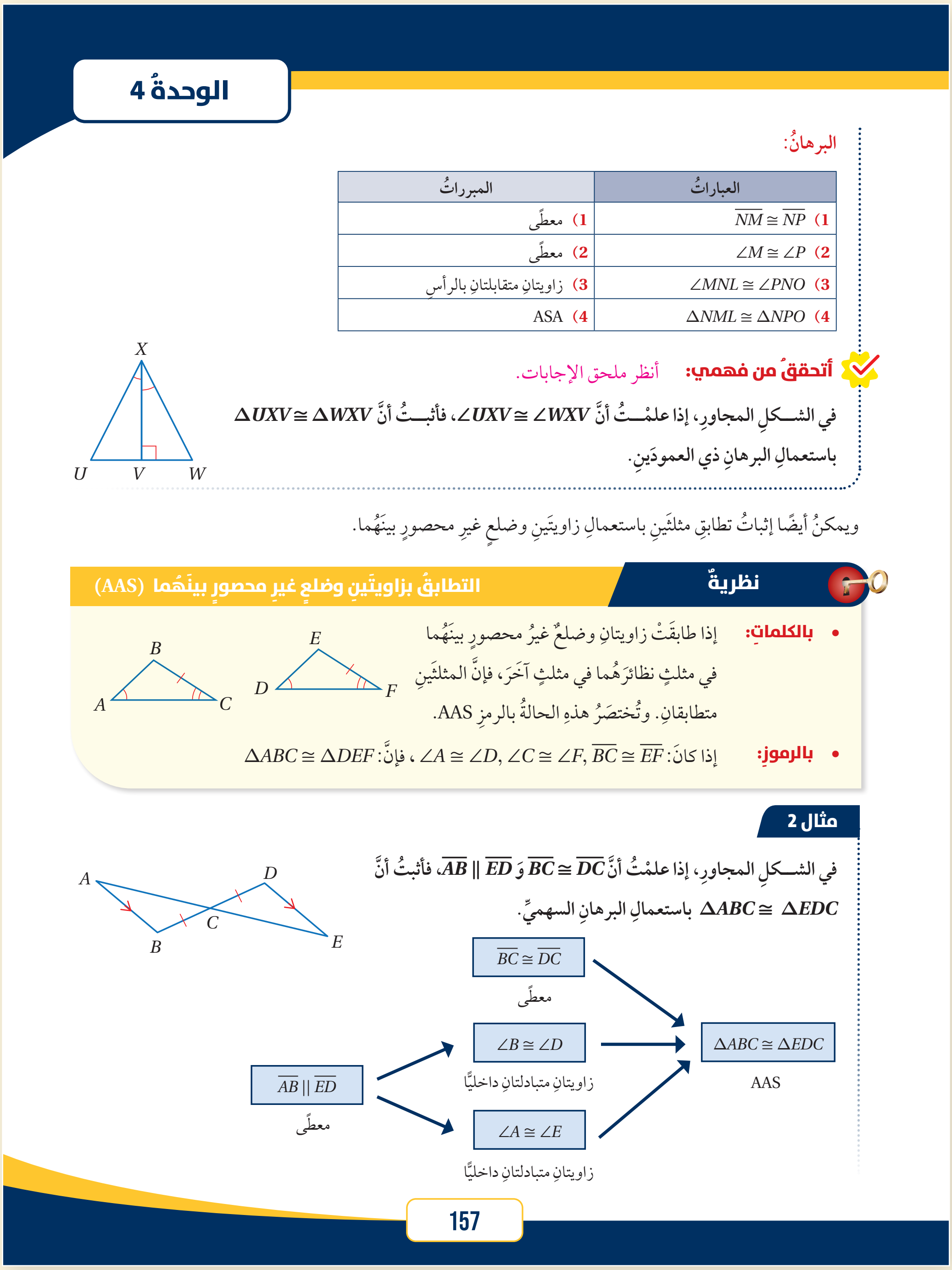
مثال 2

- أوضّح للطلبة أنه يمكن إثبات تطابق مثلثين باستعمال زوجين مـن الزوايـا المتطابقة في المثلثيـن وزوج من الأضـلاع المتطابقة غير المحصور بينهما، ثم أستعين بالرسـم لأقـدم لهـم نظريـة التطابـق بزاويتيـن وضلع محصور بالكلمـات والرموز، وأبيّن لهـم أنه يرمز إلى هـذه النظرية بالرمز (AAS)، ثم أسأل الطلبة السـؤال الآتي:

  » كيف يمكــن إثبات صحــة هذه النظريــة؟ بما أنّ مجموع قياســات زوايا المثلــث °180 وفي المثلث زاويتــان متطابقتان، فــإنّ الزّاوية الثالثة في كلا المثلثين لها القياس نفســه، وعليه ينطبق المثلثان بالمسلّمة ASA.

- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح، بالاستعانة بالرّسم الذي أوضّح عليه الزّوايا المتبادلة داخليًّا.

توسعة: أطلب إلى الطّلبة إثبات التطابق المطلوب في المثال 2 باستعمال المسلّمة ASA.



البرهانُ:

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{NM} \cong \overline{NP}$	1) معطًى
2) $\angle M \cong \angle P$	2) معطًى
3) $\angle MNL \cong \angle PNO$	3) زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ
4) $\Delta NML \cong \Delta NPO$	4) ASA

أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

في الشــكلِ المجاورِ، إذا علمْــتُ أنَّ $\angle UXV \cong \angle WXV$، فأثبــتُ أنَّ $\Delta UXV \cong \Delta WXV$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

ويمكنُ أيضًا إثباتُ تطابقِ مثلثَينِ باستعمالِ زاويتَينِ وضلعٍ غيرِ محصورٍ بينَهُما.

نظريةٌ التطابقُ بزاويتَينِ وضلعٍ غيرِ محصورٍ بينَهُما (AAS)

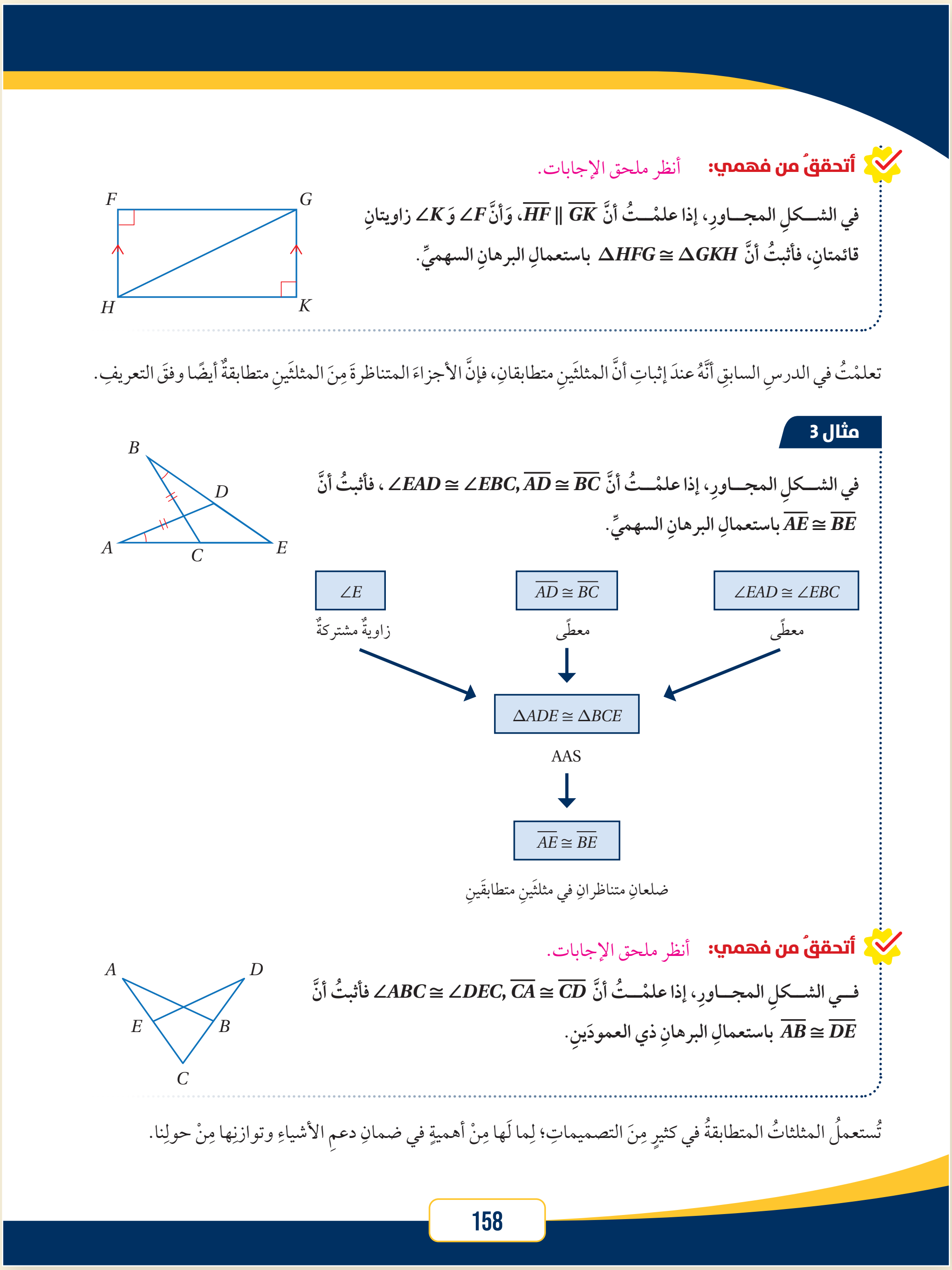
- **بالكلماتِ:** إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ غيرُ محصورٍ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَهُما في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متطابقانِ. وتُختصَرُ هذهِ الحالةُ بالرمزِ AAS.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ: $\angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle F, \overline{BC} \cong \overline{EF}$ ، فإنَّ: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

مثال 2

في الشــكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ وَ $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$، فأثبتُ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta EDC$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

$$\begin{tikzcd}
 & \begin{array}{c}\overline{BC} \cong \overline{DC} \\ \text{معطًى}\end{array} \arrow[dr] & \\
 & \begin{array}{c}\angle B \cong \angle D \\ \text{زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا}\end{array} \arrow[r] & \begin{array}{c}\Delta ABC \cong \Delta EDC \\ \text{AAS}\end{array} \\
\begin{array}{c}\overline{AB} \parallel \overline{ED} \\ \text{معطًى}\end{array} \arrow[ur] \arrow[r] & \begin{array}{c}\angle A \cong \angle E \\ \text{زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا}\end{array} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

157



أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{GK} \parallel \overline{HF}$، وَأنَّ $\angle F$ وَ $\angle K$ زاويتانِ قائمتانِ، فأثبتُ أنَّ $\Delta GKH \cong \Delta HFG$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ أنَّهُ عندَ إثباتِ أنَّ المثلثَينِ متطابقانِ، فإنَّ الأجزاءَ المتناظرةَ مِنَ المثلثَينِ متطابقةٌ أيضًا وفقَ التعريفِ.

مثال 3

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{BC} \cong \overline{AD}, \angle EBC \cong \angle EAD$ ، فأثبتُ أنَّ $\overline{BE} \cong \overline{AE}$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

$\angle EAD \cong \angle EBC$
معطًى

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$
معطًى

$\angle E$
زاويةٌ مشتركةٌ

$\Delta ADE \cong \Delta BCE$
AAS

$\overline{AE} \cong \overline{BE}$
ضلعانِ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ

أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{CD} \cong \overline{CA}, \angle DEC \cong \angle ABC$ فأثبتُ أنَّ $\overline{DE} \cong \overline{AB}$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

تُستعملُ المثلثاتُ المتطابقةُ في كثيرٍ مِنَ التصميماتِ؛ لِما لَها مِنْ أهميةٍ في ضمانِ دعمِ الأشياءِ وتوازنِها مِنْ حولِنا.

مثال 3

- أذكّر الطلبة بما تعلموه في الدرس السابق أنه: لإثبات تطابق ضلعين متناظرين أو زاويتين متناظرتين في مثلثين، أثبت تطابق المثلثين أولًا.
- أطلب إلى الطلبة قراءة المثال 3، وتأمل الرسم المرافق للمثال، ثم أوجّه السؤال الآتي لهم: كيف يمكن إثبات تطابق الضلعين $\overline{AE}$, $\overline{BE}$؟ بإثبات $\Delta ADE \cong \Delta BCE$.
- أناقش حلّ المثال مع الطلبة على اللوح، وأؤكد الشروط التي تحقّقت لتطابق المثلثين.

توسعة: في المثال 3، أسمّي نقطة تقاطع $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ بالرمز F، ثم أطلب إلى الطلبة تسمية مثلثين آخرين متطابقين مع تبرير الإجابة.

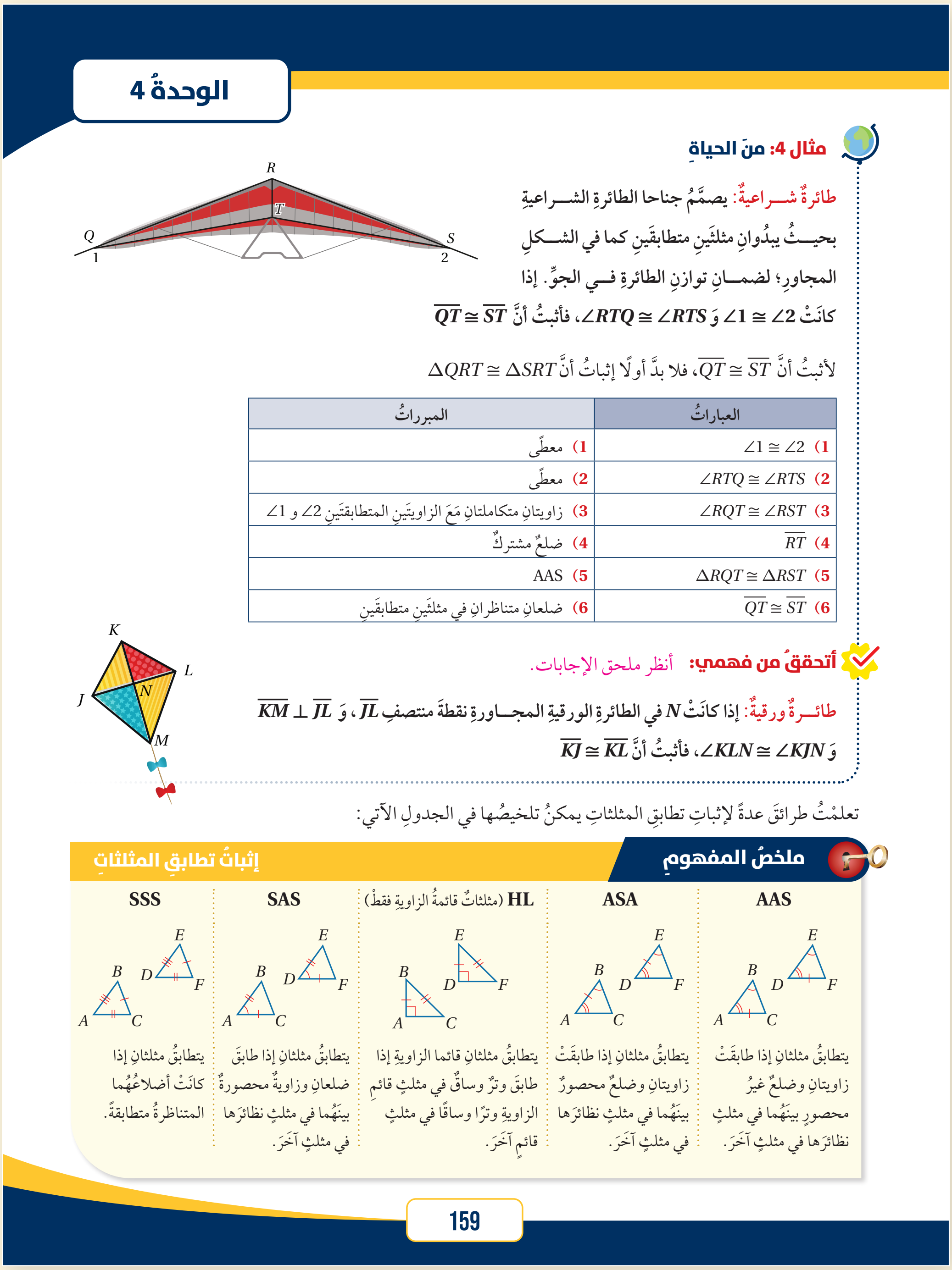
مثال 4: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية تطابق المثلثات في كثير من التصميمات الهندسية، وأهميتها في دعم الأشياء وتوازنها.
- أناقش المطلوب في المثال مع توضيح سبب تطابق الزّاويتين $\angle RST, \angle RQT$
- أطلب إلى الطّلبة تلخيص الحالات الخمس لتطابق مثلثين التي درسوها في الدّرسين السّابقين، ثمّ أعرض لهم الحالات الخمس التي وردت في ملخص المفهوم نهاية الدرس.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 – 5) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.



الوحدةُ 4

مثال 4: منَ الحياةِ

طائرةٌ شراعيةٌ: يصمَّمُ جناحا الطائرةِ الشراعيةِ بحيثُ يبدُوانِ مثلثَينِ متطابقَينِ كما في الشكلِ المجاورِ؛ لضمانِ توازنِ الطائرةِ في الجوِّ. إذا كانَتْ $\angle 2 \cong \angle 1$ وَ $\angle RTS \cong \angle RTQ$، فأثبتُ أنَّ $\overline{ST} \cong \overline{QT}$

لأثبتُ أنَّ $\overline{ST} \cong \overline{QT}$، فلا بدَّ أولًا إثباتُ أنَّ $\Delta SRT \cong \Delta QRT$

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle 1 \cong \angle 2$	1) معطًى
2) $\angle RTQ \cong \angle RTS$	2) معطًى
3) $\angle RQT \cong \angle RST$	3) زاويتانِ متكاملتانِ مَعَ الزاويتَينِ المتطابقتَينِ $\angle 2$ و $\angle 1$
4) $\overline{RT}$	4) ضلعٌ مشتركٌ
5) $\Delta RQT \cong \Delta RST$	5) AAS
6) $\overline{QT} \cong \overline{ST}$	6) ضلعانِ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ

أتحققُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

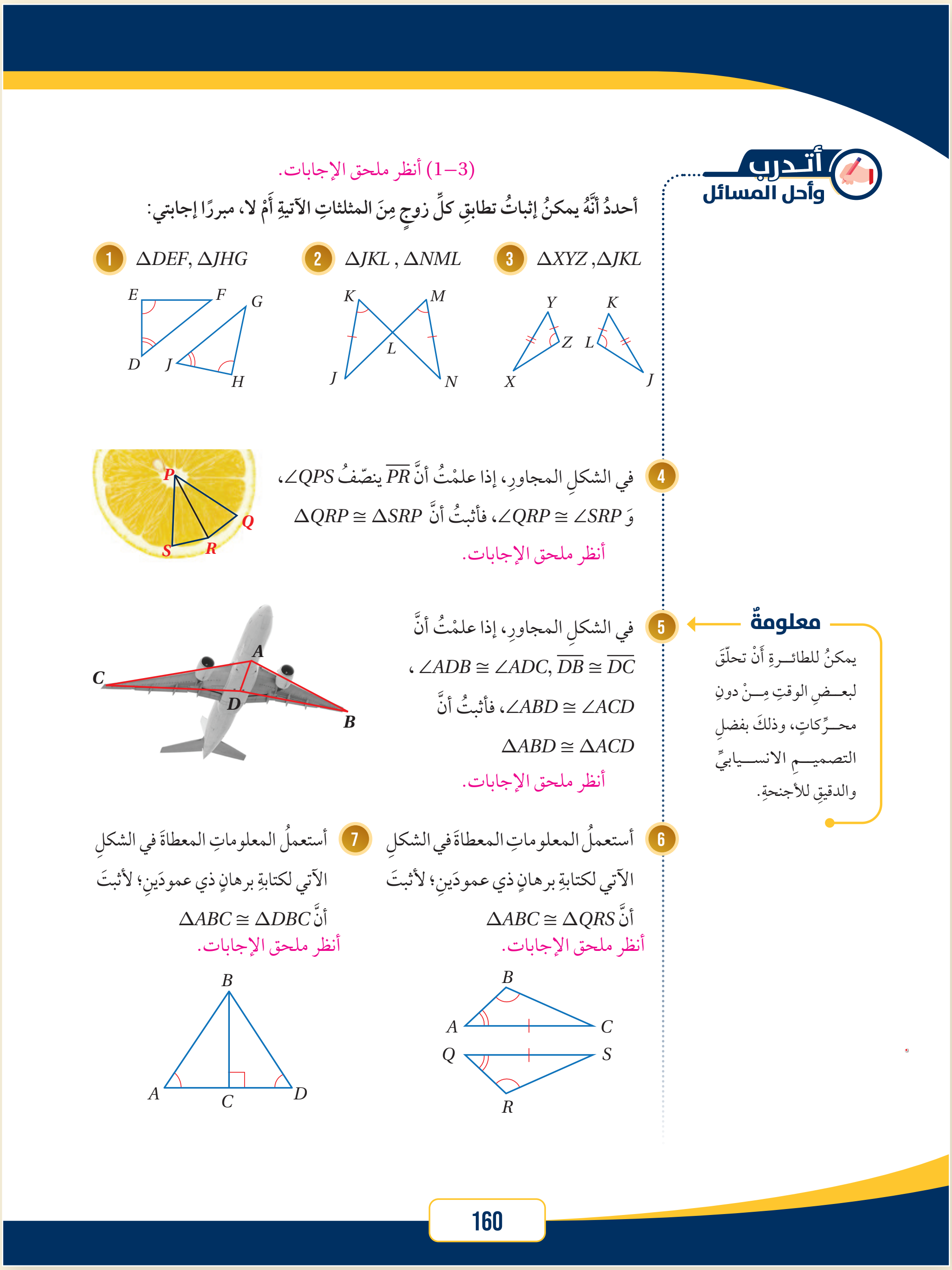
طائرةٌ ورقيةٌ: إذا كانَتْ N في الطائرةِ الورقيةِ المجاورةِ نقطةَ منتصفِ $\overline{JL}$، وَ $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ وَ $\angle KJN \cong \angle KLN$، فأثبتُ أنَّ $\overline{KL} \cong \overline{KJ}$

تعلمْتُ طرائقَ عدةً لإثباتِ تطابقِ المثلثاتِ يمكنُ تلخيصُها في الجدولِ الآتي:

ملخصُ المفهومِ **إثباتُ تطابقِ المثلثاتِ**

AAS	ASA	HL (مثلثاتٌ قائمةُ الزاويةِ فقطْ)	SAS	SSS
يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ غيرُ محصورٍ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَتْ زاويتانِ وضلعٌ محصورٌ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ قائما الزاويةِ إذا طابقَ وترٌ وساقٌ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ وترًا وساقًا في مثلثٍ قائمٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا طابقَ ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينَهُما في مثلثٍ نظائرَها في مثلثٍ آخَرَ.	يتطابقُ مثلثانِ إذا كانَتْ أضلاعُهُما المتناظرةُ متطابقةً.

159



أتدرب وأحل المسائل

(1–3) أنظر ملحق الإجابات.

أحددُ أنَّهُ يمكنُ إثباتُ تطابقِ كلِّ زوجٍ مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ أَمْ لا، مبررًا إجابتي:

1) $\Delta DEF, \Delta JHG$

2) $\Delta JKL , \Delta NML$

3) $\Delta XYZ ,\Delta JKL$

4) في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{PR}$ ينصّفُ $\angle QPS$، وَ $\angle SRP \cong \angle QRP$، فأثبتُ أنَّ $\Delta SRP \cong \Delta QRP$

أنظر ملحق الإجابات.

5) في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{DC} \cong \overline{DB}, \angle ADC \cong \angle ADB$ ، $\angle ACD \cong \angle ABD$، فأثبتُ أنَّ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

أنظر ملحق الإجابات.

معلومةٌ

يمكنُ للطائرةِ أنْ تحلّقَ لبعضِ الوقتِ مِنْ دونِ محرِّكاتٍ، وذلكَ بفضلِ التصميمِ الانسيابيِّ والدقيقِ للأجنحةِ.

6) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta QRS$

أنظر ملحق الإجابات.

7) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta DBC$

أنظر ملحق الإجابات.

إرشاد: في السؤال 1، أوضّح للطّلبة أنّ شروط تطابق مثلثين غير متوفرة في الشكل الثالث؛ لعدم توفر ضلعين متطابقين على الأقل، ولكن شروط تشابه المثلثين متوفرة، وأذكّرهم بها.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أتدرّب وأحل المسائل)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين (14 – 13).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

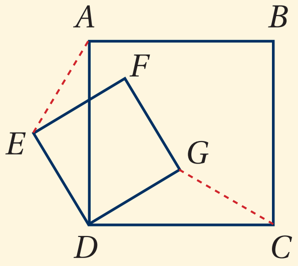
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11 ,10 ,7 ,6 كتاب التمارين: 8 ,(3–1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (12 – 8) كتاب التمارين: 5 ,4
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14–12) ,9 كتاب التمارين: 7 ,6

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« يبيّن الشكل الآتي المربع $ABCD$، والمربع $DEFG$. أثبت أن $\overline{AE} \cong \overline{CG}$



العبارات	المبررات
$\overline{AD} \cong \overline{CD}$ (1	1) ضلعان في المربع $ABCD$
$\overline{ED} \cong \overline{GD}$ (2	2) ضلعان في المربع $DEFG$
$\angle ADE + \angle ADG = 90°$ (3	3) زاوية قائمة
$\angle GDC + \angle ADG = 90°$ (4	4) زاوية قائمة
$\angle ADE \cong \angle CDG$ (5	5) زوايا متممة لـ $\angle ADG$
$\Delta ADE \cong \Delta CDG$ (6	SAS (6
$\overline{AE} \cong \overline{CG}$ (7	7) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

نشاط التكنولوجيا:

أوجّه الطّلبة إلى تصفّح الموقع الإلكتروني الذي يظهر عند مسح الرمز المجاور.

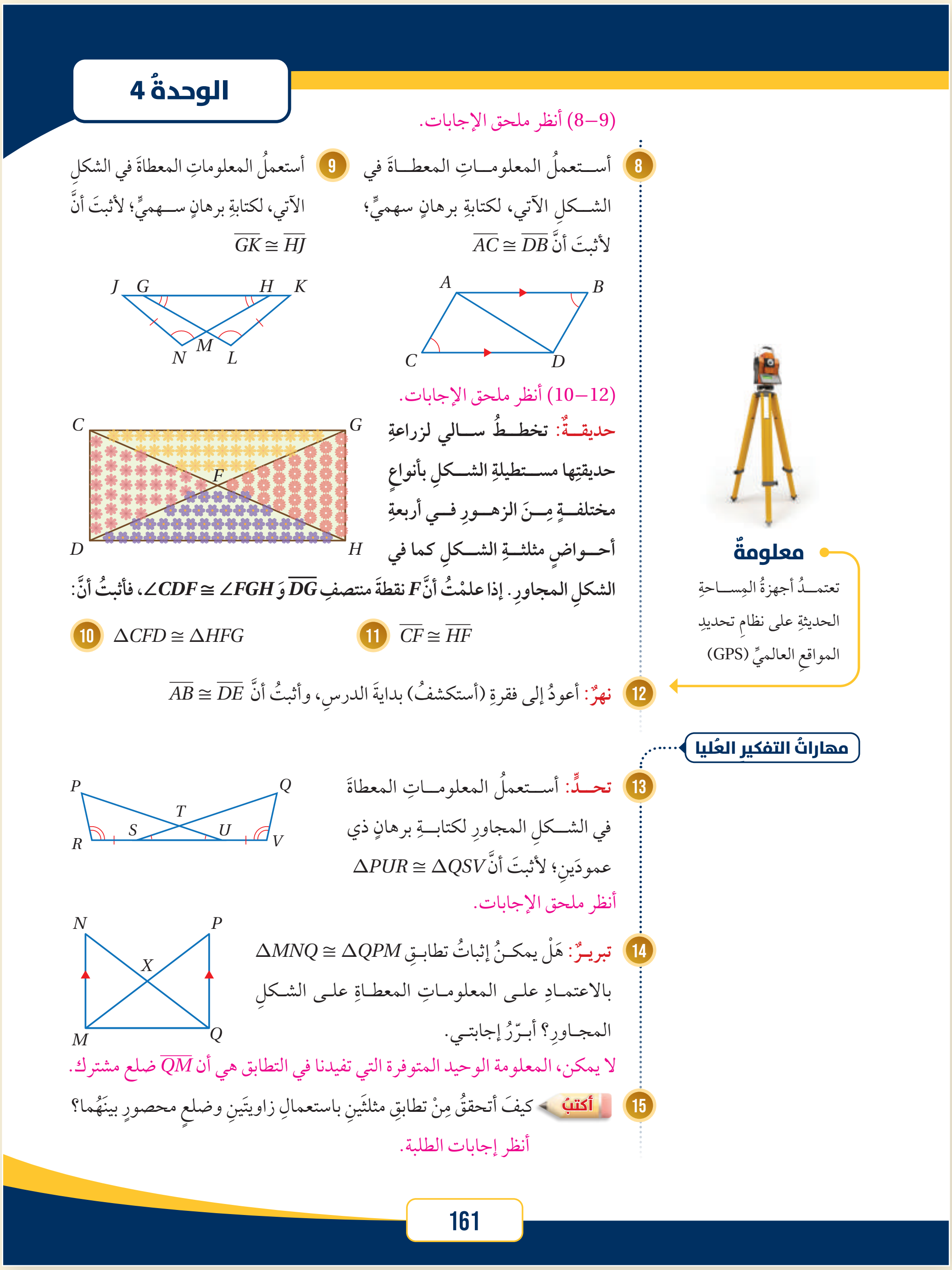
إذ يجيب الطّلبة عن أسئلة تتعلق بتطابق المثلثات، ويتلقون التغذية الرّاجعة المباشرة وفق استجاباتهم.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطّلبة تنفيذ الخطوتين 1 و2 من خطوات المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطّلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدّرس، وأطلب إلى بعض الطّلبة من ذوي المستوى المتوسط، أو دون المتوسط قراءة الفقرة التي كتبها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيههم إلى ذكر حالات تطابق المثلثات بلغتهم الخاصة.



الوحدةُ 4

(8–9) أنظر ملحق الإجابات.

8 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{AC} \cong \overline{DB}$

9 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{GK} \cong \overline{HJ}$

(10–12) أنظر ملحق الإجابات.

حديقةٌ: تخططُ سالي لزراعةِ حديقتِها مستطيلةِ الشكلِ بأنواعٍ مختلفةٍ مِنَ الزهورِ في أربعةِ أحواضٍ مثلثةِ الشكلِ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا علمْتُ أنَّ F نقطةَ منتصفِ $\overline{DG}$ وَ $\angle FGH \cong \angle CDF$، فأثبتُ أنَّ:

10 $\Delta CFD \cong \Delta HFG$

11 $\overline{CF} \cong \overline{HF}$

معلومةٌ

تعتمدُ أجهزةُ المِساحةِ الحديثةِ على نظامِ تحديدِ المواقعِ العالميِّ (GPS)

12 **نهرٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأثبتُ أنَّ $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **تحدٍّ:** أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta PUR \cong \Delta QSV$

أنظر ملحق الإجابات.

14 **تبريرٌ:** هَلْ يمكنُ إثباتُ تطابقِ $\Delta MNQ \cong \Delta QPM$ بالاعتمادِ على المعلوماتِ المعطاةِ على الشكلِ المجاورِ؟ أبرّرُ إجابتي.

لا يمكن، المعلومة الوحيد المتوفرة التي تفيدنا في التطابق هي أن $\overline{QM}$ ضلع مشترك.

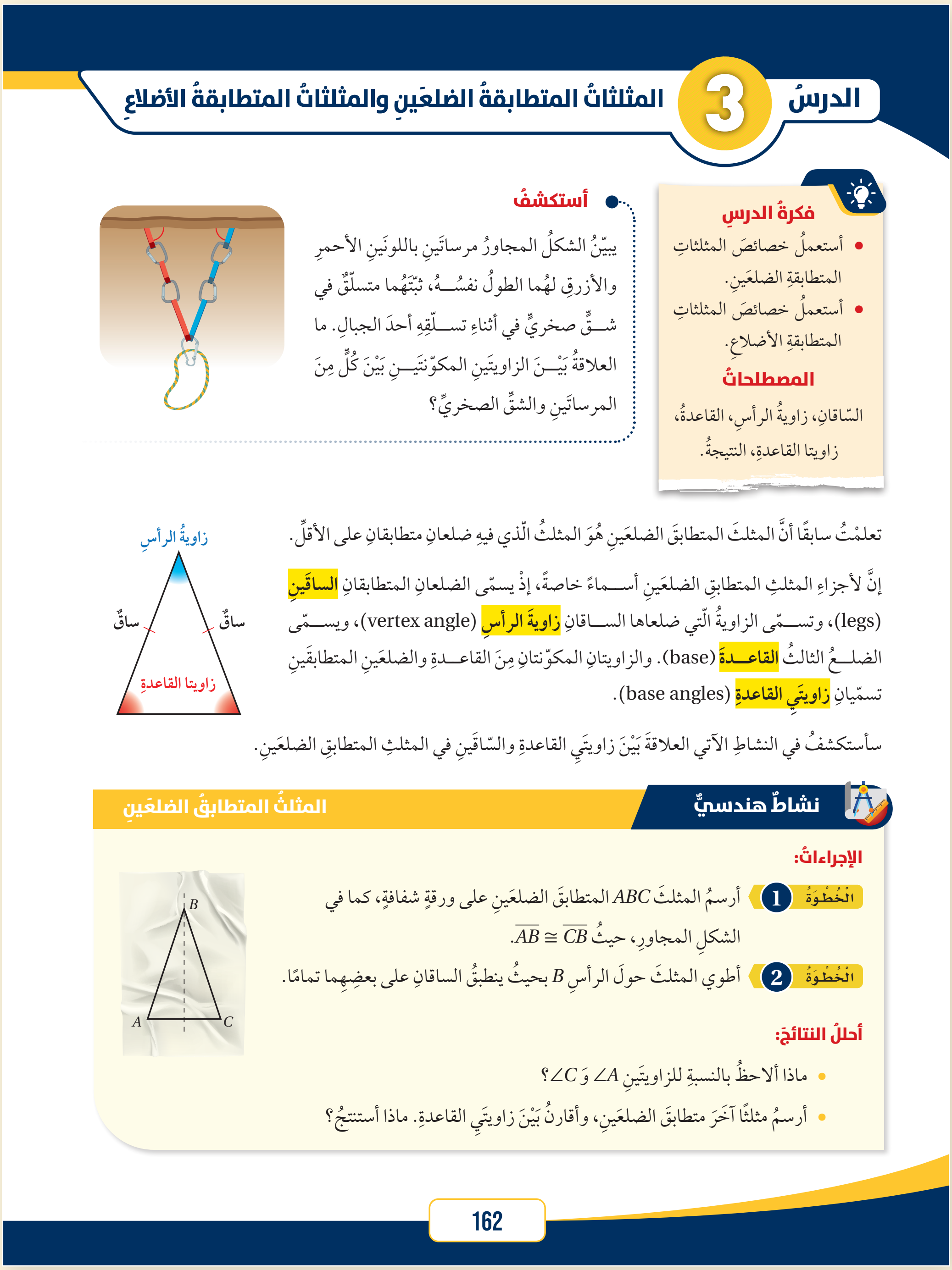
15 **أكتبُ** كيفَ أتحققُ مِنْ تطابقِ مثلثَينِ باستعمالِ زاويتَينِ وضلعٍ محصورٍ بينَهُما؟

أنظر إجابات الطلبة.

161

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في السؤال 13 (**تحدٍّ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى التفكير في كيفية إثبات تطابق الضلعين $\overline{RU}$ و $\overline{VS}$



الدرس 3 المثلثاتُ المتطابقةُ الضلعَينِ والمثلثاتُ المتطابقةُ الأضلاعِ

فكرة الدرس

- أستعملُ خصائصَ المثلثاتِ المتطابقةِ الضلعَينِ.
- أستعملُ خصائصَ المثلثاتِ المتطابقةِ الأضلاعِ.

المصطلحاتُ

السّاقانِ، زاويةُ الرأسِ، القاعدةُ، زاويتا القاعدةِ، النتيجةُ.

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مرساتَينِ باللونَينِ الأحمرِ والأزرقِ لهما الطولُ نفسُهُ، ثبّتَهما متسلّقٌ في شقٍّ صخريٍّ في أثناءِ تسلّقِهِ أحدَ الجبالِ. ما العلاقةُ بَيْنَ الزاويتَينِ المكوّنتَينِ بَيْنَ كُلٍّ مِنَ المرساتَينِ والشقِّ الصخريِّ؟

تعلمْتُ سابقًا أنَّ المثلثَ المتطابقَ الضلعَينِ هُوَ المثلثُ الّذي فيهِ ضلعانِ متطابقانِ على الأقلِّ.

إنَّ لأجزاءِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ أسماءً خاصةً، إذْ يسمّى الضلعانِ المتطابقانِ **السّاقَينِ** (legs)، وتسمّى الزاويةُ الّتي ضلعاها الساقانِ **زاويةَ الرأسِ** (vertex angle)، ويسمّى الضلعُ الثالثُ **القاعدةَ** (base). والزاويتانِ المكوّنتانِ مِنَ القاعدةِ والضلعَينِ المتطابقَينِ تسمّيانِ **زاويتَي القاعدةِ** (base angles).

سأستكشفُ في النشاطِ الآتي العلاقةَ بَيْنَ زاويتَي القاعدةِ والسّاقَينِ في المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ.

نشاطٌ هندسيٌّ المثلثُ المتطابقُ الضلعَينِ

الإجراءاتُ:

الخُطْوَةُ 1 أرسمُ المثلثَ ABC المتطابقَ الضلعَينِ على ورقةٍ شفافةٍ، كما في الشكلِ المجاورِ، حيثُ $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

الخُطْوَةُ 2 أطوي المثلثَ حولَ الرأسِ B بحيثُ ينطبقُ الساقانِ على بعضِهِما تمامًا.

أحللُ النتائجَ:

- ماذا ألاحظُ بالنسبةِ للزاويتَينِ $\angle A$ وَ $\angle C$؟
- أرسمُ مثلثًا آخرَ متطابقَ الضلعَينِ، وأقارنُ بَيْنَ زاويتَي القاعدةِ. ماذا أستنتجُ؟

162

نتاجات الدرس:

- استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.

نتاجات التعلم القبلي:

- تصنيف المثلثات حسب أطوال أضلاعها.
- تصنيف المثلثات حسب قياسات زواياها.
- تعرّف أنّ مجموع زوايا المثلث يساوي 180°
- تعرّف مسلّمات تطابق المثلثات ونظرياتها.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتان h و i) المتعلقة بمراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

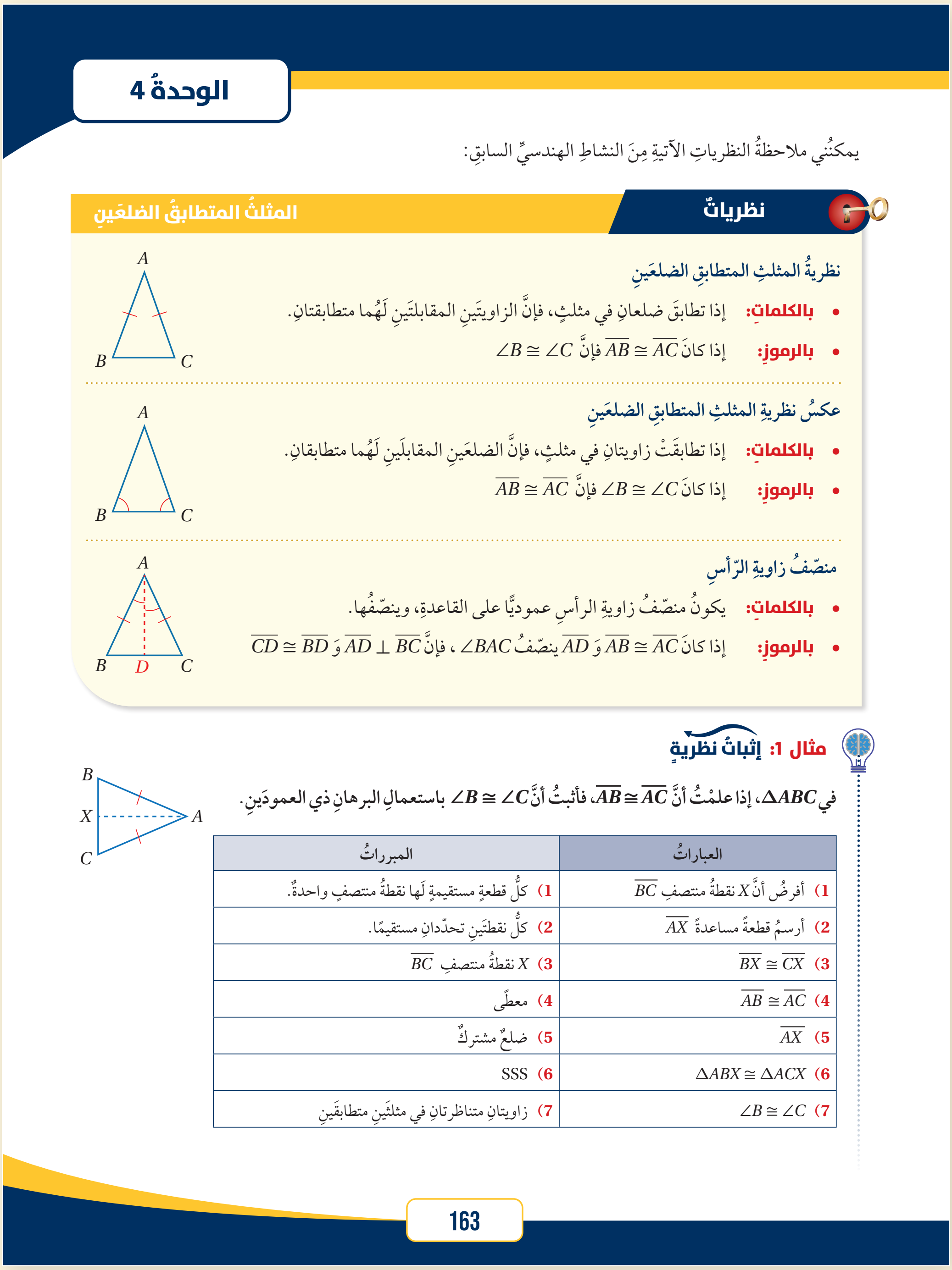
- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة A4.
- أطلب إلى المجموعات رسم مربع على الورقة البيضاء ثم قصّه.
- أطلب إلى المجموعات رسم قطر للمربع، ثم قص المربع على طول القطر، ثم أسألهم:
  - » هل المثلثان الناتجان متطابقان؟ أبرّر إجابتي. نعم؛ لأن أطوال الأضلاع المتناظرة متطابقة.
  - » ما تصنيف المثلثين بحسب أطوال أضلاعهما؟ أبرّر إجابتي. مثلث متطابق الضلعين؛ لأن كلًّا منهما فيه ضلعان متطابقان؛ لأنهما قُصّا من مربع.
- أطلب إلى المجموعات طيّ أحد المثلثين حول خط تماثله، ثم أسألهم:
  - » ما قياس الزاوية بين خط الطيّ وقاعدة المثلث؟ قائمة.
  - » ما العلاقة بين جزأي القاعدة عند نقطة التقاء خط الطيّ مع القاعدة؟ متساويان في الطول.
  - » ما العلاقة بين الزاويتين الناتجتين من تقسيم زاوية الرأس بخط الطي؟ متطابقتان.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
  - » ما أهم المواقع التي تُمارَس فيها رياضة تسلق الجبال في الأردن؟ وادي القمر، وادي رم، أم عجل، .....
  - » ما الأدوات التي يستعملها متسلقو الجبال؟ حبال، مرساة، مطرقة....
  - » لماذا يجب أن يكون طول المرساة باللون الأزرق يساوي طول المرساة باللون الأحمر؟ لتوزّع كتلة متسلق الجبال على المرساتين بالتساوي.
  - » ما العلاقة بين الزاويتين المكوّنتين بين كلّ من المرساتين والشق الصخري؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكم؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

- أذكّر الطلبة بمفهوم المثلث المتطابق الضلعين الذي تعلموه سابقًا، ثم أقدم لهم الأسماء الخاصة لأجزاء هذا النوع من المثلثات.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم تنفيذ النشاط الهندسي الوارد في الصفحة 162 من كتاب الطالب.
- أوجّه أفراد المجموعات إلى الإجابة عن أسئلة بند (**أحلّل النتائج**)، ثم أناقشهم في ما توصّلوا إليه من نتائج، وأطلب إليهم كتابة قاعدة عامة – بعباراتهم الخاصة– عن العلاقة بين زاويتي القاعدة والساقين في المثلث المتطابق الضلعين.
- أقدم للطلبة النظريات المتعلقة بالمثلث المتطابق الضلعين بالكلمات والرموز بالاستعانة بالرسم.



الوحدةُ 4

يمكنُني ملاحظةُ النظرياتِ الآتيةِ مِنَ النشاطِ الهندسيِّ السابقِ:

نظرياتٌ **المثلثُ المتطابقُ الضلعَينِ**

نظريةُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ

- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَ ضلعانِ في مثلثٍ، فإنَّ الزاويتَينِ المقابلتَينِ لَهُما متطابقتانِ.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ فإنَّ $\angle C \cong \angle B$

عكسُ نظريةِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ

- **بالكلماتِ:** إذا تطابقَتْ زاويتانِ في مثلثٍ، فإنَّ الضلعَينِ المقابلَينِ لَهُما متطابقانِ.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\angle C \cong \angle B$ فإنَّ $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

منصّفُ زاويةِ الرّأسِ

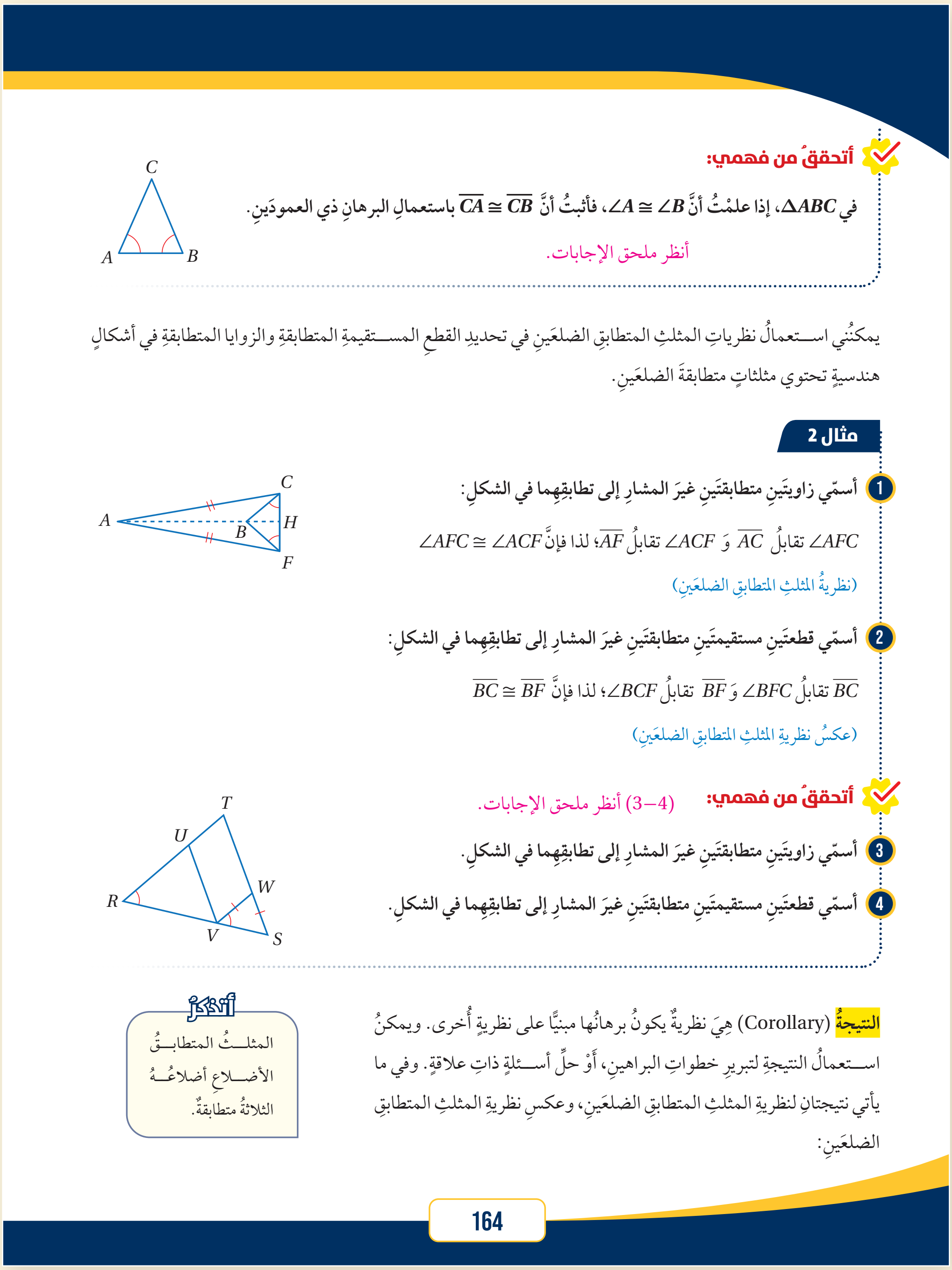
- **بالكلماتِ:** يكونُ منصّفُ زاويةِ الرأسِ عموديًّا على القاعدةِ، وينصّفُها.
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ وَ $\overline{AD}$ ينصّفُ $\angle BAC$ ، فإنَّ $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ وَ $\overline{BD} \cong \overline{CD}$

مثال 1: إثباتُ نظريةٍ

في ΔABC، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{AC} \cong \overline{AB}$، فأثبتُ أنَّ $\angle C \cong \angle B$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

العباراتُ	المبرراتُ
1) أفرضُ أنَّ X نقطةُ منتصفِ $\overline{BC}$	1) كلُّ قطعةٍ مستقيمةٍ لَها نقطةُ منتصفٍ واحدةٌ.
2) أرسمُ قطعةً مساعدةً $\overline{AX}$	2) كلُّ نقطتَينِ تحدّدانِ مستقيمًا.
3) $\overline{BX} \cong \overline{CX}$	3) X نقطةُ منتصفِ $\overline{BC}$
4) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	4) معطًى
5) $\overline{AX}$	5) ضلعٌ مشتركٌ
6) $\Delta ABX \cong \Delta ACX$	6) SSS
7) $\angle B \cong \angle C$	7) زاويتانِ متناظرتانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ

163



أتحققُ من فهمي:

في $\triangle ABC$، إذا علمْتُ أنَّ $\angle A \cong \angle B$، فأثبتُ أنَّ $\overline{CA} \cong \overline{CB}$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَين.

أنظر ملحق الإجابات.

يمكنُني اســتعمالُ نظرياتِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَين في تحديدِ القطعِ المســتقيمةِ المتطابقةِ والزوايا المتطابقةِ في أشكالٍ هندسيةٍ تحتوي مثلثاتٍ متطابقةَ الضلعَين.

مثال 2

1. أسمّي زاويتَين متطابقتَين غيرَ المشارِ إلى تطابقِهما في الشكلِ:

$\angle AFC$ تقابلُ $\overline{AC}$ وَ $\angle ACF$ تقابلُ $\overline{AF}$؛ لذا فإنَّ $\angle AFC \cong \angle ACF$

(نظريةُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَين)

2. أسمّي قطعتَينِ مستقيمتَينِ متطابقتَينِ غيرَ المشارِ إلى تطابقِهما في الشكلِ:

$\overline{BC}$ تقابلُ $\angle BFC$ وَ $\overline{BF}$ تقابلُ $\angle BCF$؛ لذا فإنَّ $\overline{BC} \cong \overline{BF}$

(عكسُ نظريةِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَين)

أتحققُ من فهمي: (3–4) أنظر ملحق الإجابات.

3. أسمّي زاويتَين متطابقتَين غيرَ المشارِ إلى تطابقِهما في الشكلِ.
4. أسمّي قطعتَين مستقيمتَين متطابقتَين غيرَ المشارِ إلى تطابقِهما في الشكلِ.

أتذكرُ

المثلــثُ المتطابــقُ الأضــلاعِ أضلاعُــهُ الثلاثةُ متطابقةٌ.

النتيجةُ (Corollary) هِيَ نظريةٌ يكونُ برهانُها مبنيًّا على نظريةٍ أُخرى. ويمكنُ اســتعمالُ النتيجةِ لتبريرِ خطواتِ البراهينِ، أَوْ حلِّ أســئلةٍ ذاتِ علاقةٍ. وفي ما يأتي نتيجتانِ لنظريةِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ، وعكسِ نظريةِ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ:

مثال 1: إثبات نظرية

- أناقش حـل المثال 1 مع الطلبة علـى اللوح، وأوضّح لهـم أنني بحاجـة في هذا الإثبات إلـى إجراء إضافي، وهـو رسـم القطعة المسـتقيمة $\overline{AX}$ حيـث X منتصف $\overline{BC}$؛ وذلـك بهدف إثبات تطابـق $\triangle ABX$ و $\triangle ACX$، الذي يؤدي بدوره إلى إثبات تطابق $\angle C$ و $\angle B$.

توسعة: أغيّر الفرض، مثل إنزال عمود من الرأس على القاعدة أو تنصيف زاوية الرأس، ثم أطلب إلى الطلبة إثبات التطابق.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلٍّ مــن اللغة العربية، واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

إرشادات:

- ألفـت انتبـاه الطلبة في الفـرع 1 من المثال 2 إلى وجـود أكثر من زوج من الزوايا المتطابقة في الشكل المعطى، مثل:

$$\angle FBH \cong \angle CBH \,,\, \angle FAB \cong \angle CAB \,,$$
$$\angle AFB \cong \angle ACB \,,\, \angle FBA \cong \angle CBA \,,$$
$$\angle AHC \cong \angle AHF$$

- ألفـت انتبـاه الطلبـة فـي الفـرع 2 من المثـال 2 إلـى وجـود زوج آخر من الأضلاع المتطابقة في الشكل المعطى هو $\overline{HF} \cong \overline{HC}$

مثال 2

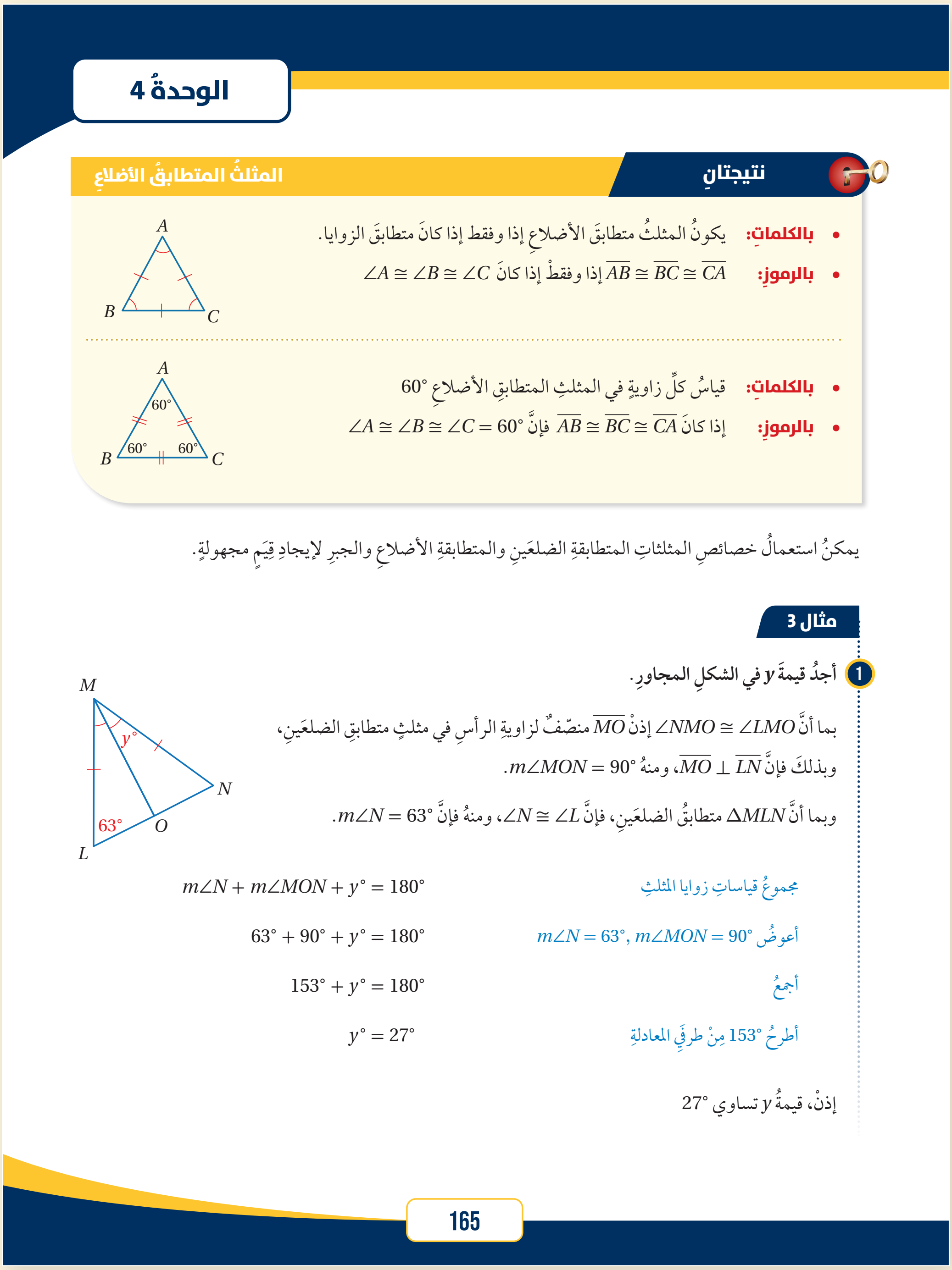
- أبيّـن للطلبـة أنـه يمكـن اسـتعمال نظريـات المثلـث المتطابـق الضلعين في تحديـد زوايا وأضلاع متطابقة في أشكال هندسية تظهر فيها المثلثات.
- أناقش حل المثال 2 مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد لهم ضرورة تبرير إجاباتهم.

مثال 3

- أوضّح للطلبة المقصود بمصطلح النتيجة الواردة وعلاقته بالنظرية.
- أناقش الطلبة في النتيجتين المتعلقتين بالمثلث المتطابق الأضلاع بالرموز والكلمات بالاستعانة بالرسم، وأبيّن للطلبة لماذا تُعَدّ النتيجتان المتعلقتان بالمثلث المتطابق الأضلاع حالة خاصة من النظرية السابقة؛ إذ إن شروط النظرية متحققة في النتيجتين.
- أوضّح للطلبة إمكانية استعمال النظريات والنتائج المتعلقة بالمثلث المتطابق الضلعين والمثلث المتطابق الأضلاع في إيجاد قياسات زوايا مجهولة، أو أطوال أضلاع مجهولة في أشكال هندسية.
- أناقش حل المثال 3 مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد لهم ضرورة تبرير إجاباتهم.

إرشادات:

- في الفرع 1 من المثال 3، أذكّر الطلبة بأن مجموع قياسات زوايا المثل 180°
- في الفرع 2 من المثال 3، أوضح للطلبة ضرورة إثبات أن ΔKLN متطابق الأضلاع أولًا.



نتيجتانِ **المثلثُ المتطابقُ الأضلاعِ**

- **بالكلماتِ:** يكونُ المثلثُ متطابقَ الأضلاعِ إذا وفقط إذا كانَ متطابقَ الزوايا.
- **بالرموزِ:** $\overline{CA} \cong \overline{BC} \cong \overline{AB}$ إذا وفقطْ إذا كانَ $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$

- **بالكلماتِ:** قياسُ كلِّ زاويةٍ في المثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ 60°
- **بالرموزِ:** إذا كانَ $\overline{CA} \cong \overline{BC} \cong \overline{AB}$ فإنَّ $\angle A \cong \angle B \cong \angle C = 60°$

يمكنُ استعمالُ خصائصِ المثلثاتِ المتطابقةِ الضلعَينِ والمتطابقةِ الأضلاعِ والجبرِ لإيجادِ قِيَمٍ مجهولةٍ.

مثال 3

① **أجدُ قيمةَ y في الشكلِ المجاورِ.**

بما أنَّ $\angle LMO \cong \angle NMO$ إذنْ $\overline{MO}$ منصّفٌ لزاويةِ الرأسِ في مثلثٍ متطابقِ الضلعَينِ،

وبذلكَ فإنَّ $\overline{LN} \perp \overline{MO}$، ومنهُ $m\angle MON = 90°$.

وبما أنَّ ΔMLN متطابقُ الضلعَينِ، فإنَّ $\angle L \cong \angle N$، ومنهُ فإنَّ $m\angle N = 63°$.

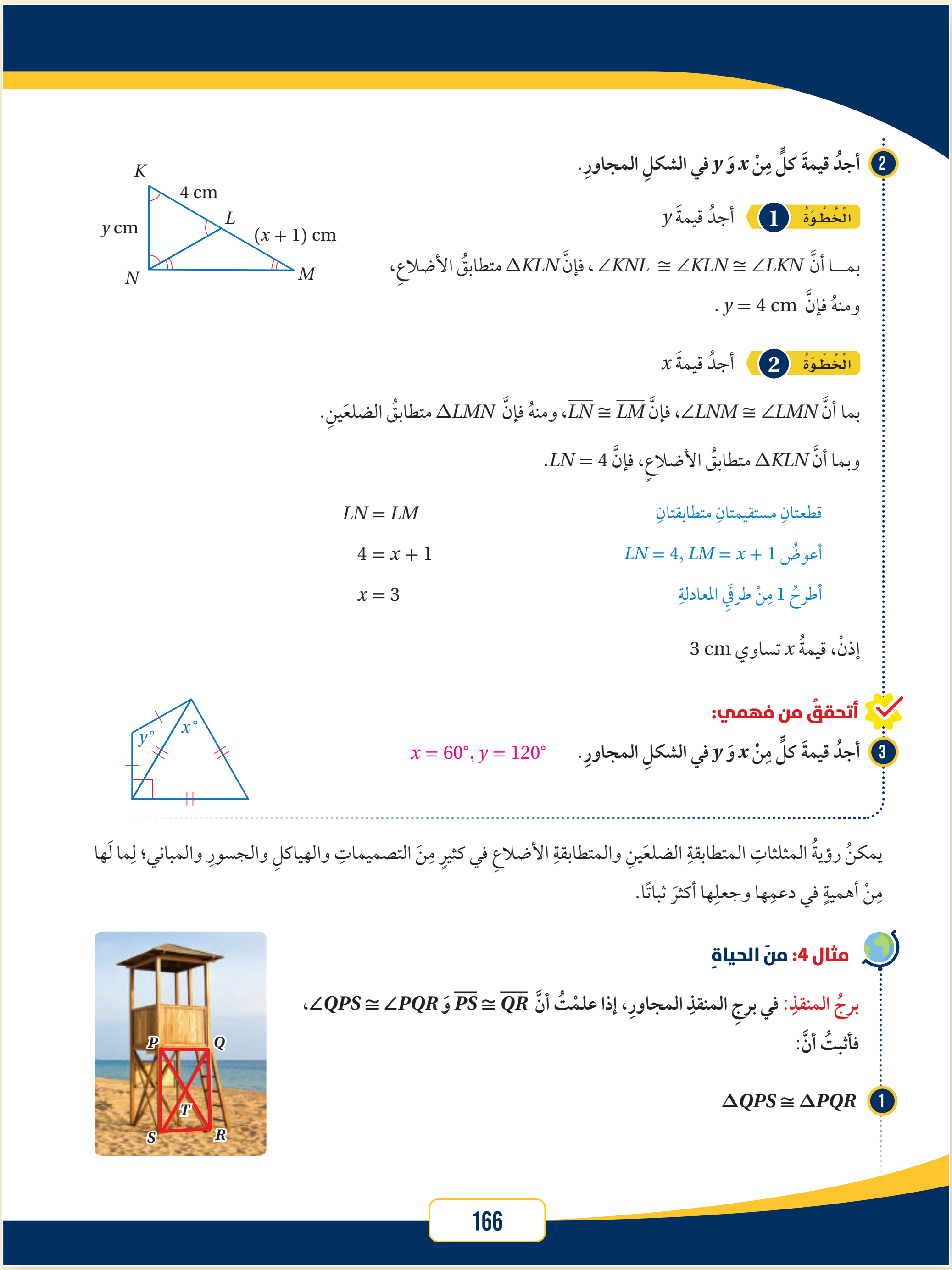
مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ $m\angle N + m\angle MON + y° = 180°$

أعوضُ $m\angle N = 63°, m\angle MON = 90°$ $63° + 90° + y° = 180°$

أجمعُ $153° + y° = 180°$

أطرحُ 153° مِنْ طرفَي المعادلةِ $y° = 27°$

إذنْ، قيمةُ y تساوي 27°



2 **أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.**

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ قيمةَ y

بمـا أنَّ $\angle LKN \cong \angle KLN \cong \angle KNL$ ، فإنَّ ΔKLN متطابقُ الأضلاعِ،

ومنهُ فإنَّ $y = 4$ cm .

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ قيمةَ x

بما أنَّ $\angle LMN \cong \angle LNM$، فإنَّ $\overline{LM} \cong \overline{LN}$، ومنهُ فإنَّ ΔLMN متطابقُ الضلعَينِ.

وبما أنَّ ΔKLN متطابقُ الأضلاعِ، فإنَّ $LN = 4$.

قطعتانِ مستقيمتانِ متطابقتانِ	$LN = LM$
أعوضُ $LN = 4, LM = x + 1$	$4 = x + 1$
أطرحُ 1 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$x = 3$

إذنْ، قيمةُ x تساوي 3 cm

أتحققُ من فهمي:

3 **أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.** $x = 60°, y = 120°$

يمكنُ رؤيةُ المثلثاتِ المتطابقةِ الضلعَينِ والمتطابقةِ الأضلاعِ في كثيرٍ مِنَ التصميماتِ والهياكلِ والجسورِ والمباني؛ لِما لَها مِنْ أهميةٍ في دعمِها وجعلِها أكثرَ ثباتًا.

مثال 4: منَ الحياةِ

برجُ المنقذِ: في برجِ المنقذِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{QR} \cong \overline{PS}$ وَ $\angle PQR \cong \angle QPS$، فأثبتُ أنَّ:

1 $\Delta QPS \cong \Delta PQR$

مثال 4: من الحياة

- أوضّح للطلبة الأهمية الهندسية للمثلثات المتطابقة الأضلاع والمتطابقة الضلعين في مواقف حياتية كثيرة، وأطلب إليهم ذكر بعضها.
- أناقش حل الفرع 1 من المثال 4 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان السهمي، ثم أناقش حل الفرع 2 من المثال باستعمال البرهان ذي العمودين.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (**أتدرَّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (8 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيِّ مسألة، فإنَّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكَّن/ تمكَّنت من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيِّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

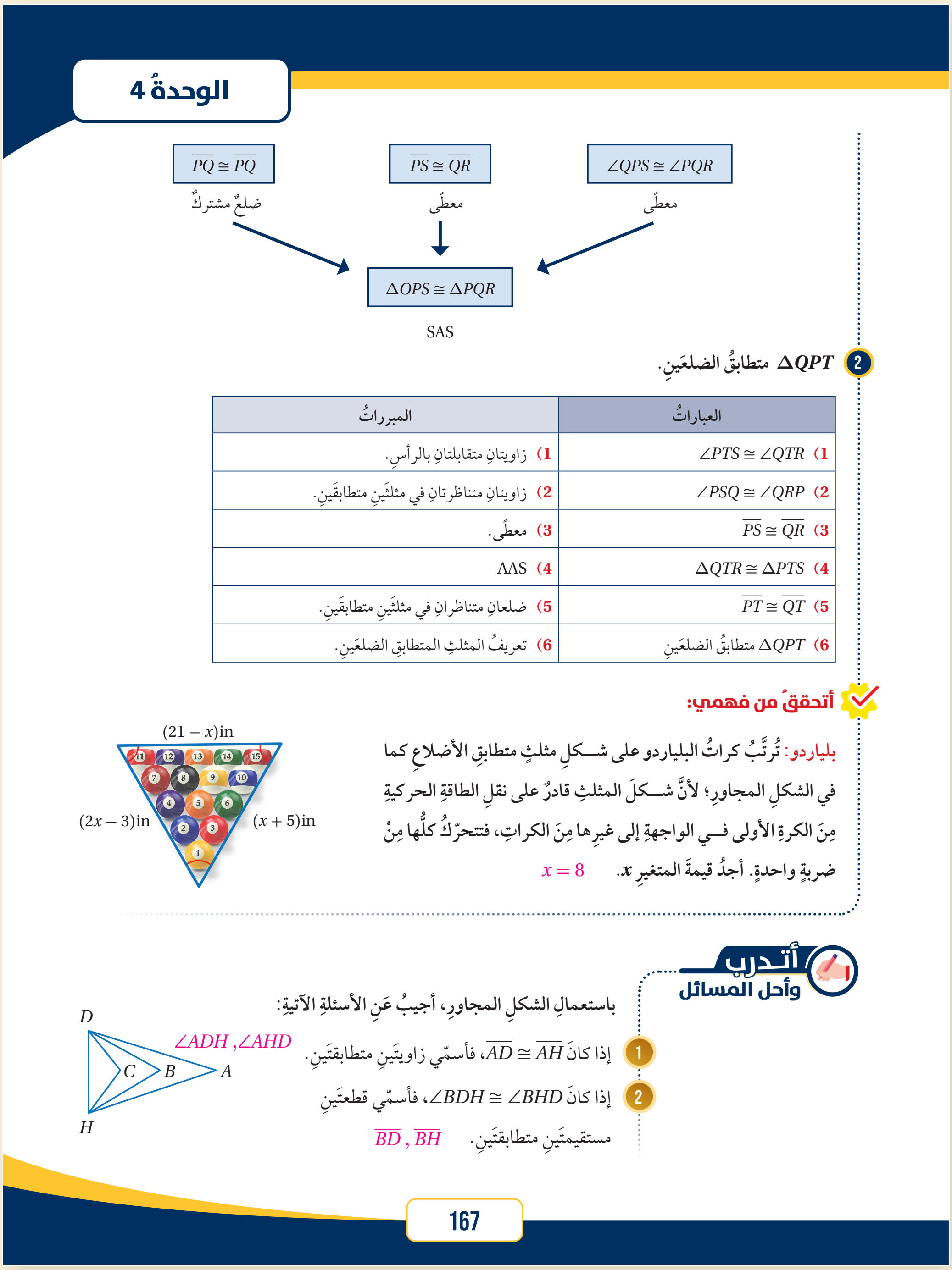
مهارات التفكير العليا

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (22– 20).
- أرصـد أيّة أفكار غيـر تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسـتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, 14 كتاب التمارين: 10 ,(3 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 15), (13 – 11) كتاب التمارين: (6 – 4)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (22 – 18) كتاب التمارين: (9 – 7)



الوحدةُ 4

$\angle QPS \cong \angle PQR$
معطًى

$\overline{PS} \cong \overline{QR}$
معطًى

$\overline{PQ} \cong \overline{PQ}$
ضلعٌ مشتركٌ

$\triangle OPS \cong \triangle PQR$

SAS

② $\triangle QPT$ متطابقُ الضلعَينِ.

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle PTS \cong \angle QTR$	1) زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ.
2) $\angle PSQ \cong \angle QRP$	2) زاويتانِ متناظرتانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ.
3) $\overline{PS} \cong \overline{QR}$	3) معطًى.
4) $\triangle QTR \cong \triangle PTS$	4) AAS
5) $\overline{PT} \cong \overline{QT}$	5) ضلعانِ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ.
6) $\triangle QPT$ متطابقُ الضلعَينِ	6) تعريفُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ.

أتحققُ من فهمي:

بلياردو: تُرتَّبُ كراتُ البلياردو على شـكلِ مثلثٍ متطابقِ الأضلاعِ كما في الشكلِ المجاورِ؛ لأنَّ شـكلَ المثلثِ قادرٌ على نقلِ الطاقةِ الحركيةِ مِنَ الكرةِ الأولى فـي الواجهةِ إلى غيرِها مِنَ الكراتِ، فتتحرّكُ كلُّها مِنْ ضربةٍ واحدةٍ. أجدُ قيمةَ المتغيرِ x. $x = 8$

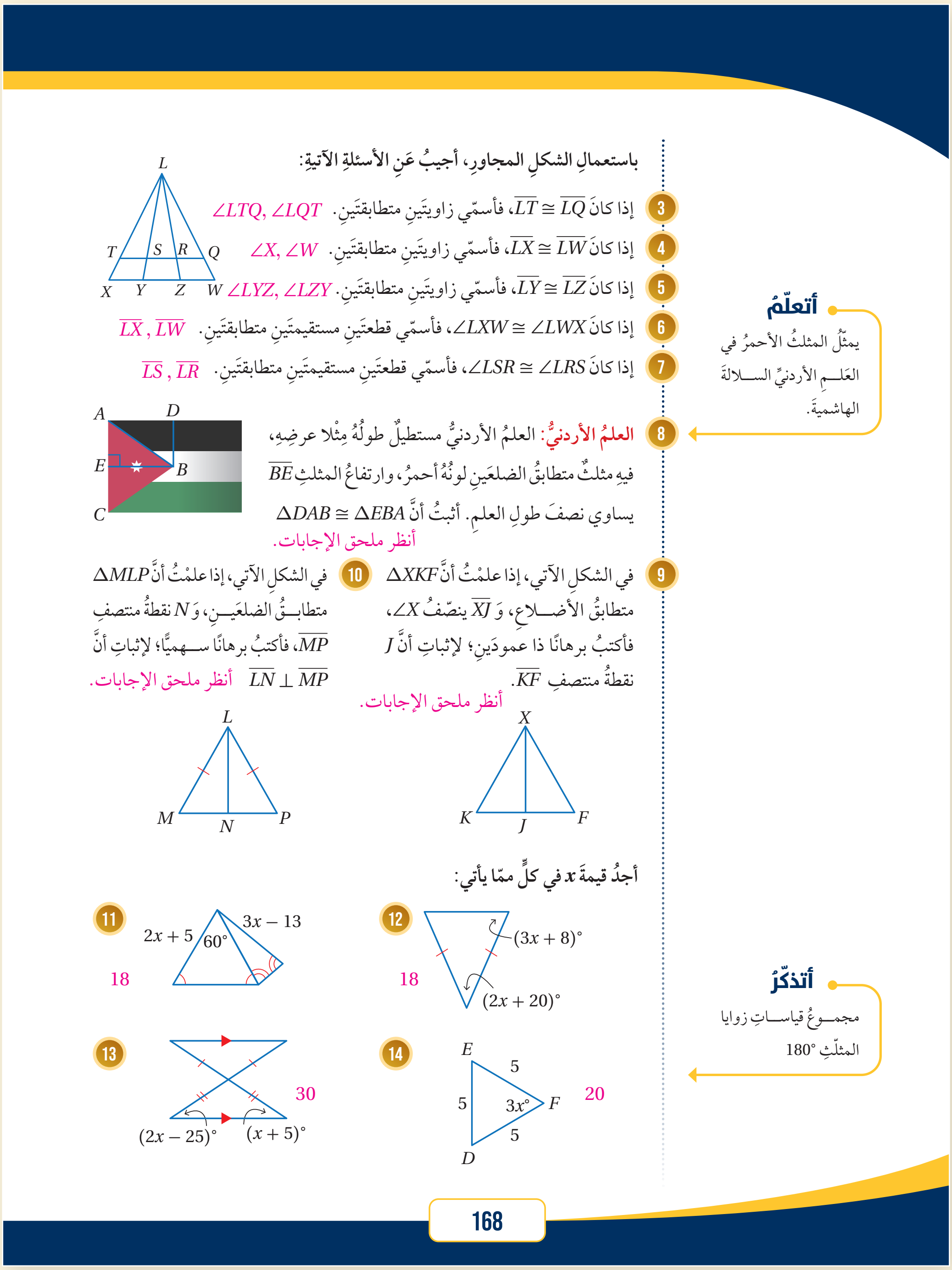
أتدرب وأحل المسائل

باستعمالِ الشكلِ المجاورِ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

① إذا كانَ $\overline{AH} \cong \overline{AD}$، فأسمّي زاويتَينِ متطابقتَينِ. $\angle ADH , \angle AHD$

② إذا كانَ $\angle BHD \cong \angle BDH$، فأسمّي قطعتَينِ مستقيمتَينِ متطابقتَينِ. $\overline{BD} , \overline{BH}$

167



باستعمالِ الشكلِ المجاورِ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

3 إذا كانَ $\overline{LQ} \cong \overline{LT}$، فأسمّي زاويتَينِ متطابقتَينِ. $\angle LTQ, \angle LQT$

4 إذا كانَ $\overline{LW} \cong \overline{LX}$، فأسمّي زاويتَينِ متطابقتَينِ. $\angle X, \angle W$

5 إذا كانَ $\overline{LZ} \cong \overline{LY}$، فأسمّي زاويتَينِ متطابقتَينِ. $\angle LYZ, \angle LZY$

6 إذا كانَ $\angle LWX \cong \angle LXW$، فأسمّي قطعتَينِ مستقيمتَينِ متطابقتَينِ. $\overline{LX}, \overline{LW}$

7 إذا كانَ $\angle LRS \cong \angle LSR$، فأسمّي قطعتَينِ مستقيمتَينِ متطابقتَينِ. $\overline{LS}, \overline{LR}$

8 **العلمُ الأردنيُّ:** العلمُ الأردنيُّ مستطيلٌ طولُهُ مِثْلا عرضِهِ، فيهِ مثلثٌ متطابقُ الضلعَينِ لونُهُ أحمرُ، وارتفاعُ المثلثِ $\overline{BE}$ يساوي نصفَ طولِ العلمِ. أثبتُ أنَّ $\Delta DAB \cong \Delta EBA$

أنظر ملحق الإجابات.

9 في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ ΔXKF متطابقُ الأضلاعِ، وَ $\overline{XJ}$ ينصّفُ $\angle X$، فأكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لإثباتِ أنَّ J نقطةُ منتصفِ $\overline{KF}$.

أنظر ملحق الإجابات.

10 في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ ΔMLP متطابقُ الضلعَينِ، وَ N نقطةُ منتصفِ $\overline{MP}$، فأكتبُ برهانًا سهميًّا؛ لإثباتِ أنَّ $\overline{LN} \perp \overline{MP}$

أنظر ملحق الإجابات.

أجدُ قيمةَ x في كلٍّ ممّا يأتي:

11 18

12 18

13 30

14 20

أتعلّمُ

يمثّلُ المثلثُ الأحمرُ في العَلَمِ الأردنيِّ السلالةَ الهاشميةَ.

أتذكّرُ

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلّثِ 180°

المفاهيم العابرة للمواد

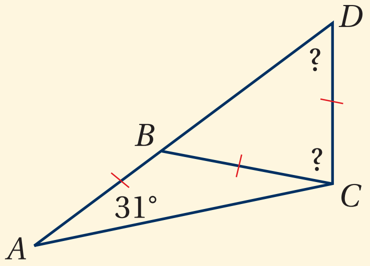
أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب وكتاب التمارين. ففي السؤال رقم 8 أعزز الوعي الوطني لدى الطلبة عن طريق ربط ألوان العلم الأردني بدلالاته التاريخية.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

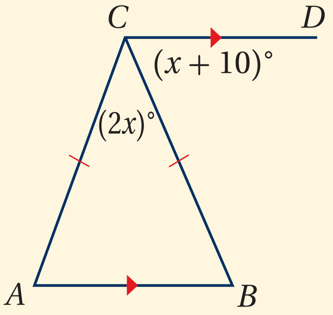
- أطلب إلى الطلبة حل السؤالين الإثرائيين الآتيين:

1 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإيجاد قياس كل من $\angle CDB$ و $\angle BCD$، وأبرّر إجابتي.



$m\angle CDB = 62°, m\angle BCD = 56°$

2 في الشكل الآتي إذا علمت أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$؛ فأجد قياسات زوايا ΔABC



$m\angle ABC = 50°, m\angle BAC = 50°,$

$m\angle ACB = 80°$

نشاط التكنولوجيا:

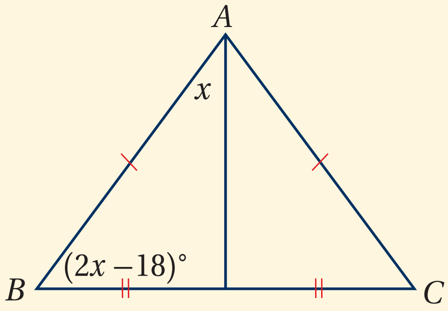
- أوجّه الطّلبة إلى استخدام برمجية جيوجبرا لرسم مثلث رؤوسه $A(1, 5), B(4, 1), C(-2, 1)$ ثم أطلب إليهم الآتي:
  - » إيجاد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.
  - » إيجاد قياس زوايا المثلث باستعمال الأداة Angle
  - » تحديد نوع المثلث الناتج.
  - » تحديد رأس المثلث الناتج وساقيه وقاعدته.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطّلبة تنفيذ الخطوتين 1 و2 من خطوات المشروع.
- أذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أُوجِّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » أعتمد المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، وأجد قياسات زوايا ΔABC



$m\angle A = 72°, m\angle B = 54°, m\angle C = 54°$

الوحدةُ 4

حقيبةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ تصميمًا لحقيبةٍ قُماشيةٍ:

15 أثبتُ أنَّ $\Delta ABE \cong \Delta DCE$ أنظر ملحق الإجابات.

16 أسمّي المثلثاتِ المتطابقةَ الضلعَينِ في الحقيبةِ. $\Delta BEC, \Delta AED$

17 أسمّي ثلاثَ زوايا تتطابقُ مَعَ $\angle EAD$

$\angle EDA, \angle ECB, \angle CBE$

أجدُ قيمةَ x وَ y في كلٍّ ممّا يأتي:

18 $x = 60, y = 60$

19 $x = 7, y = 4$

أتذكّر

مجموعُ قياساتِ الزّوايا على مستقيمٍ يساوي 180°

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ الواجهةَ الأماميةَ لمنزلٍ على شكلِ مثلثَينِ متطابقَيِ الضلعَينِ رأساهُما U وَ V حيثُ $\Delta WUX \cong \Delta XVY$:

20 أسمّي زاويتَينِ متطابقتَينِ مَعَ $\angle WUX$، مبررًا إجابتي. $\angle UXV, \angle XVY$

التبرير: زاويتين متناظرتين في مثلثين متطابقين.

21 أجدُ المسافةَ بَيْنَ الرأسَينِ U وَ V، مبررًا إجابتي.

المسافة 8 m، المسافة بينهما هي مجموع طولي نصفي القاعدتين WX, XY.

إرشادٌ

أبدأُ بإيجادِ قياساتِ الزّوايا مِنَ المثلّثِ الداخليِّ FCG

22 **تَحدٍّ:** في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ ΔABC متطابقُ الضلعَينِ، وَ ΔDCE متطابقُ الأضلاعِ، وَ ΔFCG متطابقُ الضلعَينِ، فأجدُ قياساتِ الزوايا 1 وَ 2 وَ 3 وَ 4 وَ 5.

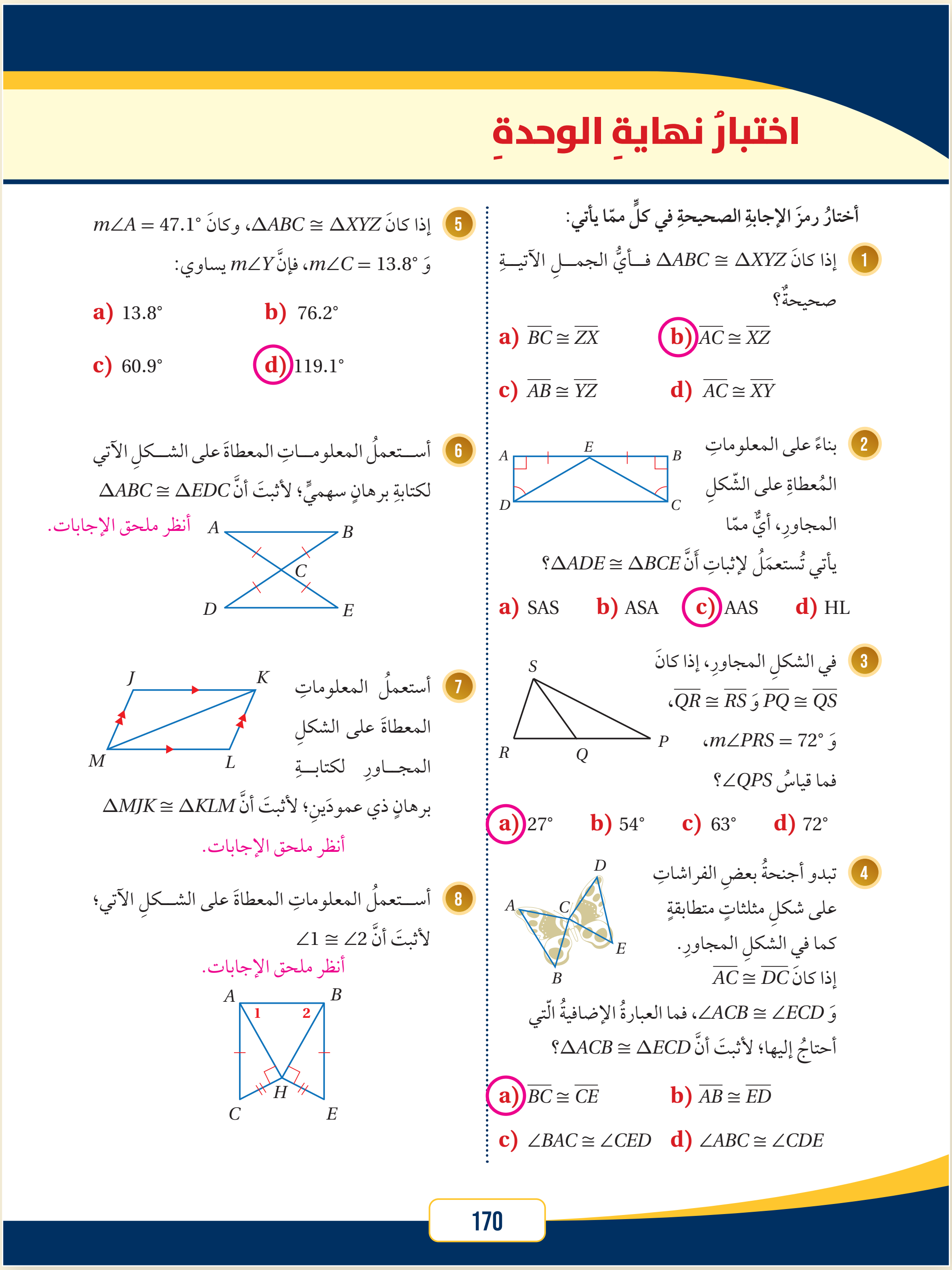
$m\angle 1 = m\angle 5 = 18°, m\angle 2 = m\angle 4 = 17°, m\angle 3 = 26°$

23 **أكتبُ** كيفَ أثبتُ أنَّ قياسَ كلِّ زاويةٍ مِنْ زوايا المثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ 60°؟

أنظر إجابات الطلبة.

169

إرشــاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق الإرشاد الوارد في هامش سـؤال 22 (تحدٍّ)؛ لما له من أهمية في مساعدتهم على حل الأسئلة.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ فأيُّ الجملِ الآتيةِ صحيحةٌ؟

a) $\overline{BC} \cong \overline{ZX}$ [✓ b)] $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$

c) $\overline{AB} \cong \overline{YZ}$ d) $\overline{AC} \cong \overline{XY}$

2 بناءً على المعلوماتِ المُعطاةِ على الشّكلِ المجاورِ، أيٌّ ممّا يأتي تُستعمَلُ لإثباتِ أنَّ $\Delta ADE \cong \Delta BCE$؟

a) SAS b) ASA [✓ c)] AAS d) HL

3 في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ وَ $\overline{PQ} \cong \overline{QS}$، وَ $m\angle PRS = 72°$، فما قياسُ $\angle QPS$؟

[✓ a)] 27° b) 54° c) 63° d) 72°

4 تبدو أجنحةُ بعضِ الفراشاتِ على شكلِ مثلثاتٍ متطابقةٍ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ $\overline{AC} \cong \overline{DC}$ وَ $\angle ACB \cong \angle ECD$، فما العبارةُ الإضافيةُ الّتي أحتاجُ إليها؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ACB \cong \Delta ECD$؟

[✓ a)] $\overline{BC} \cong \overline{CE}$ b) $\overline{AB} \cong \overline{ED}$

c) $\angle BAC \cong \angle CED$ d) $\angle ABC \cong \angle CDE$

5 إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$، وكانَ $m\angle A = 47.1°$ وَ $m\angle C = 13.8°$، فإنَّ $m\angle Y$ يساوي:

a) 13.8° b) 76.2°

c) 60.9° [✓ d)] 119.1°

6 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

أنظر ملحق الإجابات.

7 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ المجاورِ لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta MJK \cong \Delta KLM$

أنظر ملحق الإجابات.

8 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ الآتي؛ لأثبتَ أنَّ $\angle 1 \cong \angle 2$

أنظر ملحق الإجابات.

170

اختبار نهاية الوحدة:

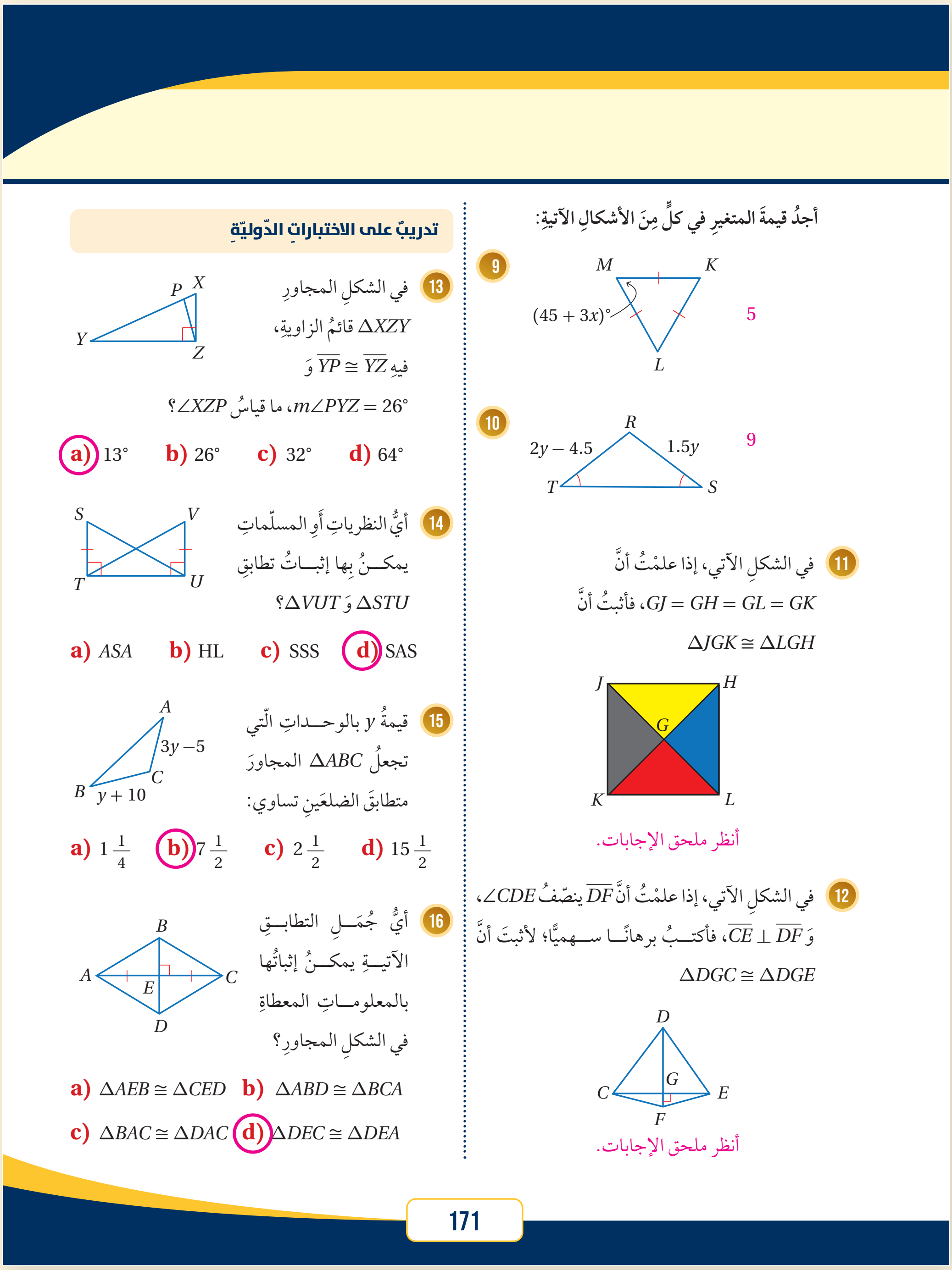
- أوجّه الطلبة إلى (**اختبار نهاية الوحدة**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (7 – 1) فرديًّا.
- أختار بعض الإجابات غير الصحيحة، وأناقشها مع الصف، وأبيّن الخطأ، وأقدّم الصواب.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حل المسائل (12 – 8)، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدّد المسائل التي واجهوا صعوبة في حلها لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 1 أذكّر الطلبة بإمكانية تحديد الرؤوس المتناظرة في المثلثات المتطابقة من خلال تسميتها.
- في السؤال 7 أذكّر الطلبة بخصائص متوازي الأضلاع، ودلالة الأسهم على أضلاع الشكل.
- في السؤال 9 ألفت انتباه الطلبة إلى أن المثلث متطابق الأضلاع، وهذا يعني أن قياس كل زاوية من زواياه 60°

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حل الأسـئلة فـي بنـد (**تدريب على الاختبـارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقشـهم فـي إجاباتها على اللوح.
- أحفّز الطلبة على الاهتمام بحل هذه الأسئلة ومثيلاتها، والمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدّيـة، وأحـرص على تضميـن اختباراتي المدرسـية نماذج مماثلة لهذه الأسئلة.



أجدُ قيمةَ المتغيرِ في كلٍّ مِنَ الأشكالِ الآتيةِ:

⑨ 5

⑩ 9

⑪ في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ $GJ = GH = GL = GK$، فأثبتُ أنَّ $\Delta JGK \cong \Delta LGH$

أنظر ملحق الإجابات.

⑫ في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{DF}$ ينصّفُ $\angle CDE$، وَ $\overline{DF} \perp \overline{CE}$، فأكتـبُ برهانًـا سـهميًّا؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta DGC \cong \Delta DGE$

أنظر ملحق الإجابات.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

⑬ في الشكلِ المجاورِ ΔXZY قائمُ الزاويةِ، فيهِ $\overline{YZ} \cong \overline{YP}$ وَ $m\angle PYZ = 26°$، ما قياسُ $\angle XZP$؟

[✓ a)] 13° b) 26° c) 32° d) 64°

⑭ أيُّ النظرياتِ أَوِ المسلّماتِ يمكـنُ بِها إثبـاتُ تطابقِ ΔSTU وَ ΔVUT؟

a) ASA b) HL c) SSS [✓ d)] SAS

⑮ قيمةُ y بالوحـداتِ الّتي تجعلُ ΔABC المجاورَ متطابقَ الضلعَينِ تساوي:

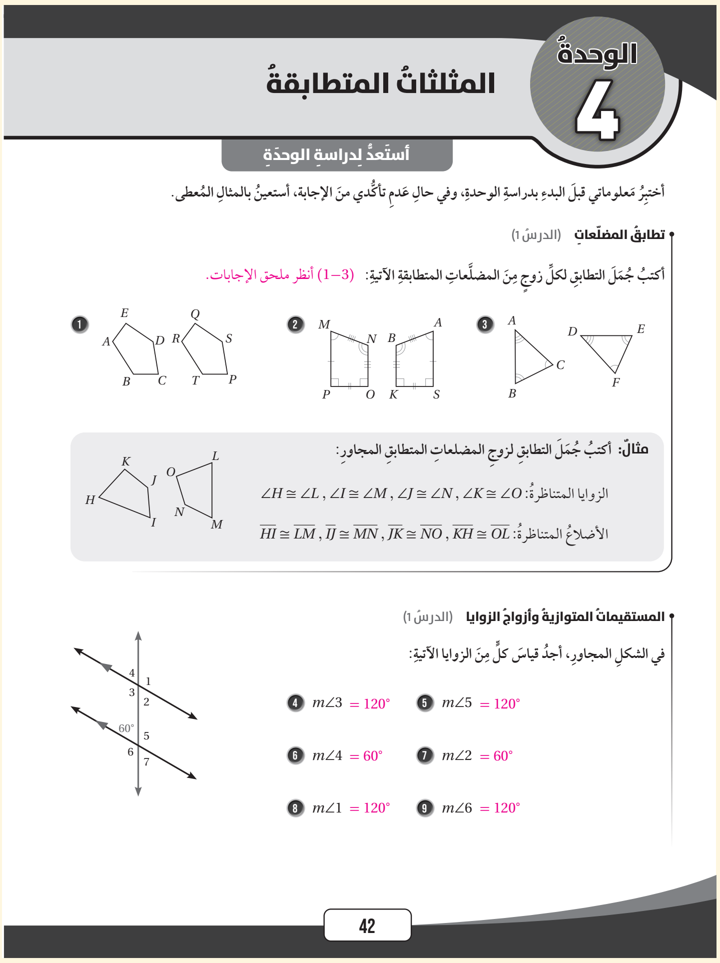
a) $1\frac{1}{4}$ [✓ b)] $7\frac{1}{2}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) $15\frac{1}{2}$

⑯ أيُّ جُمَـلِ التطابـقِ الآتيـةِ يمكـنُ إثباتُها بالمعلومـاتِ المعطاةِ في الشكلِ المجاورِ؟

a) $\Delta AEB \cong \Delta CED$ b) $\Delta ABD \cong \Delta BCA$

c) $\Delta BAC \cong \Delta DAC$ [✓ d)] $\Delta DEC \cong \Delta DEA$

كتاب التمارين



الوحدةُ 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

تطابقُ المضلّعاتِ (الدرسُ 1)

أكتبُ جُمَلَ التطابقِ لكلِّ زوجٍ مِنَ المضلَّعاتِ المتطابقةِ الآتيةِ: (1–3) أنظر ملحق الإجابات.

مثالٌ: أكتبُ جُمَلَ التطابقِ لزوجِ المضلعاتِ المتطابقِ المجاورِ:

الزوايا المتناظرةُ: $\angle H \cong \angle L , \angle I \cong \angle M , \angle J \cong \angle N , \angle K \cong \angle O$

الأضلاعُ المتناظرةُ: $\overline{HI} \cong \overline{LM} , \overline{IJ} \cong \overline{MN} , \overline{JK} \cong \overline{NO} , \overline{KH} \cong \overline{OL}$

المستقيماتُ المتوازيةُ وأزواجُ الزوايا (الدرسُ 1)

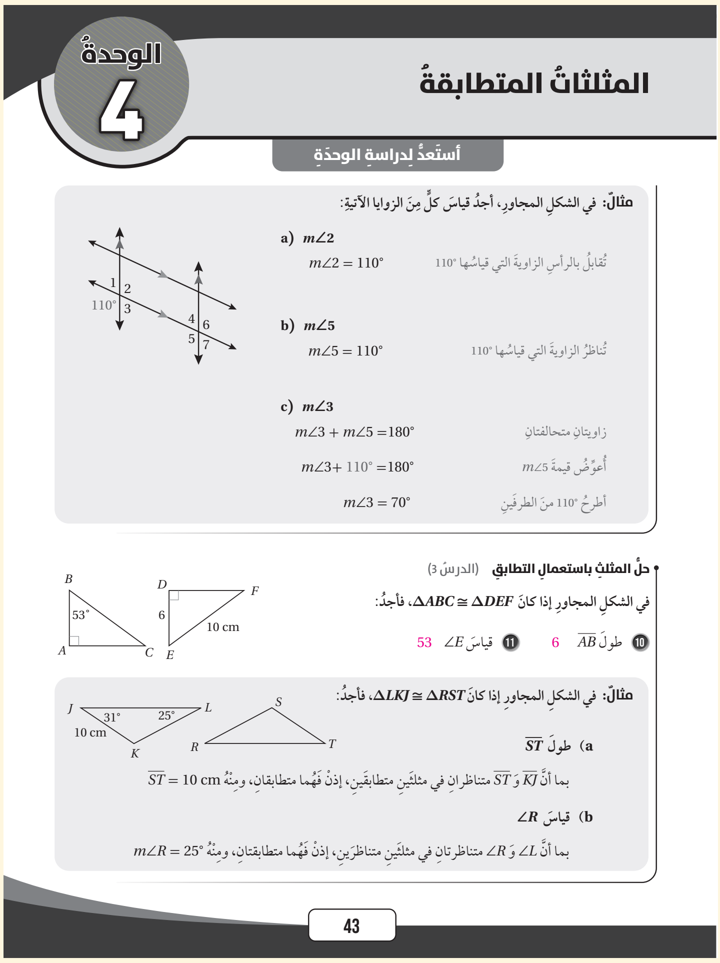
في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ مِنَ الزوايا الآتيةِ:

④ $m\angle 3 = 120°$ ⑤ $m\angle 5 = 120°$

⑥ $m\angle 4 = 60°$ ⑦ $m\angle 2 = 60°$

⑧ $m\angle 1 = 120°$ ⑨ $m\angle 6 = 120°$

42



الوحدةُ 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ مِنَ الزوايا الآتيةِ:

a) $m\angle 2$

$m\angle 2 = 110°$ تُقابِلُ بالرأسِ الزاويةَ التي قياسُها 110°

b) $m\angle 5$

$m\angle 5 = 110°$ تُناظِرُ الزاويةَ التي قياسُها 110°

c) $m\angle 3$

$m\angle 3 + m\angle 5 = 180°$ زاويتانِ متحالفتانِ

$m\angle 3 + 110° = 180°$ أُعوِّضُ قيمةَ $m\angle 5$

$m\angle 3 = 70°$ أطرحُ 110° منَ الطرفَينِ

حلُّ المثلثِ باستعمالِ التطابقِ (الدرسُ 3)

في الشكلِ المجاورِ إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$، فأجدُ:

⑩ طولَ $\overline{AB}$ 6 ⑪ قياسَ $\angle E$ 53

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ إذا كانَ $\Delta LKJ \cong \Delta RST$، فأجدُ:

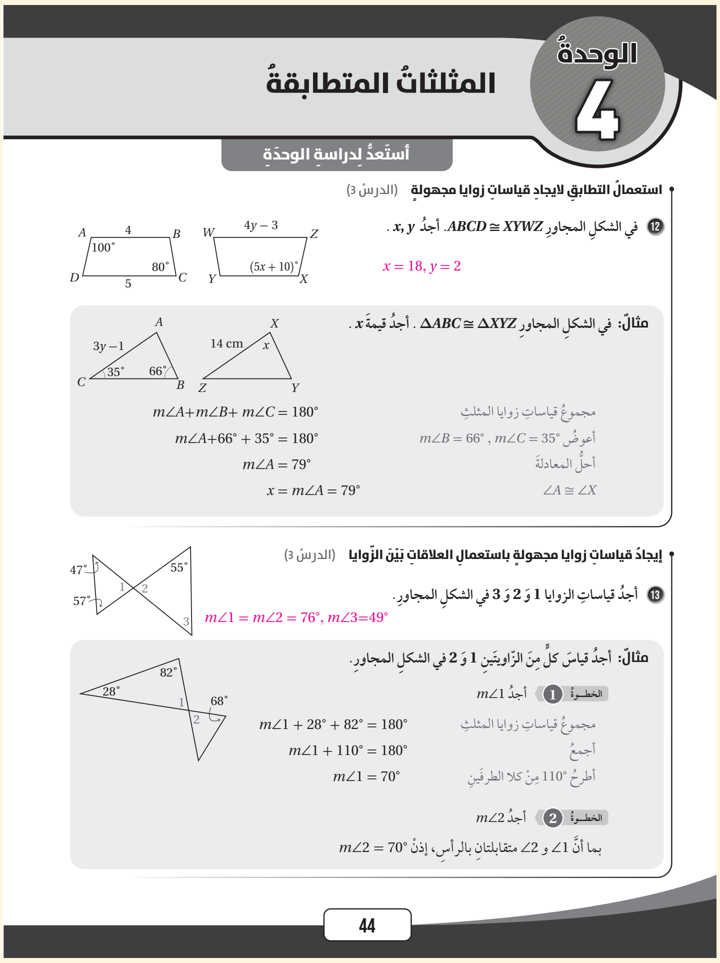
a) طولَ $\overline{ST}$

بما أنَّ $\overline{KJ}$ وَ $\overline{ST}$ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ، إذنْ فَهُما متطابقانِ، ومِنْهُ $\overline{ST} = 10$ cm

b) قياسَ $\angle R$

بما أنَّ $\angle L$ وَ $\angle R$ متناظرتانِ في مثلثَينِ متناظرَينِ، إذنْ فَهُما متطابقتانِ، ومِنْهُ $m\angle R = 25°$

43



الوحدةُ 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

استعمالُ التطابقِ لايجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ (الدرسُ 3)

⑫ في الشكلِ المجاورِ $ABCD \cong XYWZ$. أجدُ x, y .

$x = 18, y = 2$

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$. أجدُ قيمةَ x .

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$ مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ

$m\angle A + 66° + 35° = 180°$ أعوضُ $m\angle B = 66° , m\angle C = 35°$

$m\angle A = 79°$ أحلُّ المعادلةَ

$x = m\angle A = 79°$ $\angle A \cong \angle X$

إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ العلاقاتِ بَيْنَ الزّوايا (الدرسُ 3)

⑬ أجدُ قياساتِ الزوايا 1 وَ 2 وَ 3 في الشكلِ المجاورِ.

$m\angle 1 = m\angle 2 = 76°, m\angle 3=49°$

مثالٌ: أجدُ قياسَ كلٍّ مِنَ الزّاويتَينِ 1 وَ 2 في الشكلِ المجاورِ.

الخطـوةُ 1 أجدُ $m\angle 1$

$m\angle 1 + 28° + 82° = 180°$ مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ

$m\angle 1 + 110° = 180°$ أجمعُ

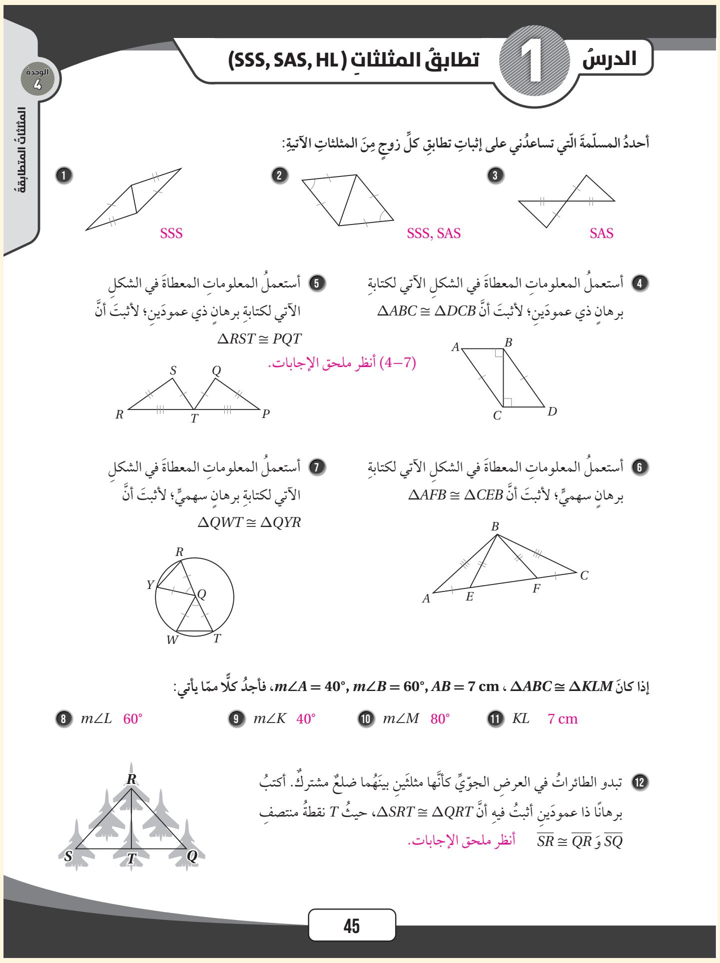
$m\angle 1 = 70°$ أطرحُ 110° مِنْ كلا الطرفَينِ

الخطـوةُ 2 أجدُ $m\angle 2$

بما أنَّ $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتانِ بالرأسِ، إذنْ $m\angle 2 = 70°$

44

كتاب التمارين



الوحدة 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

الدرسُ 1 تطابقُ المثلثاتِ (SSS, SAS, HL)

أحددُ المسلّمةَ الّتي تساعدُني على إثباتِ تطابقِ كلِّ زوجٍ مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ:

① SSS

② SSS, SAS

③ SAS

④ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

⑤ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta RST \cong PQT$

(4–7) أنظر ملحق الإجابات.

⑥ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta AFB \cong \Delta CEB$

⑦ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta QWT \cong \Delta QYR$

إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta KLM$ ، $m\angle A = 40°, m\angle B = 60°, AB = 7$ cm، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

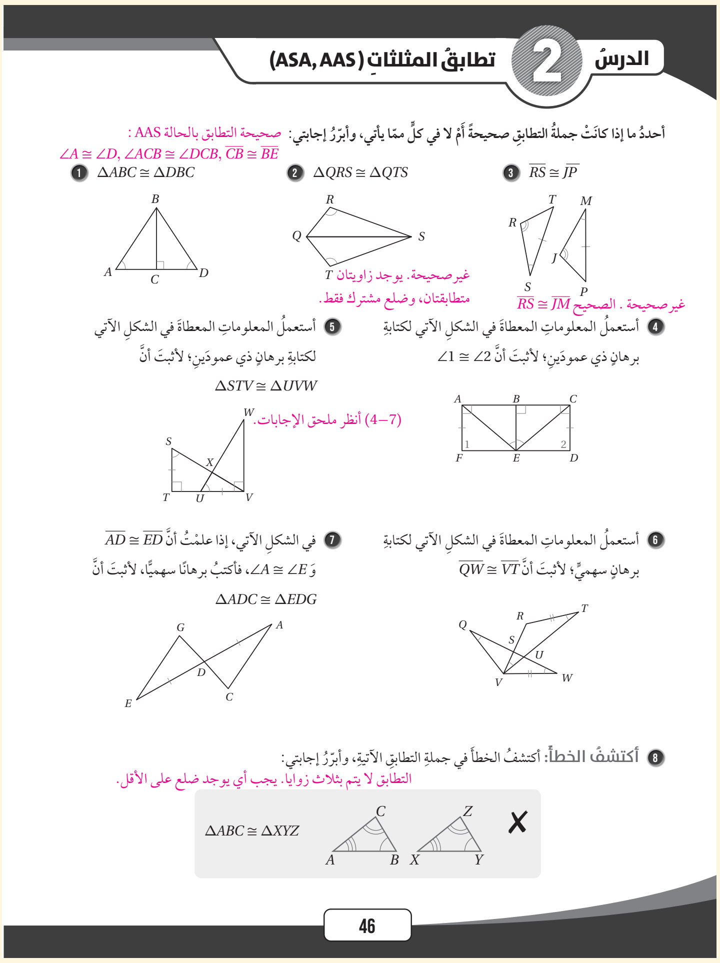
⑧ $m\angle L$ 60°

⑨ $m\angle K$ 40°

⑩ $m\angle M$ 80°

⑪ KL 7 cm

⑫ تبدو الطائراتُ في العرضِ الجوّيِّ كأنَّها مثلثَينِ بينَهُما ضلعٌ مشتركٌ. أكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ أثبتُ فيهِ أنَّ $\Delta SRT \cong \Delta QRT$، حيثُ T نقطةُ منتصفِ $\overline{SQ}$ وَ $\overline{SR} \cong \overline{QR}$ أنظر ملحق الإجابات.



الدرسُ 2 تطابقُ المثلثاتِ (ASA, AAS)

أحددُ ما إذا كانَتْ جملةُ التطابقِ صحيحةً أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي، وأبرّرُ إجابتي: صحيحة التطابق بالحالة AAS :
$\angle A \cong \angle D, \angle ACB \cong \angle DCB, \overline{CB} \cong \overline{BE}$

① $\Delta ABC \cong \Delta DBC$

② $\Delta QRS \cong \Delta QTS$ غير صحيحة. يوجد زاويتان متطابقتان، وضلع مشترك فقط.

③ $\overline{RS} \cong \overline{JP}$ غير صحيحة . الصحيح $\overline{RS} \cong \overline{JM}$

④ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\angle 2 \cong \angle 1$

⑤ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta STV \cong \Delta UVW$

(4–7) أنظر ملحق الإجابات.

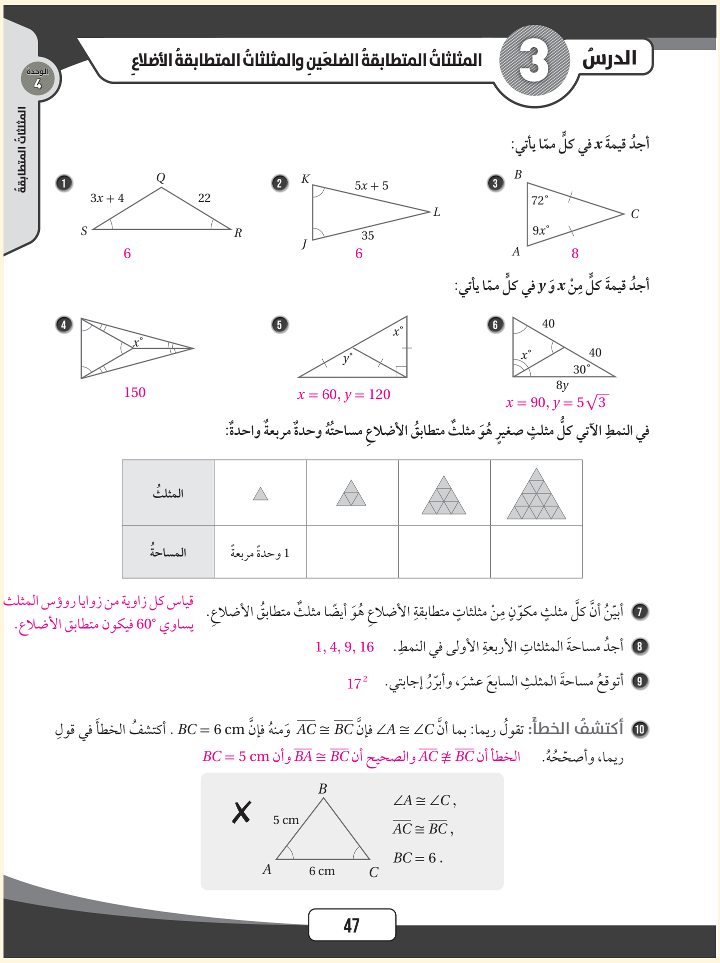
⑥ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{QW} \cong \overline{VT}$

⑦ في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ $\overline{AD} \cong \overline{ED}$ وَ $\angle A \cong \angle E$، فأكتبُ برهانًا سهميًّا، لأثبتَ أنَّ $\Delta ADC \cong \Delta EDG$

⑧ **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في جملةِ التطابقِ الآتيةِ، وأبرّرُ إجابتي:

التطابق لا يتم بثلاث زوايا. يجب أي يوجد ضلع على الأقل.

✗ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$



الوحدة 4

المثلثاتُ المتطابقةُ

الدرسُ 3 المثلثاتُ المتطابقةُ الضلعَينِ والمثلثاتُ المتطابقةُ الأضلاعِ

أجدُ قيمةَ x في كلٍّ ممّا يأتي:

① 6

② 6

③ 8

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في كلٍّ ممّا يأتي:

④ 150

⑤ $x = 60, y = 120$

⑥ $x = 90, y = 5\sqrt{3}$

في النمطِ الآتي كلُّ مثلثٍ صغيرٍ هُوَ مثلثٌ متطابقُ الأضلاعِ مساحتُهُ وحدةٌ مربعةٌ واحدةٌ:

المثلثُ	▲			
المساحةُ	1 وحدةً مربعةً			

⑦ أبيّنُ أنَّ كلَّ مثلثٍ مكوّنٍ مِنْ مثلثاتٍ متطابقةِ الأضلاعِ هُوَ أيضًا مثلثٌ متطابقُ الأضلاعِ. قياس كل زاوية من زوايا روؤس المثلث يساوي 60° فيكون متطابق الأضلاع.

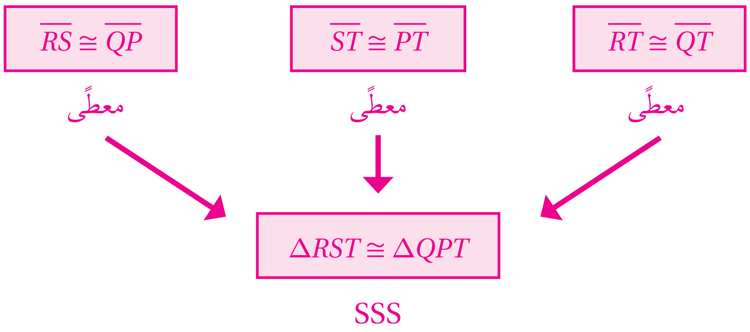
⑧ أجدُ مساحةَ المثلثاتِ الأربعةِ الأولى في النمطِ. 1, 4, 9, 16

⑨ أتوقعُ مساحةَ المثلثِ السابعَ عشرَ، وأبرّرُ إجابتي. 17^2

⑩ **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ ريما: بما أنَّ $\angle A \cong \angle C$ فإنَّ $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ وَمنهُ فإنَّ $BC = 6$ cm . أكتشفُ الخطأَ في قولِ ريما، وأصحّحُهُ. الخطأ أن $\overline{AC} \ncong \overline{BC}$ والصحيح أن $\overline{BA} \cong \overline{BC}$ وأن $BC = 5$ cm

✗ 5 cm 6 cm $\angle A \cong \angle C$, $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, $BC = 6$.

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 1):



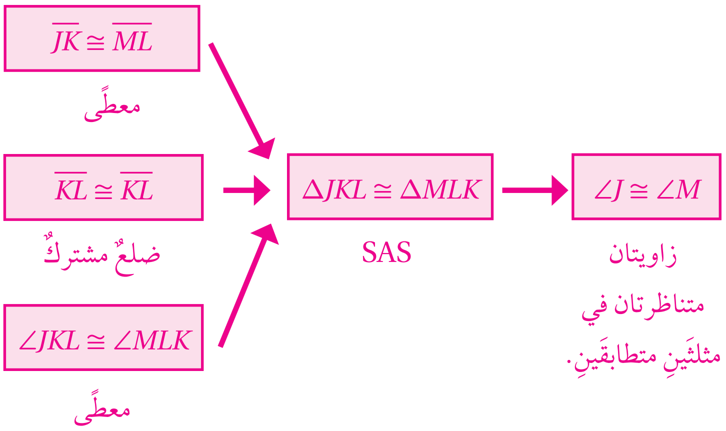
الدرس 1 (أتحقق من فهمي 2):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{BE} \cong \overline{CE}$	1) معطًى
2) $\angle BEA \cong \angle CED$	2) زاويتان متقابلتان بالرأس
3) $\overline{AE} \cong \overline{DE}$	3) معطى
4) $\Delta ABE \cong \Delta DCE$	4) SAS

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 3):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1) الانسحاب يحافظ على الطول
2) $\overline{BC} \cong \overline{DE}$	2) الانسحاب يحافظ على الطول
3) $\overline{AC} \cong \overline{CE}$	3) الانسحاب يحافظ على الطول
4) $\Delta ABC \cong \Delta CDE$	4) SSS

الدرس 1 (أتحقق من فهمي 4):



الدرس 1 (أتحقق من فهمي 5):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AC} \cong \overline{DB}$	1) معطى
2) $\angle ABC, \angle DCB$ زاويتان قائمتان	2) معطى
3) $\Delta ABC, \Delta DCB$ مثلثان قائما الزاوية	3) تعريف المثلث القائم الزاوية
4) $\overline{BC} \cong \overline{BC}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$	5) HL

الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

1) متطابقان

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AB} \cong \overline{DE}$	1) معطى
2) $\overline{BC} \cong \overline{EF}$	2) معطى
3) $\overline{AC} \cong \overline{DF}$	3) معطى
4) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$	4) SSS

2) متطابقان

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AC} \cong \overline{EF}$	1) معطى
2) $\angle ACB, \angle EFD$	2) معطى
3) $\overline{CB} \cong \overline{FD}$	3) معطى
4) $\Delta ACB \cong \Delta EFD$	4) SAS

3) متطابقان

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AB} \cong \overline{DB}$	1) معطى
2) $\overline{AC} \cong \overline{DC}$	2) معطى
3) $\overline{BC} \cong \overline{BC}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta ABC \cong \Delta DBC$	4) SSS

4) متطابقان

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{FE} \cong \overline{FG}$	1) معطى
2) $\overline{ED} \cong \overline{GD}$	2) معطى
3) $\overline{FD} \cong \overline{FD}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta FED \cong \Delta FGD$	4) SSS

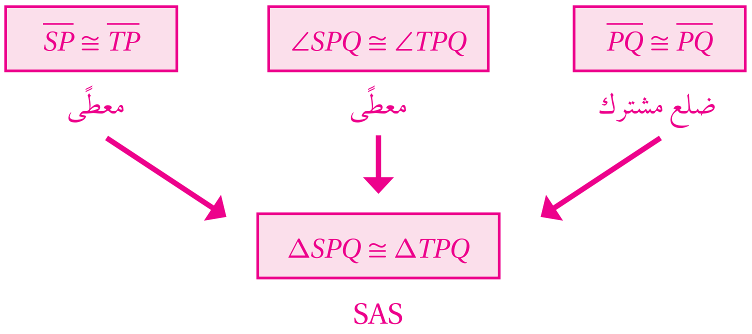
5)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1) معطى
2) $\angle B, \angle D$ زاويتان قائمتان	2) معطى
3) $\Delta ABC, \Delta CDA$ مثلثان قائما الزاوية	3) تعريف المثلث القائم الزاوية
4) $\overline{AC} \cong \overline{AC}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta ABC \cong \Delta CDA$	5) HL

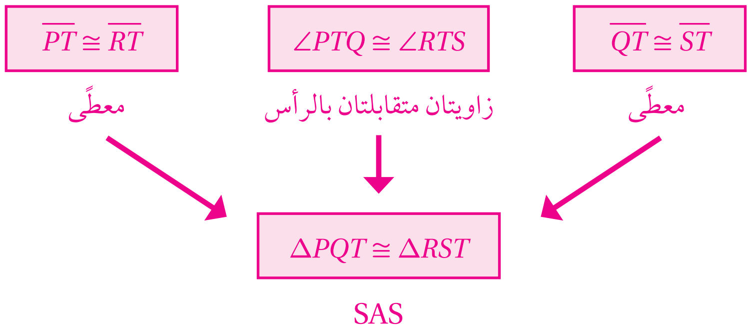
6)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{NP} \cong \overline{RS}$	1) معطى
2) $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$	2) معطى
3) $\overline{NQ} \cong \overline{RT}$	3) معطى
4) $\Delta NPQ \cong \Delta RST$	4) SSS

7)



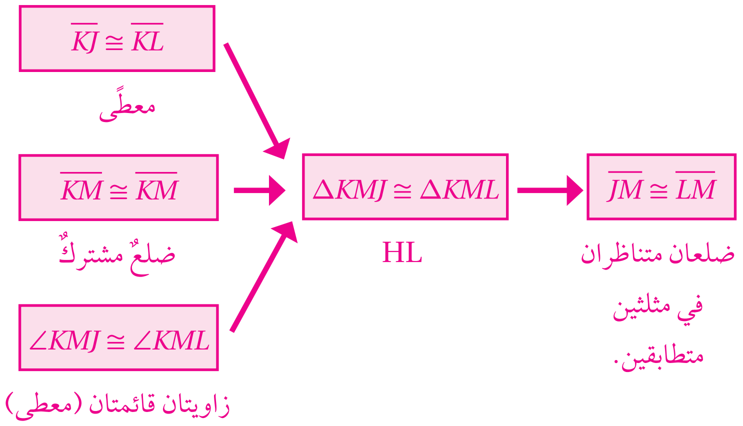
8)



9)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{CA} \cong \overline{CD}$	1) معطى
2) $\overline{AB} \cong \overline{DB}$	2) معطى
3) $\overline{CB} \cong \overline{CB}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta CAB \cong \Delta CDB$	4) SSS
5) $\angle A \cong \angle D$	5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين

10)



11)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$	1) معطى
2) $\angle ADB, \angle CDB$ زاويتان قائمتان	2) CDB معطى، الزاويتان متجاورتان على خط مستقيم
3) $\Delta ABD, \Delta CBD$ مثلثان قائما الزاوية	3) تعريف المثلث القائم الزاوية
4) $\overline{BD} \cong \overline{BD}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$	5) HL

12) نعم؛ لأن كل مثلثين منهما يتطابقان بالحالة HL.

13)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AD} \cong \overline{AB} \cong \overline{AC}$	1) معطى
2) $\angle AED, \angle AEB, \angle AEC$ زوايا قائمة	2) معطى
3) $\Delta AED, \Delta AEB, \Delta AEC$ مثلثات قائمة الزاوية	3) تعريف المثلث القائم الزاوية
4) $\overline{AE} \cong \overline{AE} \cong \overline{AE}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta AED \cong \Delta AEB \cong \Delta AEC$	5) HL

14)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{RS} \cong \overline{RU}$	1) نصفا قطرين في دائرة واحدة
2) $\angle SRT \cong \angle URT$	2) معطى
3) $\overline{TR} \cong \overline{TR}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta TRS \cong \Delta TRU$	4) SAS

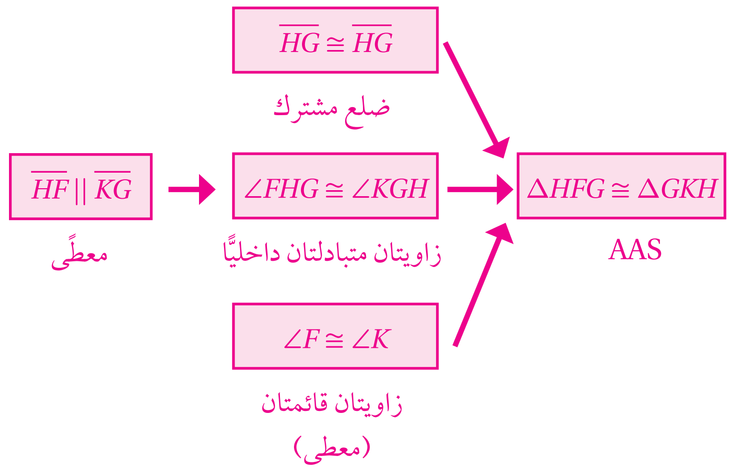
15)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AH} \cong \overline{HF} \cong \overline{BD} \cong \overline{DE}$	1) معطى
2) $AF = AH+HF,$ $EB = ED+DB$	2) معطى بالرسم
3) $\overline{AF} \cong \overline{EB}$	3) القطع المستقيمة المكونة لهما متطابقة
4) $\overline{AC} \cong \overline{EG}$	4) السبب السابق
5) $\angle C, \angle G$ زاويتان قائمتان	5) معطى
6) $\Delta ACF, \Delta EGB$ مثلثان قائما الزاوية	6) تعريف المثلث القائم الزاوية
7) $\Delta ACF \cong \Delta EGB$	7) HL

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 1):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle UXV \cong \angle WXV$	1) معطى
2) $\angle XVU \cong \angle XVW$ زوايتان قائمتان	2) معطى
3) $\overline{XV} \cong \overline{XV}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta UXV \cong \Delta WXV$	4) ASA

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 2):



الدرس 2 (أتحقق من فهمي 3):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{CA} \cong \overline{CD}$	1) معطى
2) $\angle ABC \cong \angle DEC$	2) معطى
3) $\angle C \cong \angle C$	3) زاوية مشتركة
4) $\Delta ACB \cong \Delta DCE$	4) AAS
5) $\overline{AB} \cong \overline{DE}$	5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

الدرس 2 (أتحقق من فهمي 4):

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle KLN \cong \angle KJN$	1) معطى
2) $\overline{JN} \cong \overline{LN}$ ، N منتصف $\overline{JL}$	2) معطى
3) $\angle KNL \cong \angle KNJ$ زاويتان قائمتان	3) $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ معطى
4) $\Delta KLN \cong \Delta KJN$	4) ASA
5) $\overline{KJ} \cong \overline{KL}$	5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

1) لا يمكن الإثبات. يجب أن يتطابق ضلع في المثلث الأول وضلع في المثلث الثاني الأقل.

2) يمكن الإثبات بالحالة AAS . تتطابق زاويتان وضلع في $\triangle JKL$ مع نظرائها في المثلث $\triangle NML$

3) لا يمكن الإثبات. الزاوية غير محصورة بين الضلعين.

4)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle QPR \cong \angle SPR$	1) $\overline{PR}$ ينصف $\angle QPS$ (معطى)
2) $\overline{PR} \cong \overline{PR}$	2) ضلع مشترك
3) $\angle QRP \cong \angle SRP$	3) معطى
4) $\triangle QRP \cong \triangle SRP$	4) ASA

5)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle ADB \cong \angle ADC$	1) معطى
2) $\overline{DB} \cong \overline{DC}$	2) معطى
3) $\angle ABD \cong \angle ACD$	3) معطى
4) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	4) ASA

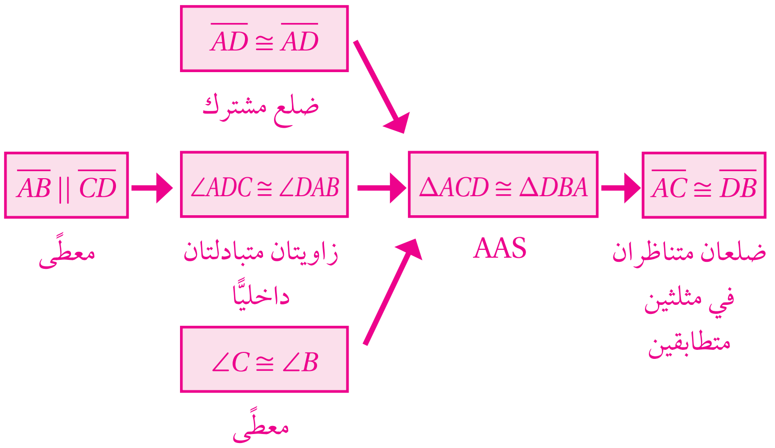
6)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle A \cong \angle Q$	1) معطى
2) $\angle B \cong \angle R$	2) معطى
3) $\overline{AC} \cong \overline{QS}$	3) معطى
4) $\triangle ABC \cong \triangle QRS$	4) AAS

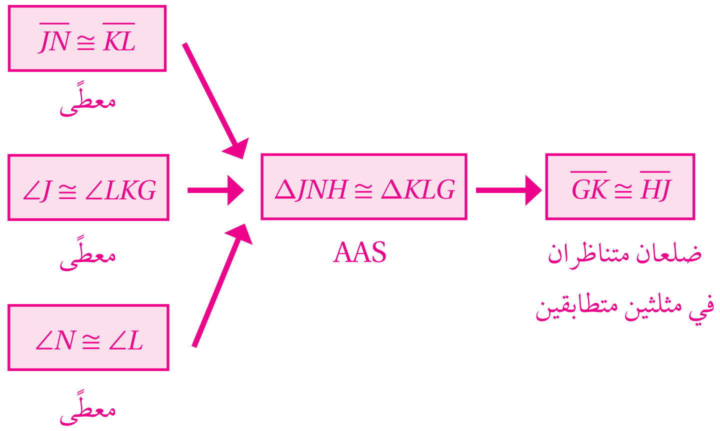
7)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle A \cong \angle D$	1) معطى
2) $\angle ACB \cong \angle DCB$ زاويتان قائمتان	2) معطى
3) $\overline{BC} \cong \overline{BC}$	3) ضلع مشترك
4) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$	4) AAS

8)



9)



10)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle CDF \cong \angle FGH$	1) معطى
2) $\overline{FD} \cong \overline{FG}$	2) F منتصف $\overline{DG}$
3) $\angle DFC \cong \angle GFH$	3) زاويتان متقابلتان بالرأس
4) $\triangle CFD \cong \triangle HFG$	4) ASA

11) $\triangle CFD \cong \triangle HFG$ من سؤال 10، $\overline{CF} \cong \overline{HF}$ لأنهما ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.

12)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle A \cong \angle D$ زاويتان قائمتان	1) معطى
2) $\overline{AC} \cong \overline{DC}$	2) معطى
3) $\angle ACB \cong \angle DCE$	3) زاويتان متقابلتان بالرأس
4) $\triangle ABC \cong \triangle DEC$	4) ASA
5) $\overline{AB} \cong \overline{DE}$	5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

13)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle R \cong \angle V$	1) معطى
2) $\angle PUR \cong \angle QSV$	2) معطى
3) $\overline{VU} \cong \overline{RS}$ $\overline{SU} \cong \overline{SU}$	3) معطى القطعة نفسها
4) $VU + SU = RS + SU$	4) خصائص المساواة
5) $\overline{VS} \cong \overline{RU}$	5) $VS = VU + SU,$ $RU = RS + SU$
6) $\angle PUR \cong \angle QSV$	6) ASA

الدرس 3 (أتحقق من فهمي 1):

العباراتُ	المبرراتُ
1) أنزل عمود $\overline{CX}$ من الرأس C على القاعدة $\overline{AB}$.	1) يمكن إنزال عمود واحد من رأس المثلث على قاعدته
2) $\angle CXA \cong \angle CXB$ زاويتان قائمتان	2) $\overline{CX} \perp \overline{AB}$
3) $\angle A \cong \angle B$	3) معطى
4) $\overline{CX} \cong \overline{CX}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta CXA \cong \Delta CXB$	5) AAS
6) $\overline{CA} \cong \overline{CB}$	6) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

الدرس 3 (أتحقق من فهمي 2):

3) $\angle S$ تقابل $\overline{VW}$، $\angle SVW$ تقابل $\overline{WS}$؛ لذا فإن: $\angle S \cong \angle SVW$ (نظرية المثلث المتطابق الضلعين).

4) $\angle R \cong \angle S$ لأن $\angle S \cong \angle V \cong \angle R$؛ لذا فإن: $\overline{RT} \cong \overline{ST}$، (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين).

الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

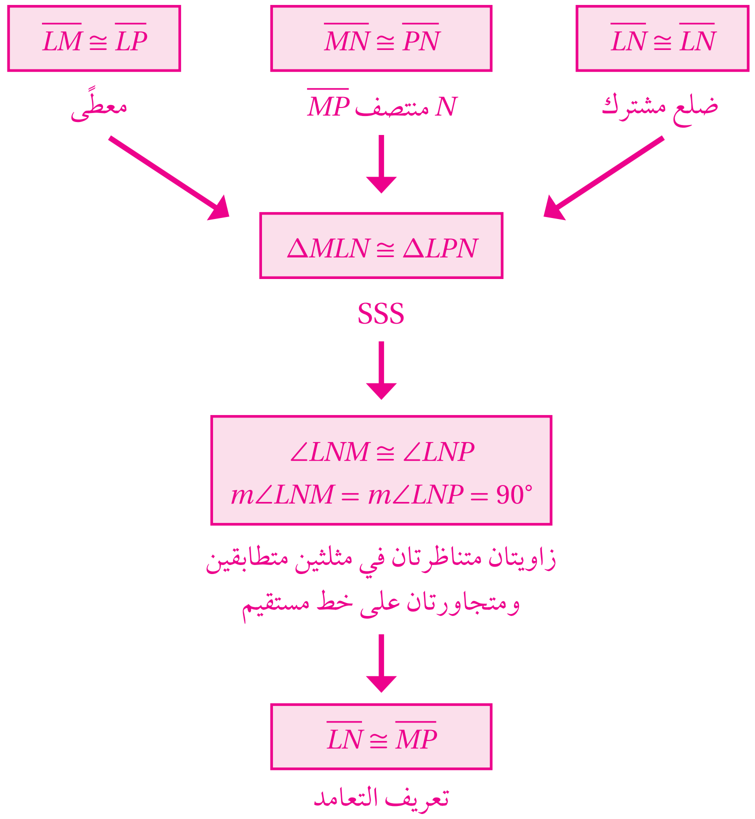
8)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$	1) يعامدان $\overline{AC}$
2) $\angle ABD \cong \angle BAE$	2) زاويتان متبادلتان داخليًّا
3) $\angle DAB \cong \angle EBA$	3) زاويتان متبادلتان داخليًّا
4) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta DAB \cong \Delta EBA$	5) ASA

9)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{XK} \cong \overline{XF}$	1) ضلعان في مثلث متطابق الأضلاع
2) $\overline{XJ}$ يصنف $\angle X$	2) معطى
3) ΔXFK قاعدة $\overline{KF}$ المتطابق الضلعين	3) معطى
4) J يصنف $\overline{KF}$	4) نظرية منصف زاوية الرأس في المثلث المتطابق الضلعين

10)



15)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AE} \cong \overline{DE}$	1) معطى
2) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$	2) معطى
3) $\angle BAE \cong \angle CDE$	3) معطى
4) $\Delta ABE \cong \Delta DCE$	4) SAS

اختبار نهاية الوحدة:

6)

$\overline{AC} \cong \overline{EC}$
معطًى

$\angle ACB \cong \angle ECD$
زاويتان متقابلتان بالرأس

$\overline{BC} \cong \overline{DC}$
معطًى

$\Delta ABC \cong \Delta EDC$
SAS

7)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{JK} \parallel \overline{ML}$	1) معطى
2) $\angle MKJ \cong \angle LMK$	2) زاويتان متبادلتان داخليًّا
3) $\overline{MJ} \parallel \overline{LK}$	3) معطى
4) $\angle KMJ \cong \angle LKM$	4) زاويتان متبادلتان داخليًّا
5) $\overline{MK} \cong \overline{MK}$	5) ضلع مشترك
6) $\Delta MJK \cong \Delta KLM$	6) ASA

8)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{EH} \cong \overline{CH}$	1) معطى
2) $\angle EHB \cong \angle CHA$ زاويتان قائمتان	2) معطى
3) $\overline{EB} \parallel \overline{CA}$	3) معطى
4) $\Delta EHB \cong \Delta CHA$	4) HL
5) $\overline{HB} \parallel \overline{HA}$	5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين
6) ΔHAB متطابق الضلعين	6) تعريف المثلث متطابق الضلعين
7) $\angle 1 \cong \angle 2$	7) نظرية المثلث المتطابق الضلعين

11)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{JG} \cong \overline{LG}$	1) معطى
2) $\overline{GK} \cong \overline{GH}$	2) معطى
3) $\angle JGK \cong \angle LGH$	3) زاويتان متقابلتان بالرأس
4) $\Delta JGK \cong \Delta LGH$	4) SAS

12)

$\angle CDG \cong \angle EDG$
$\overline{DF}$ ينصف $\angle CDE$ (معطى)

$\overline{DG} \cong \overline{DG}$
ضلع مشترك

$\angle DGC \cong \angle DGE$
$m\angle DGC =$
$m\angle DGE = 90°$
$\overline{CE}$ تعامد $\overline{DF}$ (معطى)

$\Delta DGC \cong \Delta DGE$
SAS

كتاب التمارين (أستعد لدراسة الوحدة):

المجموعة الأولى : تطابق المضلعات

1)

الأضلاع المتناظرة	$\overline{AB} \cong \overline{RT}$	$\overline{CB} \cong \overline{PT}$	$\overline{DC} \cong \overline{SP}$	$\overline{ED} \cong \overline{QS}$	$\overline{AE} \cong \overline{RQ}$
الزوايا المتناظرة	$\angle B \cong \angle T$	$\angle C \cong \angle P$	$\angle D \cong \angle S$	$\angle E \cong \angle Q$	$\angle A \cong \angle R$

2)

الأضلاع المتناظرة	$\overline{PM} \cong \overline{SA}$	$\overline{OP} \cong \overline{KS}$	$\overline{NO} \cong \overline{BK}$	$\overline{MN} \cong \overline{AB}$
الزوايا المتناظرة	$\angle P \cong \angle S$	$\angle O \cong \angle K$	$\angle N \cong \angle B$	$\angle M \cong \angle A$

3)

الأضلاع المتناظرة	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$	$\overline{AC} \cong \overline{DF}$	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$
الزوايا المتناظرة	$\angle C \cong \angle F$	$\angle B \cong \angle E$	$\angle A \cong \angle D$

كتاب التمارين (الدرس 1):

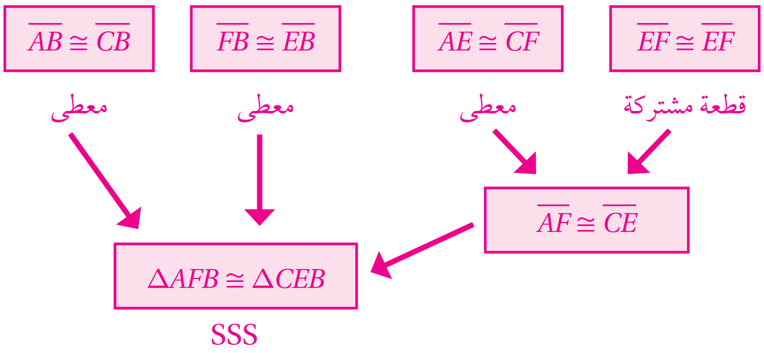
4)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{AC} \cong \overline{DB}$	1) معطى
2) $\angle ABC \cong \angle DCB$ زوايتان قائمتان	2) معطى
3) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ مثلثان قائما الزاوية	3) تعريف المثلث القائم الزاوية
4) $\overline{BC} \cong \overline{BC}$	4) ضلع مشترك
5) $\Delta ABC \cong \Delta DCB$	5) HL

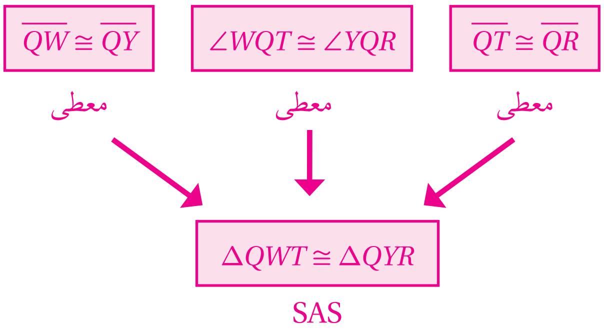
5)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{RS} \cong \overline{PQ}$	1) معطى
2) $\overline{RT} \cong \overline{PT}$	2) معطى
3) $\overline{ST} \cong \overline{QT}$	3) معطى
4) $\Delta RST \cong \Delta PQT$	4) SSS

6)



7)



12)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\overline{ST} \cong \overline{QT}$	1) R منتصف $\overline{SQ}$
2) $\overline{SR} \cong \overline{QR}$	2) معطى
3) $\overline{RT} \cong \overline{RT}$	3) ضلع مشترك
4) $\Delta SRT \cong \Delta QRT$	4) SSS

كتاب التمارين (الدرس 2):

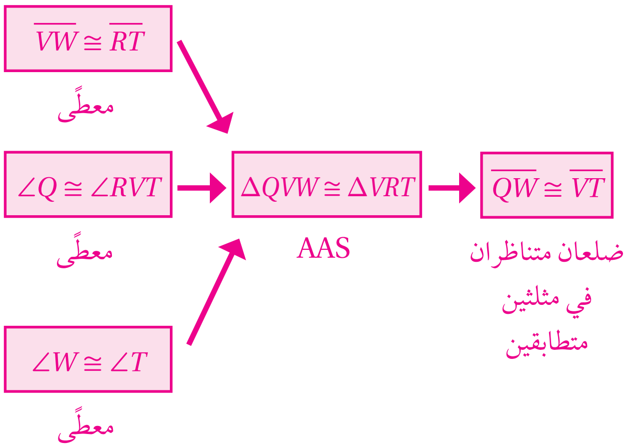
4)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle ABE \cong \angle CBE$ زوايتان قائمتان	1) معطى
2) $\overline{BE} \cong \overline{BE}$	2) ضلع مشترك
3) $\angle AEB \cong \angle CEB$	3) معطى
4) $\Delta ABE \cong \Delta CBE$	4) ASA
5) $\angle BAE \cong \angle BCE$	5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين
6) $\angle FAE \cong \angle DCE$	6) زاويتان متممتان لزاويتين متطابقتين
7) $\overline{AE} \cong \overline{CE}$	7) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين
8) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$	8) معطى
9) $\Delta FAE \cong \Delta DCE$	9) SAS
10) $\angle 1 \cong \angle 2$	10) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين

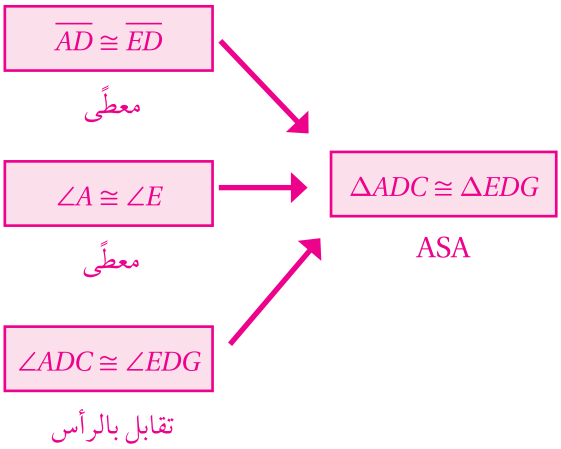
5)

العباراتُ	المبرراتُ
1) $\angle S \cong \angle WUV$	1) معطى
2) $\overline{ST} \cong \overline{UV}$	2) معطى
3) $\angle STV \cong \angle UVW$ زاويتان قائمتان	3) معطى
4) $\Delta STV \cong \Delta UVW$	4) ASA

(6


$\overline{VW} \cong \overline{RT}$
معطًى
$\angle Q \cong \angle RVT$
معطًى
$\angle W \cong \angle T$
معطًى
$\Delta QVW \cong \Delta VRT$
AAS
$\overline{QW} \cong \overline{VT}$
ضلعان متناظران
في مثلثين
متطابقين

(7


$\overline{AD} \cong \overline{ED}$
معطًى
$\angle A \cong \angle E$
معطًى
$\angle ADC \cong \angle EDG$
تقابل بالرأس
$\Delta ADC \cong \Delta EDG$
ASA

أوراق المصادر

ورقة المصادر 1 : لعبة الأرقام المتقاطعة

أستعملُ الأرقامَ 9 8 7 6 5 4 3 2 لملءِ المربعاتِ الفارغةِ أفقيًّا وعموديًّا؛ للحصولِ على معادلةٍ صحيحةٍ (أستعملُ كلَّ رقمٍ مرةً واحدةً فقطْ):

	+		−		=	4
+	▨	−	▨	−		
	−	1	−		=	−3
÷	▨	×	▨	÷		
	×		÷		=	6
=		=		=		
7		−2		6		

ورقة المصادر 2 : المربعات الكاملة والجذور التربيعية

$\sqrt{1}$	100	$\sqrt{4}$	7	3^2	8
7^2	9	$\sqrt{36}$	16	$\sqrt{25}$	49
4^2	2	6^2	5	9^2	6
$\sqrt{49}$	36	$\sqrt{64}$	1	10^2	81

ورقة المصادر 3 : الأسس والجذور

27×27	$7 \times 7 \times 7 \times 7$	$\sqrt{36}$	4^3	$\sqrt{444}$
7^4	$3^2 - 3$	$2^3 \times 2^3$	3×2^2	$2^3 \times 2^2$
$\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{64}$	$\sqrt[3]{8000}$	$\sqrt[3]{1000}$	$7 + 5^2$	$3^3 \times 3^3$
5×2^2	$10^2 - 2 \times 5 \times 3^2$	$7 \times 7 \times 7$	$\sqrt[3]{64000}$	$\sqrt[3]{1}$
	7^3	5×2^3	$1^5 \times 1^4$	2^3

ورقة المصادر 4 : لوحة الهدف

40%	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{5}$	25%	$\frac{125}{1000}$
20%	4%	$\frac{1}{20}$	0.4	$\frac{25}{100}$
0.05	$\frac{200}{1000}$	0.04	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{100}$
0.125	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{4}$	12.5%	$\frac{1}{25}$

ورقة المصادر 5 : نسبة الزيادة/ نسبة النقصان

JD 40 25%	520km 20%	280kg 35%	120kg 15%
60kg 30%	JD 36 25%	150kg 22%	100m 23%
130ml 50%	150kg 30%	JD 450 20%	240kg 40%
140g 25%	200cm 30%	JD 300 70%	530ml 100%

ورقة المصادر 6 : شبكة مربعات

ورقة المصادر 7 : أحوّط المختلف

مجموعة 1

$6(3a+2)$

$3(6a+4)$

$2(9a+6)$

$9(6a+3)$

مجموعة 2

$2u(6u+6)$

$4u(3u+2)$

$u(12u+8)$

$2(6u^2+4u)$

مجموعة 3

$6(4mn-2n)$

$4m(6n-3)$

$3n(8m-6)$

$12n(2m-1)$

مجموعة 4

$6x(4-x)$

$3x(8-2x)$

$4x(6-2x)$

$x(24-6x)$

ورقة المصادر 8 : المعادلات الخطية وغير الخطية

(A)

أصنّفُ المعادلاتِ الآتيةَ إلى: خطّيّةٍ، أوْ غَيْرِ خَطّيّةٍ:

$y = \sqrt{x} + 7$

$y = x^2 \; -5$

$y = 2x - 3$

$y + \frac{x}{2} = -7$

$y - 5x = 10$

$y = 2x^{\frac{1}{2}} + 3$

معادلاتٌ خطّيّةٌ	معادلاتٌ غيرُ خطّيّةٍ

(B)

أجدُ قيمةَ y أوْ قيمةَ x في المعادلةِ باستعمالِ قيمةِ المتغيّرِ (حسبَ اختياريَ العشوائيِّ) في كلٍّ ممّا يأتي:

$x = 2$

$y = 2$

$y = 3$

$x = -3$

$y = 5$

$x = 0$

$y = 2x + 5$

$y = 3x - 7$

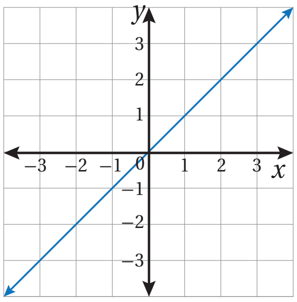
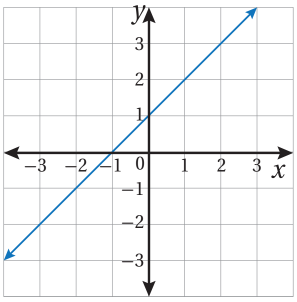
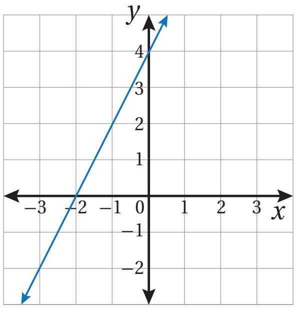
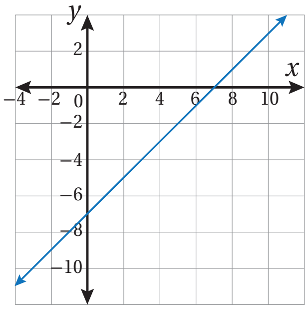
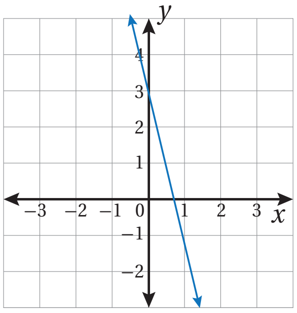
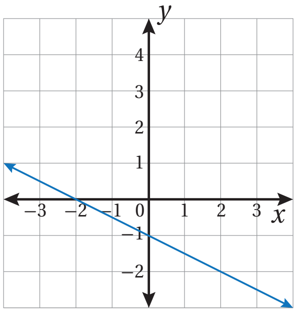
$y = 5 - x$

$y = 2x + 1$

$y - 5x = 0$

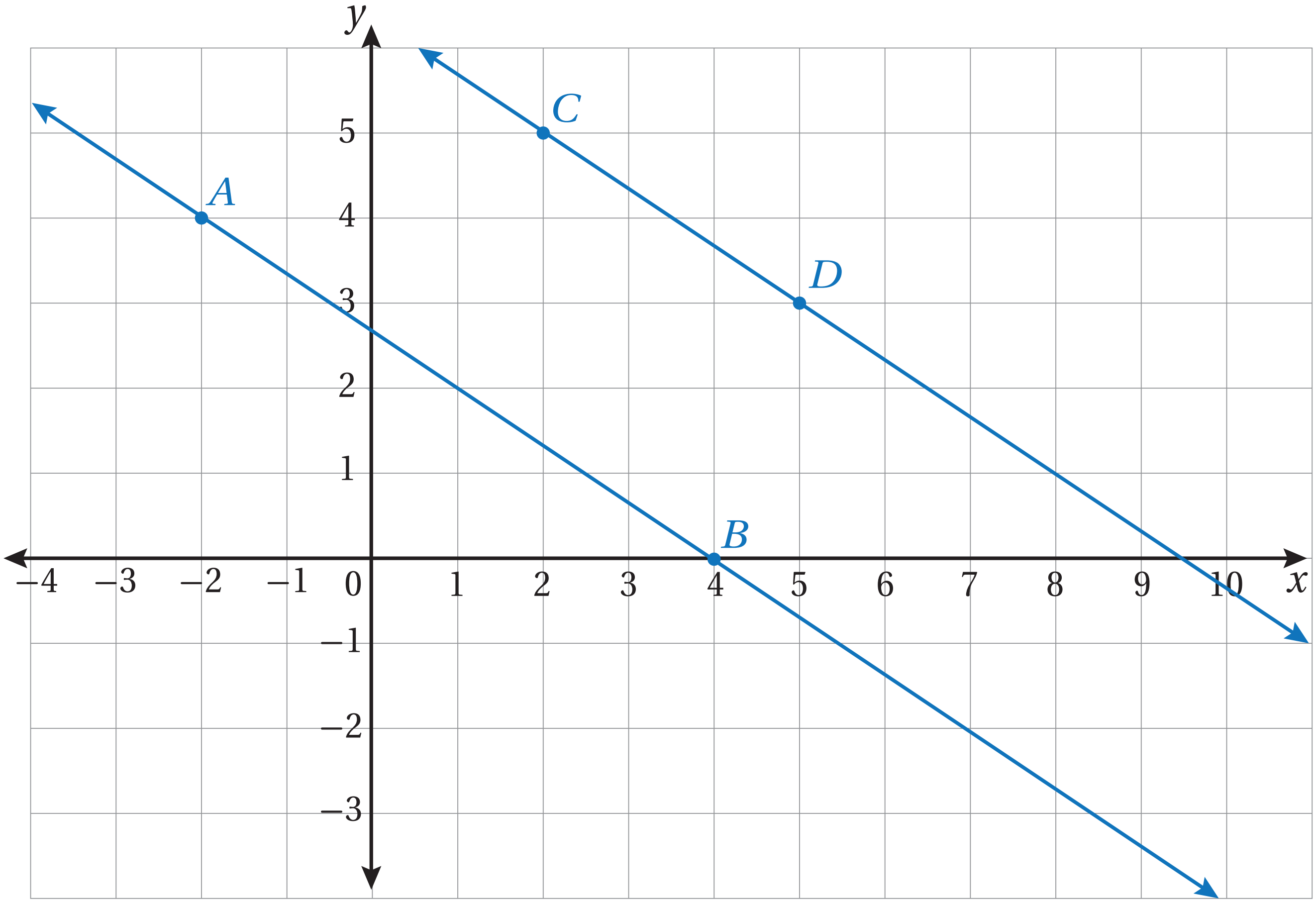
$4x + 3y = 12$

ورقة المصادر 9 : المعادلة والتمثيل

$y = x$	
$y = x + 1$	
$y = 2x + 4$	
$y = x - 7$	
$y = -4x + 3$	
$y = -0.5x - 1$	

ورقة المصادر 10 : المستقيمات المتوازية والمتعامدة (1)

يبيّنُ الشكلُ الآتي $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$



❶ أجدُ ميلَ $\overleftrightarrow{AB}$

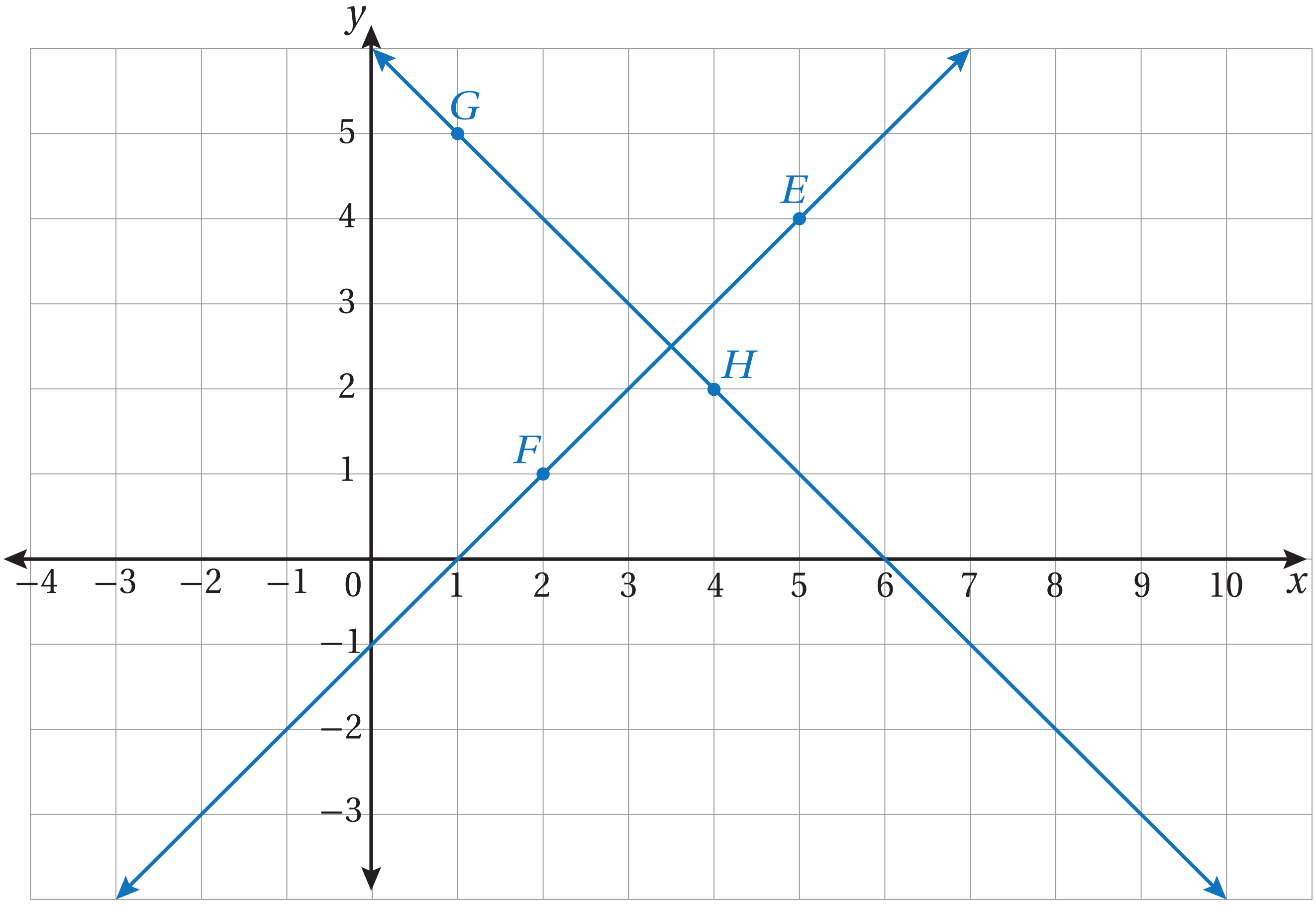
❷ أجدُ ميلَ $\overleftrightarrow{CD}$

❸ ما العلاقةُ بينَ ميلِ $\overleftrightarrow{AB}$ وميلِ $\overleftrightarrow{CD}$؟

❹ أصفُ المستقيمَينِ، وأدوّنُ ما استنتجتُهُ.

ورقة المصادر 10 : المستقيمات المتوازية والمتعامدة (2)

يبيّنُ الشكلُ الآتي $\overleftrightarrow{GH}$ و $\overleftrightarrow{FE}$



❶ أجدُ ميلَ $\overleftrightarrow{EF}$

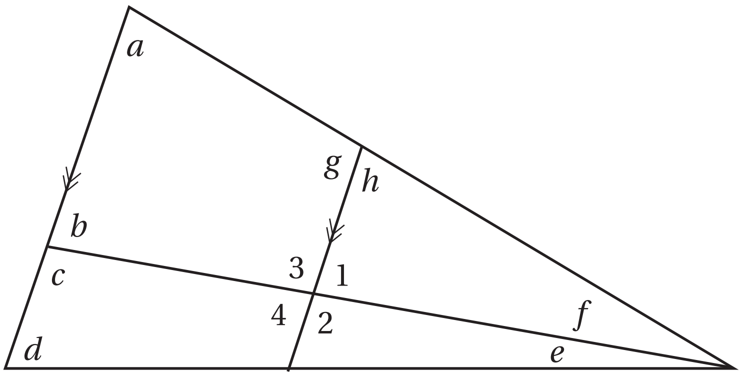
❷ أجدُ ميلَ $\overleftrightarrow{GH}$

❸ أجدُ معكوسَ (مقلوبَ) ميلِ $\overleftrightarrow{GH}$

❹ ما العلاقةُ بينَ ميلِ $\overleftrightarrow{EF}$ وميلِ $\overleftrightarrow{GH}$؟ وما قياسُ الزاويةِ بينَ المستقيمَينِ: $\overleftrightarrow{EF}$ و $\overleftrightarrow{GH}$؟ أبرّرُ إجابتي.

❺ أصفُ المستقيمَينِ، وأدوّنُ ما استنتجتُهُ.

ورقة المصادر 11 : العلاقات بين الزوايا



اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسمّي:

- زوجَينِ مِنَ الزوايا المتناظرةِ المتساويةِ في القياسِ.
- زوجَينِ مِنَ الزوايا المتناظرةِ غيرِ المتساويةِ في القياسِ.
- زوجَينِ مِنَ الزوايا المتبادلةِ داخليًّا المتساويةِ في القياسِ.
- زوجَينِ مِنَ الزوايا المتبادلةِ داخليًّا غيرِ المتساويةِ في القياسِ.
- ثلاثةَ أزواجٍ مِنَ الزوايا التي تشكّلُ زاويةً مستقيمةً.
- ثلاثةَ أزواجٍ مِنَ الزوايا المتقابلةِ بالرأسِ.
- إذا علمْتُ أنَّ $m\angle h = 78°$، و $m\angle e + m\angle f = 36°$، فأجدُ $m\angle d$

ورقة المصادر 12 : رموز رياضيّة

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

$\angle A$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

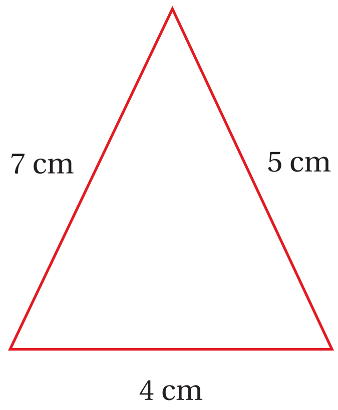
$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

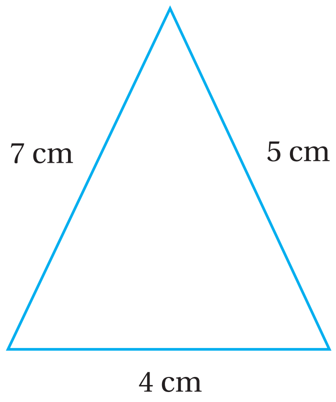
$\angle A \cong \angle B$

$m\angle A$

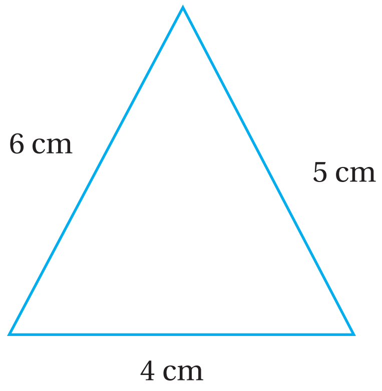
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

ورقة المصادر 13 : تطابق المثلثات (SSS)





A

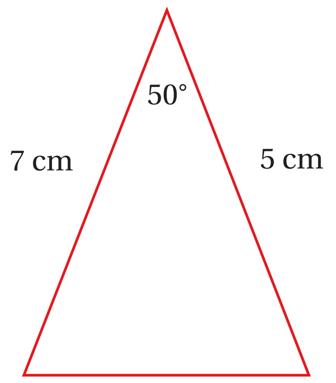


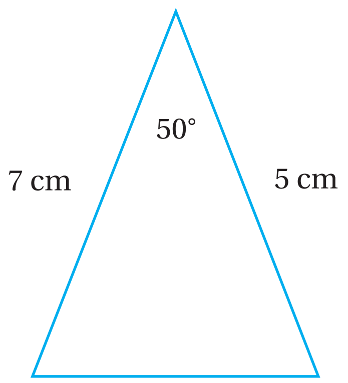
B

اعتمادًا على المثلثاتِ أعلاهُ، أُجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

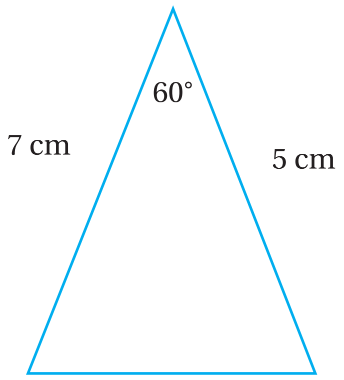
1. أيُّ المثلثَينِ (A أوْ B) يطابقُ المثلثَ الأحمرَ؟
2. لِمَ اخترْتُ هذِهِ الإجابةَ؟
3. هَلْ قياساتُ الزوايا في المثلثِ الأحمرِ والمثلثِ الذي يطابقُهُ متساويةٌ؟ أتحقّقُ مِنْ ذلكَ باستعمالِ المِنقلةِ.
4. ماذا أستنتجُ؟

ورقة المصادر 14 : تطابق المثلثات (SAS)





A



B

اعتمادًا على المثلثاتِ أعلاهُ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

1. أيُّ المثلثَينِ (A أَوْ B) يطابقُ المثلثَ الأحمرَ؟
2. لِمَ اخترْتُ هذهِ الإجابةَ؟
3. هَلْ قياســاتُ الزوايا والأضلاعِ المجهولةِ في المثلثِ الأحمرِ والمثلثِ الذي يطابقُهُ متســاويةٌ؟ أتحقّقُ مِنْ ذلكَ باستعمالِ المسطرةِ والمِنقلةِ.
4. ماذا أستنتجُ؟